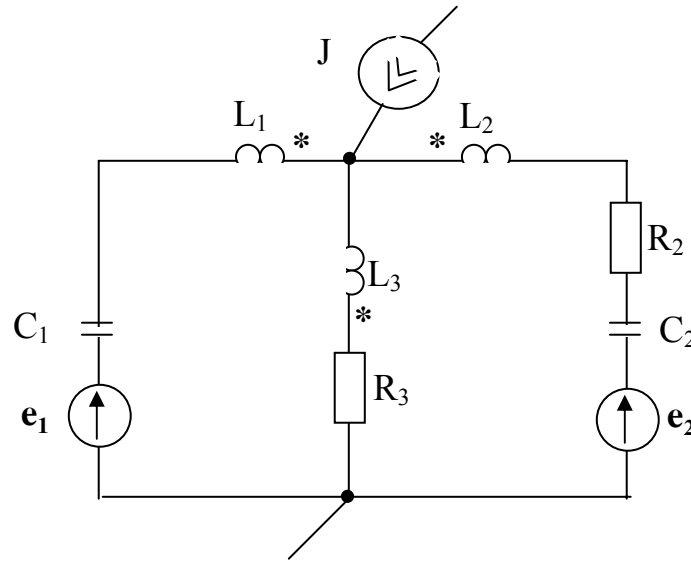


**Đề Bài**

**(Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập nguồn điều hoà hình sin)**



**Cho mạch điện có sơ đồ như hình vẽ:**

**Biết các tham số:**

$$e_1(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \sin(314t + 10^\circ) \text{ V}$$

$$e_2(t) = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$J = \sqrt{2} \cdot 10 \sin(314t) \text{ V}$$

$$L_1 = 0,15 \text{ (H)}$$

$$C_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ (F)}$$

$$L_2 = 0,25 \text{ (H)}$$

$$C_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ (F)}$$

$$R_2 = 25 \text{ (\Omega)}$$

$$L_3 = 0,3 \text{ (H)}$$

$$R_3 = 30 \text{ (\Omega)}$$

$$M_{12} = M_{21} = 0$$

$$M_{13} = M_{31} = 0,15 \text{ (H)}$$

$$M_{23} = M_{32} = 0,2 \text{ (H)}$$

**I/ KHI CHƯA XÉT ĐẾN HỒ CẢM:**

1. Lập sơ đồ phức cho mạch điện.

2. Chọn biến là dòng điện nhánh, lập hệ phương trình và giải tìm các dòng điện nhánh:  $i_1(t)$ ;  $i_2(t)$ ;  $i_3(t)$ .

3. Chọn biến là dòng điện vòng, lập hệ phương trình và giải tìm các dòng điện nhánh:  $i_1(t)$ ;  $i_2(t)$ ;  $i_3(t)$ .

4. Chọn biến là thế đỉnh, lập phương trình giải tìm các dòng điện nhánh:  $i_1(t)$ ;  $i_2(t)$ ;  $i_3(t)$ .

**II/ KHI CÓ XÉT ĐẾN HỒ CẢM:**

1. Lập sơ đồ phức cho mạch điện.

2. Chọn biến là dòng điện nhánh, lập hệ phương trình và giải tìm các dòng điện nhánh:  $i_1(t)$ ;  $i_2(t)$ ;  $i_3(t)$ .

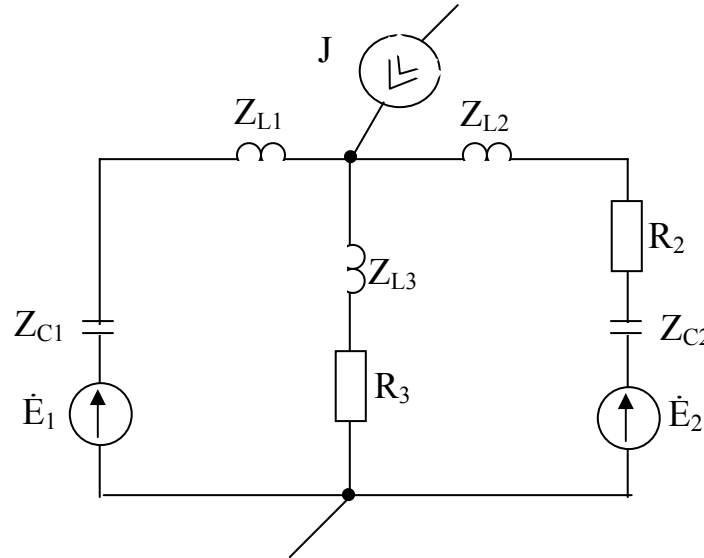
3. Chọn biến là dòng điện vòng, lập hệ phương trình và giải tìm các dòng

**BÀI GIẢI.**

**I/ KHI CHƯA TÍNH ĐẾN HỒ CẢM:**

**1. Lập sơ đồ phức:**

Từ sơ đồ mạch điện đã cho, và các số liệu, ta có sơ đồ phức như hình dưới:



**Trong đó:**

$$\dot{E}_1 = 220/10^0 = 216,66 + j 38,2 \text{ (V)}$$

$$\dot{E}_2 = 200/30^0 = 173,21 + j 100 \text{ (V)}$$

$$J = 10 \text{ (A)}$$

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = j 314.0,15 = j 47,1 = 47,1/90^0 \text{ (\Omega)}$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = j 314.0,25 = j 78,5 = 78,5/90^0 \text{ (\Omega)}$$

$$Z_{L3} = j\omega L_3 = j 314.0,3 = j 94,2 = 94,2/90^0 \text{ (\Omega)}$$

$$Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j.314.4.10^{-4}} = -j 7,96 = 7,96/-90^0 \text{ (\Omega)}$$

$$Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1}{j.314.5.10^{-4}} = -j 6,37 = 6,37/-90^0 \text{ (\Omega)}$$

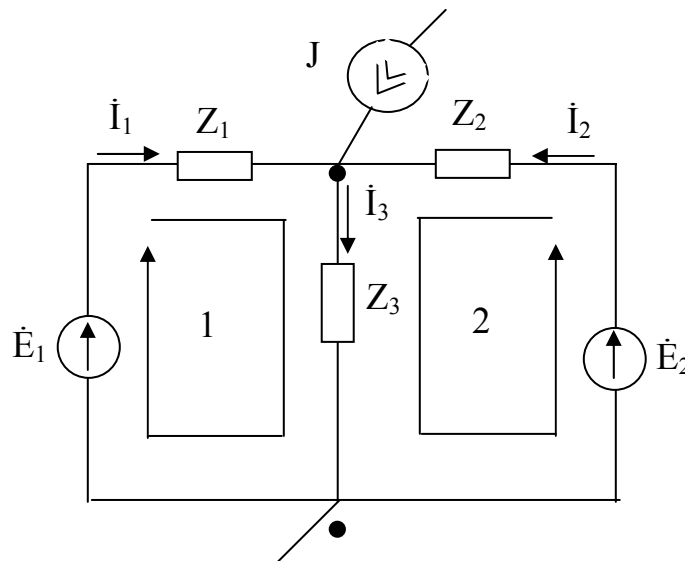
$$R_2 = 25 \text{ (\Omega)}$$

$$R_3 = 30 \text{ (\Omega)}$$

**2. Dùng phương pháp dòng điện mạch nhánh tính các dòng:  $i_1(t)$ ;  $i_2(t)$ ;  $i_3(t)$ :**

Từ sơ đồ phức và các số liệu tính ở trên, ta có sơ đồ phức thay thế của

mạch điện như sau:



Trong đó các tổng trở nhánh là:

$$Z_1 = Z_{L1} + Z_{C1} = j 47,1 - j 7,96 = j 39,14 = 39,14 \angle 90^0 (\Omega)$$

$$Z_2 = R_2 + Z_{L2} + Z_{C2} = 25 + j 78,5 - j 6,37 = 25 + j 72,13 = 76,34 \angle 70,88^0 (\Omega)$$

$$Z_3 = R_3 + Z_{L3} = 30 + j 94,2 = 30 + j 204,1 = 98,86 \angle 72,33^0 (\Omega)$$

Để sử dụng phương pháp dòng điện mạch nhánh, ta giả sử chiều các dòng điện nhánh và chiều các vòng chọn như hình vẽ trên (Nguồn dòng  $J$  chỉ có mặt trong phương trình theo  $K_1$  mà không có mặt trong phương trình  $K_2$ ), theo định luật Kirhof 1 tại nút trên có:

$$-\dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = J$$

Theo định luật Kirhof 2 tại vòng 1 và 2 có:

$$\dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_3 Z_3 = \dot{E}_1$$

$$\dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_3 Z_3 = \dot{E}_2$$

Kết hợp 3 phương trình trên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -\dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = J \\ \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_3 Z_3 = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_3 Z_3 = \dot{E}_2 \end{cases}$$

Tính định thức để giải hệ trên tìm nghiệm:

**Bài tập dài cơ sở kỹ thuật điện.**

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ Z_1 & 0 & Z_3 \\ 0 & Z_2 & Z_3 \end{vmatrix} = Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 39,14/90^0 \cdot 76,34/70,88^0 + 76,34/70,88^0 \cdot 98,86/72,33^0 + 39,14/90^0 \cdot 98,86/72,33^0 \\ &= 2987,95/160,88^0 + 7546,97/143,21^0 + 3869,38/162,33^0 \\ &= -2823,12 + j 978,69 - 6043,88 + j 4519,76 - 3686,82 + j 1174,49 \\ &= -12553,82 + j 6672,94 = 14217,12/152,01^0 \end{aligned}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -1 & 1 \\ \dot{E}_1 & 0 & Z_3 \\ \dot{E}_2 & Z_2 & Z_3 \end{vmatrix} = \dot{E}_1 Z_2 - \dot{E}_2 Z_3 - 10 \cdot Z_2 Z_3 + \dot{E}_1 Z_3$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 220/10^0 \cdot 76,34/70,88^0 - 200/30^0 \cdot 98,86/72,33^0 - 10 \cdot 76,34/70,88^0 \cdot 98,86/72,33^0 + \\ &\quad + 220/10^0 \cdot 98,86/72,33^0 \\ &= 16794,8/80,88^0 - 19772/102,33^0 - 75469,72/143,21^0 + 21749,2/82,33^0 \\ &= 2662,02 + j 16582,49 + 4222,15 - j 19315,94 + 60438,86 - j 45197,59 + \\ &\quad + 2902,81 + j 21554,61 \\ &= 70225,84 - j 26376,43 = 75015,89/-20,59^0 \end{aligned}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 10 & 1 \\ Z_1 & E_1 & Z_3 \\ 0 & E_2 & Z_3 \end{vmatrix} = -\dot{E}_1 Z_3 + \dot{E}_2 Z_1 + \dot{E}_2 Z_3 - 10 \cdot Z_1 Z_3$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= -220/10^0 \cdot 98,86/72,33^0 + 200/30^0 \cdot 39,14/90^0 + 200/30^0 \cdot 98,86/72,33^0 - \\ &\quad - 10 \cdot 39,14/90^0 \cdot 98,86/72,33^0 \\ &= -21749,2/82,33^0 + 7828/120^0 + 19772/102,33^0 - 38693,8/162,33^0 \\ &= -2902,81 - j 21554,61 - 3914 + j 6779,25 - 4222,15 + j 19315,94 + 36868,25 - \\ &\quad - j 11744,89 = 25829,29 - j 7204,32 = 26815,19/-15,58^0 \end{aligned}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 10 \\ Z_1 & 0 & E_1 \\ 0 & Z_2 & E_2 \end{vmatrix} = 10 \cdot Z_1 Z_2 + \dot{E}_1 Z_2 + \dot{E}_2 Z_1$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= 10 \cdot 39,14/90^0 \cdot 76,34/70,88^0 + 220/10^0 \cdot 76,34/70,88^0 + 200/30^0 \cdot 39,14/90^0 \\ &= 29879,48/160,88^0 + 16794,8/80,88^0 + 7828/120^0 \\ &= -28231,17 + j 9786,96 + 2662,02 + j 16582,49 - 3914 + j 6779,25 \\ &= -29483,15 + j 33148,69 = 44363,18/131,65^0 \end{aligned}$$

**Vậy ta có nghiệm của hệ là:**

**Bài tập dài cơ sở kỹ thuật điện.**

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{75015,89/-20,09^0}{14217,12/152,01^0} = 5,28/-172,10 \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{26815,19/-15,58^0}{14217,12/152,01^0} = 1,89/-167,59 \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{44363,18/131,65^0}{14217,12/152,01^0} = 3,12/-20,36 \text{ (A)}$$

**Dòng điện đi trên các nhánh của mạch điện là:**

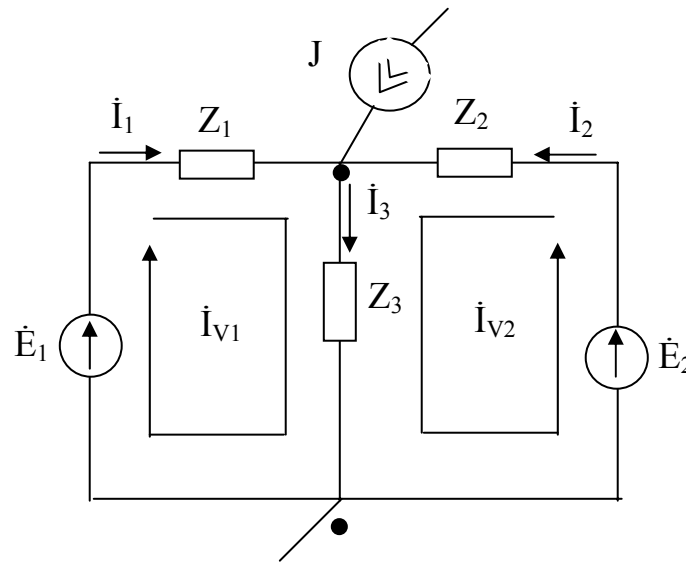
$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 5,28 \cdot \sin(314 \cdot t - 172,10) \text{ (A)}$$

$$i_2(t) = \sqrt{2} \cdot 1,89 \cdot \sin(314 \cdot t - 167,59) \text{ (A)}$$

$$i_3(t) = \sqrt{2} \cdot 3,12 \cdot \sin(314 \cdot t - 20,36) \text{ (A)}$$

**3. Dùng phương pháp dòng điện vòng để tính các dòng:  $i_1(t)$ ;  $i_2(t)$ ;  $i_3(t)$ :**

Từ sơ đồ phức thay thế, ta chọn chiều các dòng vòng và biến là  $\dot{I}_{V1}$  và  $\dot{I}_{V2}$ , cho nguồn dòng  $J$  đi theo nhánh có  $\dot{E}_1$ , theo định luật Kirhof 2 ta có hệ phương trình như sau:



$$\begin{cases} \dot{I}_{V1}(Z_1 + Z_3) + \dot{I}_{V2} Z_3 & = \dot{E}_1 + J \cdot Z_1 \\ \dot{I}_{V1} Z_3 + \dot{I}_{V2}(Z_2 + Z_3) & = \dot{E}_2 \end{cases}$$

**Trong đó:**

$$Z_1 + Z_3 = j 39,14 + 30 + j 94,2 = 30 + j 133,34 = 136,67/77,32^0$$

$$Z_2 + Z_3 = 25 + j 72,13 + 30 + j 94,2 = 55 + j 166,33 = 175,19/71,70^0$$

$$\dot{E}_1 + J.Z_1 = 216,66 + j38,2 + 10.j 39,14 = 216,66 + j 429,6 = 481,14/63,24^0$$

**Vậy ta có:**

$$\begin{cases} \dot{I}_{V1}.136,67/77,32^0 + \dot{I}_{V2}.98,86/72,33^0 = 418,14/63,24^0 \\ \dot{I}_{V1}.98,86/72,33^0 + \dot{I}_{V2}.175,19/71,70^0 = 200/30^0 \end{cases}$$

**Lập định thức để giải hệ phương trình trên:**

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 136,67/77,32^0 & 98,86/72,33^0 \\ 98,86/72,33^0 & 175,19/71,70^0 \end{vmatrix} \\ &= 136,67/77,32^0.175,19/71,70^0 - 98,86/72,33^0.98,86/72,33^0 \\ &= 23943,22/149,03^0 - 9773,29/144,66^0 \\ &= -20529,80 + j 12320,92 + 7972,40 - j 5653,14 \\ &= -12557,39 + j 6667,78 = 14217,86/152,03^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 481,14/63,24^0 & 98,86/72,33^0 \\ 200/30^0 & 175,19/71,70^0 \end{vmatrix} \\ \Delta_1 &= 481,14/63,24^0.175,19/71,70^0 - 200/30^0.98,86/72,33^0 \\ &= 84290,92/134,94^0 - 19772/102,33^0 \\ &= -59540,23 + j 59665,06 + 4222,15 - j 19315,94 \\ &= -55318,08 + j 40349,12 = 68470,01/143,89^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 136,67/77,32^0 & 481,14/63,24^0 \\ 98,86/72,33^0 & 200/30^0 \end{vmatrix} \\ \Delta_2 &= 136,67/77,32^0.200/30^0 - 98,86/72,33^0.481,14/63,24^0 \\ &= 27334/107,32^0 - 47565,5/135,57^0 \\ &= -8137,55 + j 26094,59 + 33966,82 - j 33297,63 \\ &= 25829,27 - j 7203,03 = 26814,82/-15,58^0 \end{aligned}$$

**Vậy ta có các nghiệm của hệ:**

$$\dot{I}_{V1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{68470,01/143,89^0}{14217,86/152,03^0} = \underline{4,82/-8,14^0} = 4,77 - j 0,68$$

$$\dot{I}_{V2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{26814,82/-15,58^0}{14217,86/152,03^0} = \underline{1,89/-167,61^0} = -1,85 - j 0,41$$

Theo sơ đồ phức thay thế ta thấy:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{V1} - J = 4,77 - j 0,68 - 10 = -5,23 - j 0,68 = \underline{5,27/-172,6^0} \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{V2} = \underline{1,89/-167,61^0} \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{V1} + \dot{I}_{V2} = 4,77 - j 0,68 - 1,85 - j 0,41 = 2,92 - j 1,09 = \underline{3,12/-20,37^0} \text{ (A)}$$

Ta có các dòng điện tức thời chạy trên các nhánh là:

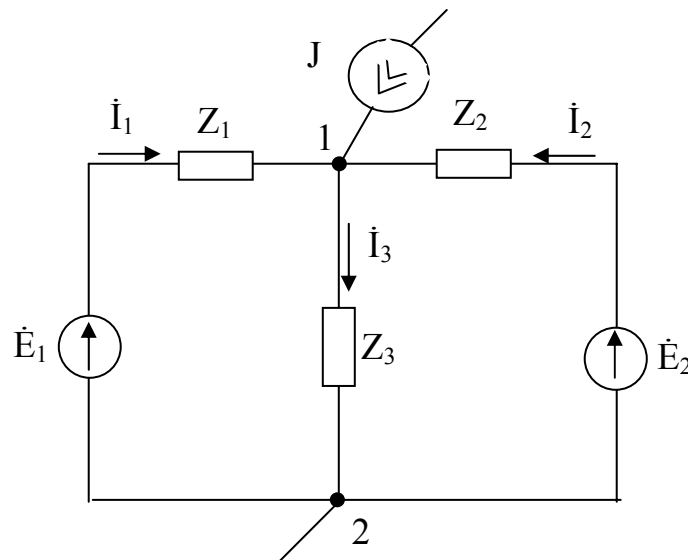
$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 5,27 \cdot \sin(314 \cdot t - 172,60^0) \text{ (A)}$$

$$i_2(t) = \sqrt{2} \cdot 1,89 \cdot \sin(314 \cdot t - 167,61^0) \text{ (A)}$$

$$i_3(t) = \sqrt{2} \cdot 3,12 \cdot \sin(314 \cdot t - 20,37^0) \text{ (A)}$$

#### 4. Dùng phương pháp thế đỉnh để tính các dòng: $i_1(t)$ ; $i_2(t)$ ; $i_3(t)$ :

Từ sơ đồ phức thay thế, ta chọn chiều các dòng nhánh và biến là thế của đỉnh 1 là  $\varphi_1$  còn chọn nút 2 làm chuẩn nên  $\varphi_2 = 0^V$ .



Để dùng phương pháp thế đỉnh, trước tiên ta tính tổng dẫn các nhánh của sơ đồ thay thế như sau: