Hình VII.2. Đồ thị hàng lưu kho trong mô hình tĩnh Wilson

Trên hình VII.2, $t_0 = y/\beta$ được gọi là *chu kì hàng*, chính là khoảng thời gian từ lúc lượng đặt hàng được nhập vào kho cho tới khi được tiêu thụ hết. Do y là mức hàng lưu kho cao nhất và do tốc độ tiêu thụ hàng là không đối nên y/2 là *mức hàng lưu kho trung bình*.

Các kí hiệu sau được sử dụng:

– K là chi phí đặt hàng (trong hệ thống mua bán - kinh doanh) hay *chi phí khởi động lại* (trong hệ thống sản xuất - kinh doanh, chi phí này bao gồm các chi phí văn phòng, hành chính cho việc khởi động lại dây chuyền sản xuất, làm hợp đồng bàn giao hàng, chi phí vận chuyển và xếp hàng vào kho).

– h là chi phí lưu kho/đơn vị hàng/đơn vị thời gian.

– TCU(y) là tổng chi phí/đơn vị thời gian, phụ thuộc vào y. TCU(y) bao gồm chi phí đặt hàng và chi phí kưu kho.

Lúc đó, chúng ta có mô hình sau:

TCU(y) = chi phí đặt hàng/đơn vị thời gian + chi phí lưu kho/đơn vị thời gian

$$= \frac{K}{y/\beta} + h\left(\frac{y}{2}\right) \to \text{Min}$$

Giả sử y là biến liên tục, giá trị tối ưu y* được tìm từ điều kiện cần (đạo hàm bậc nhất bằng 0):

$$\frac{dTCU(y)}{dy} = -\frac{K\beta}{y^2} + \frac{h}{2} = 0 \Rightarrow y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}}. \quad (*)$$

Có thể kiểm tra rằng y cũng thỏa mãn điều kiện đủ (đạo hàm bậc hai dương). y* được gọi là* lượng đặt hàng tối ưu *(trong các hệ thống mua bán - kinh doanh) hay* dung lượng lô hàng tối ưu *(trong các hệ thống sản xuất - kinh doanh).*

Như vậy, chính sách tối ưu của mô hình này là: chọn lượng đặt hàng mỗi lần y* sau một khoảng thời gian $t_0^* = y^*/\beta$ nhằm đạt $TCU(y^*) = \sqrt{2K\beta h}$. Ngoài ra, nếu thời gian dẫn hàng là L thì *ngưỡng đặt lại hàng* là βL và *thời điểm đặt lại hàng* là thời điểm khi mức hàng là βL (mô hình rơi vào trường hợp báo cáo theo dõi thường xuyên). Cần chú ý rằng thời gian dẫn hàng luôn có thể được giả sử là nhỏ hơn chu kì hàng một khi hệ thống đã được coi là "ổn định".

Ví dụ 1: Nhu cầu hàng ngày về một mặt hàng là 100 đơn vị. Chi phí đặt hàng là 100 USD cho mỗi lần đặt hàng. Thời gian nhập bổ sung hàng vào kho là không đáng kể. Chi phí lưu kho là 0,02 USD/đơn vị hàng/ngày. Giả sử thời gian dẫn hàng là 12 ngày, hãy xác định lượng đặt hàng tối ưu và thời điểm đặt hàng.

Ta có $y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}} = \sqrt{\frac{2\times100\times100}{0,02}} = 1000$ đơn vị, $t_0^* = y^*/\beta = 1000/100 = 10$.

Do thời gian dẫn hàng L = 12 (ngày) dài hơn chu kì hàng, nên thời điểm đặt hàng sẽ là 12 - 10 = 2 ngày và ngưỡng đặt lại hàng là 200 đơn vị. Điều này có nghĩa là khi hàng trong kho còn 200 đơn vị thì cần tiến hành đặt mua hàng để bổ sung vào kho (cho chu kì hàng lần sau nữa). Như vậy, cần đặt lại hàng lần tiếp theo vào thời điểm sau 8 ngày kể từ khi nhập hàng lần trước vào kho.

Chú ý:

– Công thức (*) còn được viết dưới dạng $y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}} = \sqrt{\frac{2KD}{C}}$ (**), trong đó D là nhu cầu hàng cả năm (tính theo đơn vị hàng) còn C là chi phí lưu kho/đơn vị/năm. Thật vậy, nếu đặt β là tốc độ tiêu thụ hàng/ngày và h là chi phí lưu kho/đơn vị/ngày thì $D = 360\times\beta$ và $C = 360\times h$ nên có điều phải chứng minh.

– Hơn nữa, nếu việc bổ sung hàng (nhập hàng) vào kho không có tính tức thời mà với tốc độ đều α đơn vị hàng/đơn vị thời gian thì công thức (**) trở thành

$$y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h(1-\beta/\alpha)}} = \sqrt{\frac{2KD}{C(1-\beta/\alpha)}}\ . (***)$$

Dễ thấy rằng khi $\alpha = +\infty$ (bổ sung hàng tức thời) thì công thức (**) có dạng (*).

– Trong một số trường hợp, chúng ta có thể áp dụng chính sách "khách hàng đợi đợt hàng mới": Khách hàng đã có hợp đồng mua, nhưng trong kho chưa có hàng. khách hàng tiếp tục chờ cho tới khi có hàng để mua theo hợp đồng đã kí. Chính sách này có thể làm giảm chi phí lưu kho, cũng như làm giảm vốn "đọng'' (tại sao?), nhưng có thể làm phát sinh chi phí do bắt khách hàng chờ đợi. Chi phí loại này được gọi là chi phí phát sinh do nợ hàng hay chi phí nợ hàng (*Backorder Cost*). Mô hình tĩnh với một mặt hàng cho phép (cố ý) để xảy ra tình trạng nợ hàng như vậy được gọi là mô hình trả hàng nợ (*Backordering*). Gọi C' là chi phí nợ hàng/đơn vị hàng nợ/năm. Có thể chứng minh được các công thức sau đây cho *mô hình trả hàng nợ* với B* là *lượng hàng nợ tối ưu* trong một chu kì hàng:

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{C}\times\frac{C+C'}{C'}} \text{ và } B^* = \frac{C}{C+C'}y^* \text{ khi } \alpha = +\infty \text{ (bổ sung hàng tức thời),}$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2KD}{C(1-\beta/\alpha)}\times\frac{C+C'}{C'}} \text{ và } B^* = \frac{C}{C+C'}y^*(1-\beta/\alpha) \text{ (bổ sung không tức thời).}$$

Ví dụ 2: Nhu cầu hàng ngày về một mặt hàng là 5 đơn vị. Chi phí đặt hàng là 25 USD cho mỗi lần đặt hàng. Tốc độ nhập bổ sung hàng vào kho 30 đơn vị/ngày. Chi phí lưu kho là 10,56 USD/đơn vị hàng/năm. Nhu cầu hàng cho cả năm đã được dự báo là 1500 đơn vị. Hãy xác định lượng đặt hàng tối ưu.

Ta có $y^* = \sqrt{\dfrac{2KD}{C(1-\beta/\alpha)}} = \sqrt{\dfrac{2\times 25\times 1500}{10{,}56\times(1-5/30)}} = 92{,}3$ đơn vị.

Ví dụ 3: Chi phí đặt hàng là 50 USD cho mỗi lần đặt hàng. Tốc độ nhập bổ sung hàng vào kho 10 đơn vị/ngày. Chi phí lưu kho là 13,75 USD/đơn vị hàng/năm. Chi phí nợ hàng là 25 USD/đơn vị hàng nợ/năm. Nhu cầu hàng cho cả năm đã được dự báo là 350 đơn vị, với tốc độ tiêu thụ là khoảng 1,1667 đơn vị hàng/ngày. Hãy xác định lượng đặt hàng tối ưu và lượng hàng nợ tối ưu trong một chu kì hàng.

Ta có: $y^* = \sqrt{\dfrac{2KD}{C(1-\beta/\alpha)}\times\dfrac{C+C'}{C'}} = \sqrt{\dfrac{2\times 50\times 350}{13{,}75(1-1{,}1667/10)}\times\dfrac{13{,}75+25}{25}} \approx 67$ đơn vị hàng

và $B^* = \dfrac{C}{C+C'}y^*(1-\beta/\alpha) = \dfrac{13{,}75}{13{,}75+25}\times 67\times\left(1-\dfrac{1{,}1667}{10}\right) \approx 21$ đơn vị hàng.

2.2. Mô hình tĩnh một mặt hàng với dự trữ đệm

Rõ ràng rằng, mô hình tĩnh Wilson là khá đơn giản, trong đó chúng ta đã giả thiết: tốc độ tiêu thụ hàng là không đổi và do đó lượng hàng tiêu thụ trong khoảng thời gian dẫn hàng là một hằng số. Giả thiết này có thể là chấp nhận được trong các bài toán thực tế nếu tốc độ tiêu thụ hàng tuy có biến động nhưng không thay đổi đáng kể. Mặc dù vậy, sẽ là sát với thực tế hơn nếu chúng ta giả thiết lượng hàng tiêu thụ trong khoảng thời gian dẫn hàng là biến thiên. Vì vậy, chúng ta luôn cần có một lượng dự trữ đệm trong kho sao cho khả năng hàng thiếu hàng trong thời gian dẫn hàng là thấp.

Ví dụ 4: Ví dụ này gần giống với ví dụ 1 mục 2.1. Biết tốc độ tiêu thụ hàng trung bình/ngày là $\beta = 100$ đơn vị và độ lệch chuẩn của tốc độ tiêu thụ hàng/ngày là $\gamma = 10$. Chi phí đặt hàng là 100 USD cho mỗi lần đặt hàng. Thời gian nhập bổ sung hàng vào kho là không đáng kể. Chi phí lưu kho là 0,02 USD/đơn vị hàng/ngày. Thời gian dẫn hàng là L = 2 ngày. Giả sử lượng hàng tiêu thụ trong khoảng thời gian dẫn hàng là biến ngẫu nhiên tuân theo phân phối chuẩn N (μ_L, σ_L^2) với $\mu_L = L\beta = 2\times 100 = 200$, $\sigma_L = 10\sqrt{2} \approx 14{,}14$. Hãy xác định lượng hàng dự trữ đệm B_α trong kho sao cho khả năng thiếu hàng trong thời gian dẫn hàng không vượt quá một ngưỡng α khá thấp cho trước: $P(X \ge B_\alpha + L\beta) \le \alpha$ hay $P(X \ge B_\alpha + \mu_L) \le \alpha$. Chọn $\alpha = 0{,}05$, ta có:

$$P(X \geq B_\alpha + \mu_L) \leq 0{,}05 \Leftrightarrow P\left(\frac{X-\mu_L}{\sigma_L} \geq \frac{B_\alpha}{\sigma_L}\right) \leq 0{,}05 \Leftrightarrow P\left(Z \geq \frac{B_\alpha}{\sigma_L}\right) \leq 0{,}05.$$

Trong đó Z là biến chuẩn N(0, 1). Tra bảng phân phối chuẩn ta có $t_{0,05} = 1{,}64$. Do đó $B_\alpha/14{,}14 \geq 1{,}64$ hay $B_\alpha \geq 14{,}14 \times 1{,}64 = 23{,}2$. Như vậy, cần có dự trữ đệm tối thiểu là 23,2 đơn vị hàng, lúc đó xác suất để X vượt quá 200 + 23,2 = 223,2 là nhỏ hơn 0,05 hay mức an toàn dịch vụ là 95% (không để xảy ra tình trạng hàng thiếu). Chi phí/năm cho việc đảm bảo dự trữ đệm B_α là $B_\alpha \times C$ với C là chi phí lưu kho/đơn vị hàng/năm. Mức an toàn dịch vụ càng cao thì chi phí này càng tăng vọt.

Chú ý: Các hệ thống quản lí hàng dự trữ có thể được chia thành hai dạng dựa trên khái niệm thời điểm đặt lại hàng.

Dạng 1: Các hệ thống với thời điểm đặt lại hàng cố định (*Fixed - Reorder - Point System*) như trình bày trong ví dụ 1 mục 2.1 (cần đặt lại hàng lần tiếp theo vào thời điểm sau 8 ngày kể từ khi nhập hàng lần trước vào kho) và ví dụ ngay trên đây (thường xuyên có lượng dự trữ đệm trong kho).

Dạng 2: Các hệ thống với báo cáo theo dõi định kì (*Fixed - Review - Interval System*). Trong các hệ thống này, sau một khoảng thời gian nhất định cần tiến hành kiểm lại số hàng còn lưu trong kho. Sau đó căn cứ dự báo về tốc độ tiêu thụ hàng trong thời gian tới (cho tới trước khi nhập hàng lần sau theo kế hoạch) để xác định mức an toàn dịch vụ (bằng phương pháp tương tự như trình bày trong ví dụ trên đây). Nếu mức an toàn thấp (dưới 60% chẳng hạn) thì cần nhập bổ sung thêm ngay một đợt đặt hàng. Việc nhập hàng bổ sung như vậy có thể làm gia tăng chi phí đặt hàng, nhưng làm giảm được chi phí lưu kho đối với lượng hàng dự trữ đệm.

2.3. Mô hình tĩnh một mặt hàng với giá chiết khấu

Xét mô hình tĩnh một mặt hàng với các yếu tố và tham số sau:

- Nhu cầu hàng là nhu cầu tĩnh, tức là tốc độ tiêu thụ hàng là đều (kí hiệu là β).

- Bổ sung hàng có tính tức thời.

- Thời gian dẫn hàng là một hằng số.Tình trạng thiếu hàng (so với nhu cầu tiêu thụ hàng) không xảy ra.

- Nếu lượng đặt hàng là $y < q$ thì giá hàng là: c_1/đơn vị hàng, còn nếu lượng đặt hàng là $y \geq q$ thì giá hàng là: c_2/đơn vị hàng với: $c_1 > c_2$. Ở đây q là ngưỡng đặt hàng được ưu đãi giá chiết khấu, hay gọi tắt là *ngưỡng chiết khấu* (*Quantity Discount*).

Chúng ta tính được tổng chi phí/đơn vị thời gian (bao gồm chi phí mua hàng, đặt hàng và lưu kho) là: Trường hợp 1: khi $y < q$ ta có $TCU_1(y) = \beta c_1 + K\beta/y + hy/2$. Trường hợp 2: khi $y \geq q$ ta có $TCU_2(y) = \beta c_2 + K\beta/y + hy/2$. Cả hai hàm số $TCU_1(y)$ và $TCU_2(y)$ đều đạt cực tiểu tại $y_m = \sqrt{2K\beta/h}$ (xem hình VII.3)

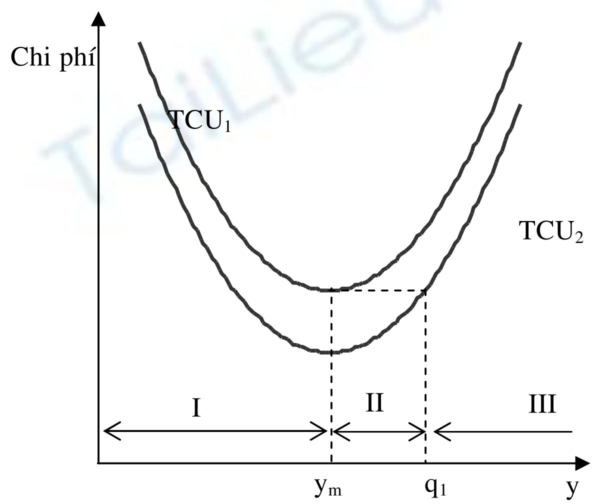
Các đồ thị của các hàm $TCU_1(y)$ và $TCU_2(y)$ trên hình VII.3 cho thấy lượng đặt hàng tối ưu y* phụ thuộc vào ngưỡng chiết khấu q. Gọi q_1 là nghiệm (lớn hơn) của phương trình $TC\ U_1(y_m) = TC\ U_2(q_1)$, lúc đó ta có thể xác định y* như sau:

Trường hợp 1: Nếu $0 \le q < y_m$ thì $y^* = y_m$ (lúc này ta đặt lượng hàng y_m và mua với giá chiết khấu với $TCU_{Min} = M_1$, xem hình VII.4a).

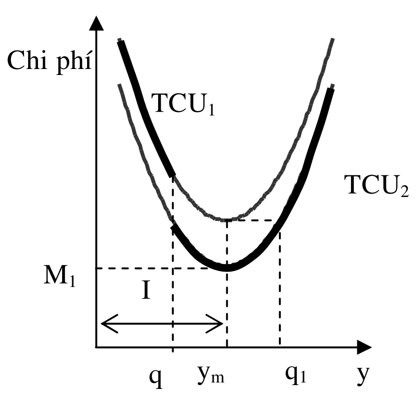
Trường hợp 2: Nếu $y_m \le q < q_1$ thì $y^* = q$ (lúc này ta đặt lượng hàng vừa vặn bằng ngưỡng chiết khấu q và mua với giá chiết khấu với $TCU_{min} = M_2$, xem hình VII.4b).

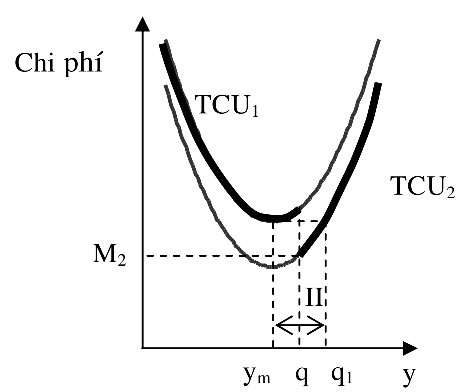
Trường hợp 3: Nếu $q \ge q_1$ thì $y^* = y_m$ (lúc này ta đặt lượng hàng y_m và không mua với giá chiết khấu với $TCU_{Min} = M_3$, xem hình VII.4c).

Chú ý: Mô hình trên đây có thể được tổng quát hóa khi có nhiều ngưỡng chiết khấu.

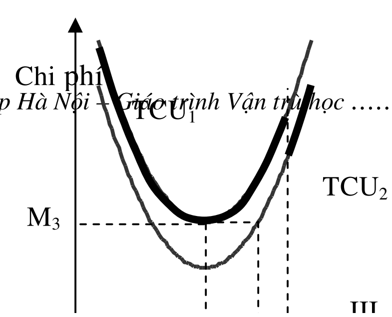


Hình VII.3. Đồ thị các hàm tổng chí phí/đơn vị thời gian





Hình VII.4a. q rơi vào vùng I: $0 \le q < y_m$ *Hình VII.4b. q rơi vào vùng II: $y_m \le q < q_1$*



Hình VII.4c. q rơi vào vùng III: $q \geq q_1$

Ví dụ 5: Xét mô hình tĩnh một mặt hàng với giá chiết khấu, trong đó: K= 10 USD, h = 1 USD, β = 5 (đơn vị hàng/ngày), q = 15, c_1= 2 USD, c_2 = 1 USD, $y_m = \sqrt{2K\beta/h}$ =10.

Tìm q_1 từ điều kiện: $TCU_1(y_m) = TCU_2(q_1) \Leftrightarrow \beta c_1 + K\beta/y_m + hy_m/2. = \beta c_2 + K\beta/q_1 + hq_1/2. \Leftrightarrow q_1^2 - 30q_1 + 100 = 0 \Leftrightarrow q_1 = 26{,}18$ (lấy) hoặc $q_1 = 3{,}82$ (loại). Do $y_m \leq q < q_1$ nên chúng ta xét trường hợp 2 và quyết định chọn y* = q = 15.

2.4. Mô hình tĩnh nhiều mặt hàng với diện tích kho hạn chế

Mô hình này xem xét hệ thống quản lí dự trữ đồng thời n mặt hàng (n > 1) với A là diện tích tối đa của kho lưu giữ tất cả các mặt hàng. Đối với mặt hàng i bất kì, một đơn vị hàng cần a_i đơn vị diện tích, i =1, 2,..., n. Sau đây là các giả thiết của mô hình:

– Điều kiện ràng buộc về diện tích kho: $\sum_{i=1}^{n} a_i y_i \leq A$.

– Các mặt hàng được bổ sung tức thời.

– Không có giá chiết khấu.

– Tình trạng thiếu hàng không xảy ra.

Các kí hiệu y_i, β_i, K_i, h_i là lượng đặt hàng, tốc độ tiêu thụ hàng/đơn vị thời gian, chi phí đặt hàng/lần và chi phí lưu kho/đơn vị hàng/đơn vị thời gian cho mặt hàng thứ i, i = 1, 2,..., n.

Vậy chúng ta có bài toán tối ưu phi tuyến sau:

$$TCU(y_1, y_2,..., y_n) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{K_i\beta_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2}\right) \to \text{Min}, \text{ với các ràng buộc}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} a_i y_i \leq A, \\ y_i > 0, \ \forall i = 1, 2, ..., n. \end{cases}$$

Bài toán này có thể giải được bằng phương pháp nhân tử Lagrange, hay các phương pháp thích hợp khác.

Trường hợp 1: Tính các nghiệm $y_i^* = \sqrt{2K_i\beta_i / h_i}$, $\forall$ i = 1, 2,..., n. Nếu điều kiện $\sum_{i=1}^{n} a_i y_i \le A$ được thỏa mãn thì đây chính là các lượng đặt hàng tối ưu.

Trường hợp 2: Các nghiệm y_i^* không thoả mãn ràng buộc $\sum_{i=1}^{n} a_i y_i \le A$. Lúc này có thể áp dụng phương pháp nhân tử Lagrange, hay một phương pháp tối ưu phi tuyến thích hợp khác. Sau đây, chúng ta áp dụng phương pháp nhân tử Lagrange.

Trước hết, cần cực tiểu hóa hàm Lagrange (với $\lambda < 0$ là nhân tử Lagrange):

$$L(\lambda, y_1, y_2, ..., y_n) = TCU(y_1, y_2, ..., y_n) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} a_i y_i - A\right) \to \text{Min}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{K_i\beta_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2}\right) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} a_i y_i - A\right) \to \text{Min}$$

Điều kiện cần để đạt cực trị là:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial y_i} = -\dfrac{K_i\beta_i}{y_i^2} + \dfrac{h_i}{2} - \lambda a_i = 0, \quad \forall i = 1, 2, ..., n \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^{n} a_i y_i + A = 0. \end{cases}$$

Từ đó có $y_i^* = \sqrt{2K_i\beta_i / \left(h_i - 2\lambda^* a_i\right)}$. Có thể nhận thấy, y_i^* phụ thuộc vào λ^*, còn nếu $\lambda^* = 0$ thì đây là trường hợp không có hạn chế về diện tích lưu kho. Ngoài ra, giá trị λ^* có thể tìm được bằng phương pháp thử đúng sai (*Trial - Error Method*).

Ví dụ 6: Xét mô hình tĩnh quản lí hàng dự trữ với ba mặt hàng với A = 25 m^2 và các tham số khác được tổng hợp trong bảng VII.2.

Bảng VII.2. Các tham số cho ba mặt hàng

Loại hàng i	K_i	β_i	h_i	a_i
1	10	2	0,3	1
2	5	4	0,1	1
3	15	4	0,2	1

Bảng VII.3. Tìm λ bằng phương pháp thử đúng sai