x_3	h_2x_3	$f_2(x_3/z_2) = C_2(z_2) + h_2x_3 + f_1(x_3 + D_2 - z_2)$							Phương án tối ưu	
		$z_2 = 0$	1	2	3	4	5	6		
		$C_2(z_2) = 0$	17	27	37	57	77	97	$f_2(x_3)$	z_2^*
0	0	55	51	50					50	2
1	3	79	75	64	63				63	3
2	6	103	99	88	77	86			77	3
3	9	127	123	112	101	100	109		100	4
4	12	151	147	136	125	124	123	132	123	5

Giai đoạn 3:

$$f_3(x_4) = \underset{0 \le z_3 \le D_3 + x_4}{\text{Min}} \{C_3(z_3) + h_3x_4 + f_2(x_4 + D_3 - z_3)\},\ D_3 = 4,\ x_4 = 0.$$

Kết quả tính toán được thể hiện trong bảng VII.7.

Bảng VII.7. Kết quả tính toán giai đoạn 3

x_4	h_3x_4	$f_3(x_4/z_3) = C_3(z_3) + h_3x_4 + f_2(x_4 + D_3 - z_3)$					Phương án tối ưu	
		$z_3 = 0$	1	2	3	4		
		$C_3(z_3) = 0$	16	26	36	56	$f_3(x_4)$	z_3^*
0	0	123	116	103	99	106	99	3

Kết quả cuối cùng: giá trị của các biến điều khiển là $z_1^* = 2$, $z_2^* = 3$, $z_3^* = 3$. Như vậy để tổng chi phí dự trữ hàng thấp nhất (là 99 USD), trong các giai đoạn 1, 2 và 3 cần đặt các lượng hàng tối ưu theo thứ tự là 2, 3, 3.

Chú ý: Khối lượng tính toán theo quy trình truy toán tiến như trình bày trên đây có thể được rút gọn rất đáng kể trong trường hợp hàm chi phí mua hàng/đơn vị và chi phí lưu kho/đơn vị là hằng số hoặc là hàm giảm. Bạn đọc quan tâm có thể xem thêm trong các tài liệu tham khảo.

3. MÔ HÌNH LẬP KẾ HOẠCH SẢN XUẤT N CHU KÌ

Xét bài toán lập kế hoạch sản xuất cho N chu kì kế tiếp nhau. Nhu cầu tiêu thụ hàng trong từng chu kì đã được biết và không nhất thiết phải như nhau. Mô hình được xem xét nhằm giảm tổng chi phí sản xuất và chi phí dự trữ hàng với các giả thiết sau:

– Trường hợp 1: Không cho phép để xảy ra tình trạng nợ hàng. Trường hợp 2: Cho phép nợ hàng và hàng nợ được chuyển sang các chu kì sau, nhưng phải trả xong trong phạm vi thời gian N chu kì.

– Chi phí khởi động lại (dây chuyền sản xuất) được coi là bằng 0.

Chúng ta sử dụng các kí hiệu sau cho các chu kì i, i =1, 2,..., N:

– c_i là chi phí sản xuất/đơn vị thời gian trong giờ làm việc.

– d_i là chi phí sản xuất/đơn vị thời gian ngoài giờ làm việc ($c_i < d_i$).

– h_i là chi phí lưu kho/đơn vị hàng.

– p_i là chi phí phát sinh do nợ hàng/đơn vị hàng nợ trong chu kì i và được trả nợ cho khách hàng trong chu kì i + 1.

– a_{Ri} là khả năng sản xuất (tính theo đơn vị hàng) trong giờ làm việc.

– a_{Ti} là khả năng sản xuất (tính theo đơn vị hàng) ngoài giờ làm việc.

– b_i là nhu cầu tiêu thụ hàng.

Chú ý: Mô hình này (với hai mức chi phí sản xuất) có thể được mở rộng cho mô hình với nhiều mức chi phí sản xuất, trong đó hàm chi phí sản xuất (phụ thuộc vào mức sản xuất) là hàm lồi.

3.1. Mô hình lập kế hoạch không cho phép nợ hàng

Chúng ta phát biểu lại mô hình với các thuật ngữ của bài toán vận tải (Xem bảng VII.8): Các lượng cung là a_{Ri} và a_{Ti} còn các lượng cầu là b_i. Các chi phí vận chuyển từ điểm cung tới điểm cầu là tổng của các chi phí sản xuất và chi phí lưu kho. Cột hàng thừa được dùng để cân bằng tổng cung cầu với $S = \sum_i (a_{Ri} + a_{Ti}) - \sum_j b_j$. Điều này được coi là hợp lí vì chúng ta giả sử rằng khả năng sản xuất của hệ thống luôn đáp ứng được (lớn hơn) tổng nhu cầu tiêu thụ hàng trong cả N chu kì.

Bảng VII.8. Tổng hợp dữ liệu

(cho bài toán lập kế hoạch sản xuất không cho phép nợ hàng)

	1	2	3	…	N	Cột dư	
R_1	c_1	c_1+h_1	$c_1+h_1+h_2$		$c_1+h_1+\ldots+h_{N-1}$	0	a_{R1}
T_1	d_1	d_1+h_1	$d_1+h_1+h_2$		$d_1+h_1+\ldots+h_{N-1}$	0	a_{T1}
R_2		c_2	c_2+h_2		$c_2+h_2+\ldots+h_{N-1}$	0	a_{R2}
T_2		d_2	d_2+h_2		$d_2+h_2+\ldots+h_{N-1}$	0	a_{T2}
…					…	…	…
R_N					c_N	0	a_{RN}
T_N					d_N	0	a_{TN}
	b_1	b_2	b_3		b_N	S	

Do mô hình không cho phép nợ hàng, chúng ta cần có giả thiết:

$$\sum_{i=1}^{k} (a_{Ri} + a_{Ti}) \geq \sum_{j=1}^{k} b_i \text{ với } k = 1, 2, \ldots, N.$$

Ngoài ra, do nhu cầu b_i của chu kì i phải được đáp ứng trước các nhu cầu $b_{i+1},..., b_N$ và do điều kiện $c_i < d_i$, thuật toán để giải bài toán lập kế hoạch được phát biểu vắn tắt như sau (theo thuật ngữ của bài toán vận tải):

– Trước hết đáp ứng nhu cầu tiêu thụ hàng của chu kì 1, tức là xét cột 1: cần ưu tiên phân hàng vào các ô có chi phí nhỏ nhất.

– Cập nhật lại bảng vận tải (với các khả năng còn dư) để đáp ứng nhu cầu tiêu thụ hàng của chu kì 2, tức là xét cột 2: cần ưu tiên phân hàng vào các ô có chi phí nhỏ nhất.

– Quá trình giải được tiếp tục cho tới khi nhu cầu tiêu thụ hàng của chu kì N được thỏa mãn.

Ví dụ 1: Xét bài toán lập kế hoạch sản xuất với 4 chu kì và các dữ liệu được tổng hợp trong bảng VII.9. Còn kế hoạch sản xuất tối ưu được cho trong bảng VII.10.

Bảng VII.9. Tổng hợp dữ liệu

Chu kì i	Khả năng sản xuất (đơn vị hàng)		Nhu cầu tiêu thụ hàng b_i
	a_{Ri}	a_{Ti}	
1	100	50	120
2	150	80	200
3	100	100	250
4	200	50	200
Tổng	550	280	770

Bảng VII.10. Kế hoạch sản xuất tối ưu

	1	2	3	4	Cột dư	
R_1	2 **100**	2.1	2.2	2.3	0	**100**
T_1	3 **20**	3.1	3.2 **20**	3.3	0 **10**	**50 30 10**
R_2		2 **150**	2.1	2.2	0	**150**
T_2		3 **50**	3.1 **30**	3.2	0	**80 30**
R_3			2 **100**	2.1	0	**100**
T_3			3 **100**	3.1	0	**100**
R_4				2 **200**	0	**200**

T_4				3	0 **50**	**50**
	120 **20**	**200** **50**	**250** **150** **50** **20**	**200**	**60** **10**	

3.2. Mô hình lập kế hoạch cho phép nợ hàng

Trong mô hình này, dữ liệu cho bài toán lập kế hoạch cũng có thể được tổng hợp tương tự như trong bảng VI.8, với một điểm thay đổi là: các chi phí phát sinh p_i do thiếu hàng/đơn vị hàng thiếu cũng được đưa vào các ô của bảng vận tải. Chẳng hạn, tại các ô (R_N, 1) và (T_N, 1) cần điền các chi phí sau: ($c_N + p_1 +... + p_{N-1}$) và ($d_N + p_1 +... + p_{N-1}$) một cách tương ứng. Tuy nhiên để đưa ra phương án lập kế hoạch tối ưu lúc này cần áp dụng một trong các thuật toán giải bài toán vận tải đã biết ở chương II (thuật toán được đưa ra ở mục A không dùng được).

Ví dụ 2: Xét bài toán lập kế hoạch sản xuất với 3 chu kì và các dữ liệu được tổng hợp trong bảng VII.11. Ngoài ra, cũng biết chi phí sản xuất trong giờ làm việc là 5/đơn vị và ngoài giờ làm việc là 10/đơn vị (trong cả ba chu kì). Các chi phí lưu kho và chi phí phát sinh do nợ hàng là 1 và 2 cho một đơn vị hàng (trong cả ba chu kì). Còn kế hoạch sản xuất tối ưu được cho trong bảng VII.12.

Bảng VII.11. Tổng hợp dữ liệu

Chu kì i	Khả năng sản xuất (đơn vị hàng)		Nhu cầu tiêu thụ hàng b_i
	a_{Ri}	a_{Ti}	
1	15	10	20
2	15	0	35
3	20	15	15

Bảng VII.12. Kế hoạch sản xuất tối ưu

	1	2	3	Cột dư	
R_1	5 **15**	6	7	0	**15**
T_1	10 **5**	11 **5**	12	0	**10**
R_2	7	5 **15**	6	0	**15**
R_3	9	7 **5**	5 **15**	0	**20**
T_3	14	12 **10**	10	0 **5**	**15**
	20	**35**	**15**	**5**	

4. MỘT SỐ MÔ HÌNH XÁC SUẤT TRONG QUẢN LÍ HÀNG DỰ TRỮ

4.1. Mô hình xác suất với chế độ báo cáo theo dõi thường xuyên

Trong mô hình này, chúng ta giả sử rằng dự trữ hàng trong kho được theo dõi thường xuyên và một hợp đồng đặt hàng với lượng đặt hàng y sẽ được thực hiện ngay một khi mức hàng lưu kho rơi vào đúng ngưỡng đặt lại hàng R. Mục tiêu của mô hình là xác định được các giá trị tối ưu của y và R làm cực tiểu hóa kì vọng chi phí dự trữ hàng/đơn vị thời gian (trong mục này đơn vị thời gian tính bằng năm). Các giả thiết của mô hình là:

– Thời gian dẫn hàng T là biến ngẫu nhiên.

– Nhu cầu tiêu thụ hàng X trong thời gian dẫn hàng cũng là biến ngẫu nhiên.

– Nhu cầu chưa đáp ứng được trong thời gian dẫn hàng sẽ được trả “nợ” cho khách hàng.

– Phân phối xác suất của nhu cầu tiêu thụ hàng cho thời gian dẫn hàng là độc lập đối với thời điểm dẫn hàng.

– Tại mỗi thời điểm chỉ có một hợp đồng đặt hàng được coi là đáng kể.

Chúng ta sẽ sử dụng các kí hiệu sau:

– r(x/t) là hàm mật độ xác suất điều kiện của nhu cầu X với điều kiện thời gian dẫn hàng $T = t$ $(x > 0)$.

– s(t) là hàm mật độ xác suất của thời gian dẫn hàng T, $(t > 0)$.

– f(x) là hàm mật độ xác suất tuyệt đối của nhu cầu X trong thời gian dẫn hàng. Do đó: $f(x) = \int_0^\infty r(x/t)s(t)dt$.

– y là lượng đặt hàng/mỗi lần.

– D là kì vọng nhu cầu hàng/năm.

– h là chi phí lưu kho/đơn vị/năm.

– p là chi phí phát sinh do nợ hàng/đơn vị hàng/năm.

Với các giả thiết trên đây, chúng ta đi tính: Tổng chi phí dự trữ hàng/năm = (Kì vọng chi phí đặt hàng/năm) + (Kì vọng chi phí lưu kho/năm) + (Kì vọng chi phí phát sinh do nợ hàng/năm), trong đó:

– Kì vọng chi phí đặt hàng/năm = DK/y.

– Kì vọng chi phí lưu kho/năm: Đặt $\overline{H} = \dfrac{(y+E\{R\text{-}X\})+E\{R\text{-}X\}}{2} = \dfrac{y}{2} + E\{R\text{-}X\}$ là mức hàng trung bình trong kho/năm. Do kì vọng hàng tồn kho cuối mỗi chu kì là

$E\{R - X\} = \int_0^\infty (R\text{-}x)f(x)dx = R - E\{X\}$ nên kì vọng chi phí lưu kho/năm là $h\overline{H}$ = $h\left(\frac{y}{2} + R - E\{X\}\right)$.

– Kì vọng chi phí phát sinh do nợ hàng/năm:

Đặt S = $\begin{cases} 0, & X \le R \\ X - R, & X > R \end{cases}$ là lượng hàng thiếu trong một chu kì hàng thì kì vọng lượng hàng thiếu/chu kì hàng là $\overline{S}$ = $\int_0^\infty S(x)f(x)dx = \int_R^\infty (x - R)f(x)dx$. Do hàng năm có trung bình (D/y) lần đặt hàng nên kì vọng chi phí phát sinh do nợ hàng/năm là $p(D\overline{S}/y)$.

Vậy tổng chi phí dự trữ hàng/năm TAC(y, R) $= \frac{DK}{y} + h\left(\frac{y}{2} + R - E\{X\}\right) + \frac{pD\overline{S}}{y}$. Trong công thức này chi phí phát sinh do nợ hàng/năm được coi là tỉ lệ với lượng hàng thiếu, mà không phụ thuộc vào thời gian thiếu hàng nhằm mục đích đơn giản hóa mô hình. Điều kiện cần để TAC(y, R) đạt cực tiểu là:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial TAC}{\partial y} = -\dfrac{DK}{y^2} + \dfrac{h}{2} - \dfrac{pD\overline{S}}{y^2} = 0 \\ \dfrac{\partial TAC}{\partial R} = h - \dfrac{pD}{y}\displaystyle\int_R^\infty f(x)dx = 0. \end{cases}$$

Từ phương trình đầu sẽ có: y* = $\sqrt{2D(K + p\overline{S})/h}$ (*).

Còn từ phương trình thứ hai sẽ có: $\int_{R^*}^\infty f(x)dx = \frac{hy^*}{pD}$ (**).

Để giải hệ (*) và (**) chúng ta áp dụng phương pháp của Hadley và Whitin (có thể chứng minh được phương pháp này hội tụ sau một số hữu hạn bước nếu hệ có nghiệm) theo các bước sau:

– Trong (*) cho $\overline{S}$ = 0 (hoặc cho R = ∞) thì có y* = $\sqrt{2DK/h}$.

– Cho R = 0 thì từ (*) có y* = $\hat{y} = \sqrt{2D(K + pE\{X\})/h}$ và từ (**) có y* $= \tilde{y} = pD/h$. Có thể chứng minh được, nếu $\tilde{y} \ge \hat{y}$ thì các giá trị tối ưu của y và R là tồn tại duy nhất.

– Đặt y* = y_1 = $\sqrt{2DK/h}$ và thay vào (**) để tìm được R* = R_1.

– Dựa vào giá trị R* = R_1, thay vào (*) để tìm được y* = y_2.

– Dựa vào y* = y_2, thay vào (**) để tìm được R* = R_2.

– v.v…

Quy trình tính toán trên đây sẽ lặp lại cho tới khi hai giá trị liên tiếp tìm được của R là gần bằng nhau. Lấy giá trị trung bình của hai giá trị này là giá trị cuối cùng của R*, sau đó tính tiếp giá trị cuối cùng của y* từ (*).

Ví dụ 1: Cho K = 100 USD, D = 1000 đơn vị hàng, p = 10 USD, h =2 USD. Ngoài ra giả sử nhu cầu tiêu thụ hàng X trong thời gian dẫn hàng là biến ngẫu nhiên tuân theo phân phối đều trong [0, 100].

Lúc đó tính được $\hat{y} = \sqrt{2D(K + pE\{X\})/h} = \sqrt{2 \times 1000 \times (100 + 10 \times 50)/2} \approx 774{,}5$ và $\tilde{y} = pD/h = \dfrac{10 \times 1000}{2} = 5000$. Do $\tilde{y} \geq \hat{y}$ nên các giá trị tối ưu y* và R* là tồn tại duy nhất.

Tính $\bar{S} = \int_R^{\infty} (x - R) f(x) dx = \int_R^{\infty} (x - R) \dfrac{1}{100} dx = \dfrac{R^2}{200} - R + 50$.

Từ (*) có: $y^* = \sqrt{2D(K + p\bar{S})/h} = \sqrt{2 \times 1000 \times (100 + 10\bar{S})/2} = \sqrt{100000 + 10000\bar{S}}$ (***)

Từ phương trình (**) có: $\int_{R^*}^{100} \dfrac{1}{100} dx = \dfrac{2y^*}{10 \times 1000}$, do đó $R^* = 100 - \dfrac{y^*}{50}$ (****).

Áp dụng phương trình (****) để tính R_i khi đã biết y_i và phương trình (***) để tính y_{i+1} khi đã biết R_i, chúng ta có:

Bước lặp 1: $y_1 = \sqrt{2DK/h} = \sqrt{2 \times 1000 \times 100/2} = 316$

$R_1 = 100 - \dfrac{316}{50} = 93{,}68.$

Bước lặp 2: $\bar{S} = \dfrac{R_1^2}{200} - R_1 + 50 = 0{,}199971$

$y_2 = \sqrt{100000 + 10000 \times 0{,}199971} = 319{,}37$

$R_2 = 100 - \dfrac{319{,}37}{50} = 93{,}612.$

Bước lặp 3: $\bar{S} = \dfrac{R_2^2}{200} - R_2 + 50 = 0{,}20403$

$y_3 = \sqrt{100000 + 10000 \times 0{,}20403} = 319{,}43$

$R_3 = 100 - \dfrac{319{,}43}{50} = 93{,}611.$

Đáp số: R* ≈ 93,61, y* ≈ 319,4.