dụ 1 mục 4.2, chúng ta giả thiết hàng được tiêu thụ đều đặn chứ không phải được tiêu thụ tức thời.

Lúc đó q = (p-c)/(p+c) = 0,8 nên: $\int_0^{y^*}\frac{1}{10}dD + y^*\int_{y^*}^{\infty}\frac{1}{10D}dD$ = q = 0,8 hay (1/10)(y* - y*lny* + 2,3y*) = 0,8. Từ đó có 3,3y* - y*lny* - 8 = 0. Giải phương trình này bằng phương pháp thích hợp sẽ tìm được y* = 4,5. Đây là kết quả khác với đáp số trong ví dụ ở mục 3.2.

c. Nhu cầu được tiêu thụ tức thời, cần có chi phí khởi động lại

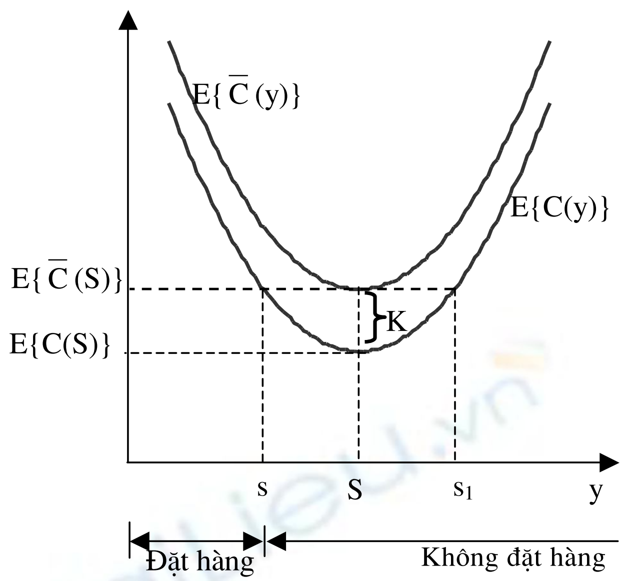
Các kí hiệu và giả thiết của mô hình này giống với mục A, trừ một điểm: mô hình sẽ giả thiết rằng chi phí khởi động lại (hay chi phí đặt hàng) là đáng kể. Kí hiệu $E\{\overline{C}(y)\}$ là kì vọng tổng chi phí dự trữ hàng bao gồm cả chi phí khởi động lại, ta có:

$$E\{\overline{C}(y)\} = K + c(y\text{-}x) + h\int_0^y (y-D)f(D)dD + p\int_y^{\infty}(D-y)f(D)dD = K + E\{C(y)\}$$

Do K là hằng số, giá trị cực tiểu của $E\{\overline{C}(y)\}$sẽ đạt tại y* (như đã tính trong mục A, làm cho E{C(y)} đạt cực tiểu):

$$\int_0^{y^*} f(D)dD = \frac{p-c}{p+h}.$$

Đồ thị các hàm số E{C(y)} và $E\{\overline{C}(y)\}$ được minh họa trên hình VII.7, với S = y* còn s là nghiệm nhỏ hơn (được giả sử là số không âm) của phương trình E{C(y)} = $E\{\overline{C}(y^*)\}$ với *giả thiết hàm số E{C(y)} là hàm lồi.*



Hình VII.7. Đồ thị E{C(y)} và E{ $\overline{C}$ (y)} và vùng đặt hàng

Do E{C(s)} = E{ $\overline{C}$ (S)} = K + E{C(S)}, nên với lượng hàng x tồn đọng kho đầu chu kì, *quy tắc về đặt hàng* được xác định sau:

Trường hợp 1: x < s. Lúc này nếu không đặt hàng (bổ sung vào kho) thì kì vọng chi phí dự trữ hàng là E{C(x)} > E{ $\overline{C}$ (S)} = K + E{C(S)}(xem hình VI.7), nên lựa chọn tốt nhất là cần dự trữ một lượng hàng y* = S trong kho. Vậy *cần đặt hàng và lượng đặt hàng là S - x.*

Trường hợp 2: x ≥ s. Nếu s ≤ x < S thì *không nên đặt hàng* (bổ sung vào kho) vì kì vọng chi phí dự trữ hàng là E{C(x)} < E{ $\overline{C}$ (S)} (xem hình VI.7) và lựa chọn tốt nhất là dự trữ một lượng hàng y* = x trong kho. Với x ≥ S, *không nên đặt hàng* (bổ sung vào kho), vì nếu đặt hàng thì với mọi lượng dự trữ y > x ta đều có: E{C(x)} < E{ $\overline{C}$ (y)} (xem thêm hình VI.7).

Chú ý rằng khi hàm số E{C(y)} không là hàm lồi cũng nhủ khi s < 0 thì quy tắc đặt hàng trên không áp dụng được.

Ví dụ 5: Xét mô hình một chu kì với h = 0,5 USD, p = 4,5 USD và c = 0,5 USD. Nhu cầu tiêu thụ hàng tuân theo phân phối đều trong [0, 10]. Tuy nhiên, khác so với ví dụ 1 mục 4.2, chúng ta giả thiết hàng được tiêu thụ tức thời ngay sau khi nhập và cần có chi phí đặt hàng K = 25 USD. Ngoài ra, lượng hàng tồn đọng kho đầu chu kì là x = 2. Do y* = 8 trong ví dụ ở mục 3.2, nên S = 8. Để xác định s, cần xét:

$$E\{C(y)\} = c(y\text{-}x) + h\int_0^y (y-D)f(D)dD + p\int_y^\infty (D-y)f(D)dD$$

$$= 0{,}5(y\text{-}x) + 0{,}5\int_0^y \frac{1}{10}(y-D)dD + 4{,}5\int_y^\infty \frac{1}{10}(D-y)dD = 0{,}25y^2 - 4{,}0y + 22{,}5 - 0{,}5x.$$

Do đó $E\{C(s)\} = E\{\overline{C}(S)\} = K + E\{C(S)\}$

$\Leftrightarrow 0{,}25s^2 - 4{,}0s + 22{,}5 - 0{,}5x = 25 + 0{,}25S^2 - 4{,}0S + 22{,}5 - 0{,}5x.$

Cho $S = 8$ ta có $s^2 - 16s - 36 = 0$ hay $s = -2$ và $s_1 = 18$. Do $s < 0$ nên lúc này chúng ta không áp dụng được quy tắc đặt hàng một cách trực tiếp. Tuy nhiên, theo minh họa trên hình VI.7, nếu $s < 0$ thì không nên đặt hàng.

Trong trường hợp K = 4 USD thì chúng ta có phương trình $s^2 - 16s + 48 = 0$ với hai nghiệm $s = 4$ và $s_1 = 12$. Lúc này, $x < s$ nên cần đặt hàng với lượng đặt hàng là $S - x = 6$ (đơn vị hàng).

4.3. Mô hình xác suất nhiều chu kì

Các mô hình xác suất nhiều chu kì (số chu kì là hữu hạn hay vô hạn) trong mục này được xây dựng với các giả thiết như sau:

– Mô hình có thể cho phép có hàng nợ hay không có hàng nợ.

– Thời gian dẫn hàng dương hoặc bằng 0.

– Số chu kì N thường được coi là hữu hạn. *Trường hợp số chu kì vô hạn được xem như trường hợp giới hạn khi cho $N \to \infty$.*

– Không có chi phí khởi động lại/chi phí đặt hàng (hoặc chi phí loại này được tính gộp vào chi phí mua hàng/đơn vị).

– Mô hình nhằm mục tiêu cực đại hóa hàm lợi nhuận (bằng phương pháp quy hoạch động với tính toán lùi) có tính tới giá trị tiền tệ chiết khấu (tức là, nếu α là hệ số chiết khấu thì lượng tiền S hiện tại tương đương với lượng tiền $\alpha^n S$ sau n chu kì, $\alpha<1$, $n\geq1$).

– Nhu cầu tiêu thụ hàng được coi là nhu cầu dừng (tức là hàm mật độ xác suất f(D) là như nhau cho mọi chu kì với D là nhu cầu tiêu thụ hàng trong từng chu kì). Khi số chu kì là hữu hạn, các mô hình dừng sẽ được sửa chỉnh thành các mô hình không dừng bằng cách thay hàm mật độ f(D) bởi các hàm mật độ $f_i(D_i)$ cho mỗi chu kì i (D được thay bởi D_i).

– Các mô hình với D là biến ngẫu nhiên rời rạc có thể được suy ra từ các mô hình tương ứng với D là biến ngẫu nhiên liên tục (bằng cách thay hàm mật độ xác suất f(D) bởi các hàm xác suất và dấu lấy tích phân $\int$ bởi dấu lấy tổng $\sum$).

Các mô hình như trên là khá phức tạp, mà để giải chúng cần biết tới các kĩ thuật về mô phỏng ngẫu nhiên mà chúng ta đã được nghiên cứu ít nhiều ở chương III (chẳng hạn như việc mô phỏng f(D) dựa trên các số liệu thống kê). Có thể nói đây là các chủ đề cần tiếp tục được nghiên cứu, nhất là trong lĩnh vực Tin học quản lí và Quản trị kinh doanh ở những bậc học cao hơn. Một số mô hình xác suất nhiều chu kì đơn giản được trình bày tóm lược ngay sau đây.

a. Cho phép nợ hàng, thời gian dẫn hàng bằng 0

Xét mô hình N chu kì. Kí hiệu:

– $f_i(x_i)$ là kì vọng tổng lợi nhuận lớn nhất cho các chu kì i, i+1,..., N, với x_i là lượng hàng tồn đọng từ chu kì trước chuyển sang.

– r là doanh thu/đơn vị hàng.

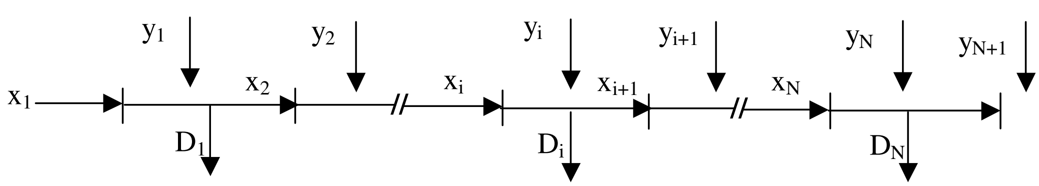
– Các kí hiệu khác giống như các mục trước.

Lúc này, mô hình được phát biểu dưới dạng bài toán quy hoạch động như sau:

$$f_i(x_i) = \max_{y_i \ge x_i}\left(-c(y_i - x_i) + \int_0^{y_i}[rD - h(y_i - D)]f(D)dD \right.$$
$$\left. + \int_{y_i}^{\infty}[ry_i + \alpha r(D - y_i) - p(D - y_i)]f(D)dD + \alpha\int_0^{\infty} f_{i+1}(y_i - D)f(D)dD \right) \quad (*),$$

$\forall$ i =1, 2,..., N và $f_{N+1}(y_N - D) \equiv 0$ (đây là quy trình tính toán lùi).

Các biến x_i (lượng hàng tồn đọng từ chu kì trước) có thể nhận giá trị âm khi chu kì i - 1 cho phép nợ hàng. $y_i = x_i + z_i$, với z_i là lượng đặt hàng trong chu kì i. Hình VII.8 sau đây minh họa quá trình điều khiển dựa trên quy hoạch động cho mô hình đang xét.



Hình VII.8. Áp dụng quy hoạch động cho mô hình N chu kì

Giải thích phương trình truy toán (*):

– $c(y_i - x_i)$ là chi phí mua hàng khi đặt mua lượng hàng z_i.

– $\int_0^{y_i}[rD - h(y_i - D)]f(D)dD$ là lợi nhuận thu được với điều kiện $D \le y_i$.

– $\int_{y_i}^{\infty}[ry_i + \alpha r(D - y_i) - p(D - y_i)]f(D)dD$ là lợi nhuận thu được với điều kiện $D > y_i$.

$-\ \alpha\int_0^\infty f_{i+1}(y_i - D)f(D)dD$ là lợi nhuận (đã được chiết khấu) thu được trong chu kì i+1 từ lượng hàng tồn đọng $x_{i+1} = y_i$ - D.

Có thể giải được phương trình truy toán trên bằng phương pháp quy hoạch động, tuy nhiên điều này đòi hỏi các tính toán khá phức tạp. Trong khi đó, việc mở rộng mô hình trên cho trường hợp số chu kì vô hạn lại có lời giải ít phức tạp hơn. Lúc đó phương trình truy toán có dạng:

$$f(x) = \operatorname*{Max}_{y\ge x}\left(-c(y-x)+\int_0^y [rD-h(y-D)]f(D)dD\right.$$
$$\left.+\int_y^\infty [ry+\alpha r(D-y)-p(D-y)]f(D)dD+\alpha\int_0^\infty f(y-D)f(D)dD\right) \quad (**).$$

Trong (**), x và y là các mức hàng trước và sau khi đặt hàng trong mỗi chu kì (nếu không đặt hàng thì x = y. Để tìm giá trị tối ưu của y*, chúng ta xét điều kiện đạo hàm bậc nhất bằng 0:

$$\frac{\partial(.)}{\partial y} = -c - h\int_0^y f(D)dD + \int_y^\infty [(1-\alpha)r+p]f(D)dD + \alpha\int_0^\infty \frac{\partial f(y-D)}{\partial y} f(D)dD = 0 \quad (***).$$

Trong biểu thức trên $\dfrac{\partial f(y-D)}{\partial y}$ = c (điều này có thể giải thích một cách trực quan như sau: nếu có thêm δ đơn vị hàng tồn đọng từ chu kì cũ chuyển sang thì lợi nhuận của chu kì tiếp theo sẽ tăng thêm cδ do lượng đặt hàng mới có thể rút đi δ đơn vị). Do đó, (***) được viết lại là:

$$-c - h\int_0^y f(D)dD + \int_y^\infty [(1-\alpha)r+p]f(D)dD + \alpha c\int_0^\infty f(D)dD = 0.$$

Vậy giá trị tối ưu y* trong mỗi chu kì được xácđịnh bởi:

$$\int_0^{y^*} f(D)dD = \frac{p+(1-\alpha)(r-c)}{p+h+(1-\alpha)r}.$$

Chính sách về đặt hàng tối ưu là: Nếu x < y* thì đặt lượng hàng là y* - x. Nếu trái lại thì không cần đặt hàng.

Ngoài ra, cũng có thể chứng minh được định lí sau đây.

Định lí 1: Xét mô hình xác suất với số chu kì hữu hạn N với các giả thiết đã nêu. Lúc đó, các lượng hàng y_i^* tối ưu cho mỗi chu kì i phải thỏa mãn:

$y_N^* \le y_{N-1}^* \le \ldots \le y_i^* \le \ldots \le y_1^* \le y^*$ với y* là giá trị tương ứng tìm được ở trên cho mô hình với số chu kì vô hạn.

b. Không cho phép nợ hàng, thời gian dẫn hàng bằng 0

Mô hình này tương tự với mô hình trong mục A, với một điểm khác biệt duy nhất: không cho phép nợ hàng, tức là, nếu D lớn hơn mức hàng y_i trong kho tại chu kì i thì số hàng nợ được "xóa sổ" và hàng tồn đọng chuyển sang chu kì i+1 là $x_{i+1} = 0$.

Phương trình truy toán cho mô hình với N chu kì không cho phép nợ hàng là:

$$f_i(x_i) = \underset{y_i \ge x_i}{\mathrm{Max}}\left(-c(y_i - x_i) + \int_0^{y_i}[rD - h(y_i - D)]f(D)dD\right.$$

$$\left. + \int_{y_i}^{\infty}[ry_i - p(D - y_i)]f(D)dD + \alpha\left[\int_0^{y_i} f_{i+1}(y_i - D)f(D)dD + \int_{y_i}^{\infty} f_{i+1}(0)f(D)dD\right]\right)$$

$\forall$ i =1, 2,..., N và $f_{N+1} \equiv 0$.

Phương trình truy toán trên có thể giải được bằng quy hoạch động nhưng đòi hỏi tính toán khá phức tạp. Phương trình truy toán cho trường hợp mô hình với số chu kì vô hạn là:

$$f(x) = \underset{y \ge x}{\mathrm{Max}}\left(-c(y - x) + \int_0^{y}[rD - h(y - D)]f(D)dD\right.$$

$$\left. + \int_{y}^{\infty}[ry - p(D - y)]f(D)dD + \alpha\left[\int_0^{y} f(y - D)f(D)dD + \int_{y}^{\infty} f(0)f(D)dD\right]\right).$$

Cho đạo hàm theo y bằng 0 và sử dụng tính chất $\dfrac{\partial f(y-D)}{\partial y} = c$, chúng ta sẽ *có quy tắc tìm y** (lượng hàng tối ưu trong mỗi chu kì) như sau:

$$\int_0^{y^*} f(D)dD = \frac{r + p - c}{h + r + p - \alpha c}.$$

Ngoài ra, định lí vẫn còn đúng với các giả thiết đã nêu trong mục B.

c. Cho phép nợ hàng, thời gian dẫn hàng khác 0

Giả thiết của mô hình này là: Nếu hợp đồng đặt hàng được đưa ra vào chu kì i thì hàng sẽ về kho vào chu kì i + k, với k > 1. Thời gian dẫn hàng k được coi là không đổi cho mọi chu kì i. Chúng ta sử dụng các kí kiệu sau:

– z, $z_1,..., z_{k-1}$ là các lượng hàng đã đặt trước đây và sẽ được nhập vào kho tại đầu các chu kì i, i+1,..., i+k-1 (xem hình VII.9).

– y = x+z là mức hàng trong kho tại đầu chu kì i, với x là lượng hàng tồn đọng từ chu kì trước chuyển sang.

– z_k là lượng đặt hàng tại chu kì i và sẽ nhập vào kho tại chu kì i + k.

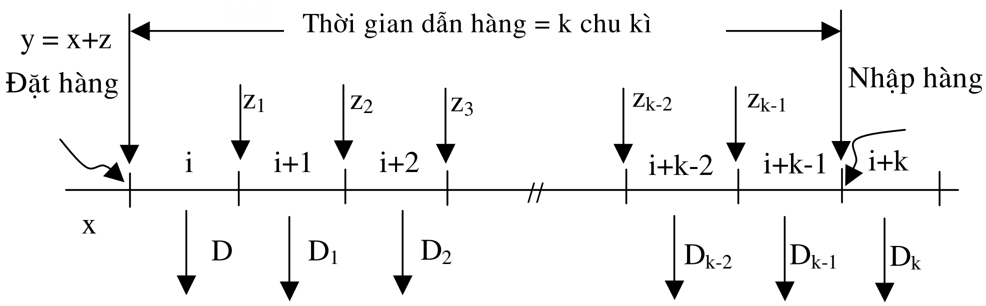
– $f_i(y, z_1,..., z_{k-1})$ là giá trị hiện tại của kì vọng lợi nhuận cực đại cho các chu kì i, i+1,..., N với điều kiện z, $z_1,..., z_{k-1}$ đã biết. Ta có:

$$f_i(y, z_1,..., z_{k-1}) = \max_{z_k \geq 0}\left\{-cz_k + L(y) + \alpha\int_0^{\infty} f_{i+1}(y+z_1-D, z_2,..., z_k)f(D)dD\right\}$$

$\forall$ i =1, 2,..., N với $f_{N+1} \equiv 0$.

Trong phương trình truy toán trên, L(y) là hiệu của kì vọng tổng doanh thu trừ đi chi phí lưu kho và chi phí phát sinh do nợ hàng của chu kì i được tính bởi:

$$L(y) = \int_0^{y}[rD-h(y-D)]f(D)dD + \int_y^{\infty}[ry+(\alpha r-p)(D-y)]f(D)dD.$$



Hình VII.9. Mô hình N chu kì với thời gian dẫn hàng khác 0

Trước hết chúng ta xét trường hợp phạm vi thời gian hữu hạn gồm k chu kì từ chu kì i tới chu kì i + k.

Đặt C_k là giá trị hiện tại của kì vọng doanh thu trong phạm vi thời gian k chu kì trên (không kể chi phí mua hàng cz_k, ta có:

$$C_k = L(y) + \alpha E\{L(y+z_1-D)\} + \alpha^2 E\{L(y+z_1-D)\} + ...$$
$$+\alpha^{k-1}E\left\{L\left(y+\sum_{j=1}^{k-1}z_j - D - \sum_{j=1}^{k-2}D_j\right)\right\}$$

(D là nhu cầu tiêu thụ hàng của chu khì i, D_j là nhu cầu tiêu thụ hàng của chu kì i + j)

Do các nhu cầu tiêu thụ hàng là độc lập và có phân phối xác suất giống nhau, với cùng hàm mật độ là F(D), nên biến ngẫu nhiên tổng $s_m = D + D_1 +...+ D_{m-1}$, m = 2, 3,...,