

thể chứng minh được quá trình SA sẽ hội tụ theo xác suất về lời giải tối ưu toàn cục) như sau:

Bước khởi tạo

Ta xuất phát từ một phương án X bất kì ban đầu thoả điều kiện ràng buộc. Lấy nhiệt độ $T = T_{\text{ban đầu}}$ khá cao ($T_{\text{ban đầu}} = 10000$, chẳng hạn).

Các bước lặp

Tại mỗi mức nhiệt độ T thực hiện các bước sau:

- i) Chọn $X' \in D$ và thuộc một lân cận đủ nhỏ của X .
- ii) Xét $\Delta f = f(X') - f(X)$. Nếu $\Delta f < 0$ thì đặt $X := X'$. Nếu trái lại khi $\Delta f > 0$ thì chấp nhận $X := X'$ với xác suất $p = \exp(-\Delta f / (K_b \times T))$, trong đó K_b là hằng số Boltzmann ($K_b = 1,38 \cdot 10^{23}$), T là nhiệt độ hiện thời trong quá trình nguội.

Quy trình i) và ii) lặp lại một số lần L đủ lớn (chẳng hạn $L = 200, 300, \dots$).

Sau đó tính mức nhiệt độ mới theo công thức $T := \alpha T$ ($\alpha \approx 1$, chẳng hạn như $\alpha = 0,95$ hay $0,99 \dots$). Thuật toán dừng khi $T \leq T_{\text{cuối}}$ ($T_{\text{cuối}}$ là giá trị đã chọn trước ≈ 0).

Sau đây là văn bản chương trình *annealing.cpp*:

```
/* Su dung ky thuat simulated annealing – mo phong toi luyen
giai bai toan toi uu toan cuc co rang buoc */
```

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <conio.h>
#include <math.h>
```

```
/* Tinh gia tri ham so can cuc tieu hoa */
float f(float x,float y)
{
float fg = 4*pow(x,2)-2.1*pow(x,4)+pow(x,6)/3;
fg = fg +x*y -4*pow(y,2)+4*pow(y,4);
return fg;
}
```

```
/* Kiem tra cac dieu kien rang buoc */
int constraint(float x,float y)
```

```
{ float fg;
  fg = x + 2.5;
  if (fg<0) goto ZERO;
  fg = 2.5 - x;
  if (fg<0) goto ZERO;
  fg = y + 1.5;
  if (fg<0) goto ZERO;
  fg = 1.5 - y;
  if (fg<0) goto ZERO;
  return 1;
ZERO: return 0;
}
/* Thu tục tìm điểm thay thế mô phỏng qua trình annealing */
void sa(float x0,float y0,int k,float T,float Tlast,float alfa,float delta)
{
float x1,y1,deltaf,u,p,ux,uy;
int l=1; srand(27556);
printf("\n starting value of the function=%f",f(x0,y0)); getch();
printf("\n obtained at x=%f,y=%f",x0,y0);getch();
do
{ do
  {
  ux=float(random(10000))/10000-0.5;
  x1=x0-delta*ux;
  uy=float(random(10000))/10000-0.5;
  y1=y0-delta*uy;
  if(constraint(x1,y1)==1)
  {   deltaf=f(x1,y1)-f(x0,y0);
      if(deltaf<=0) {x0=x1;y0=y1;}
      else
      {   u=float(random(10000))/10000;
          p=exp(-deltaf/T);
```

```
        if(u<=p) {x0=x1;y0=y1;}
    }
}
l=l+1;
}while(l<=k);
T=T*alfa;
}while(T>Tlast);
printf("\n Optimal value fMin=%f",f(x0,y0)); getch();
printf("\n obtained at x=%f,y=%f",x0,y0);getch();
}
/* Chương trình chính tìm điểm tối ưu */
void main()
{ clrscr();
float x0,y0,T,Tlast,k,alfa,delta;
printf("\n Within the range -2.5 to 2.5 provide value x0=");
scanf("%f",&x0);
printf("\n Within the range -1.5 to 1.5 provide value y0=");
scanf("%f",&y0);
printf("\n Specify number of iterations at each T level=");
scanf("%d",&k);
printf("\n Specify a very high value for Tstart=");
scanf("%f",&T);
printf("\n Specify a very low value for Tlast=");
scanf("%f",&Tlast);
printf("\n Specify reduction coefficient alfa=");
scanf("%f",&alfa);
printf("\n Specify neighbourhood radius delta=");
scanf("%f",&delta);
sa(x0,y0,k,T,Tlast,alfa,delta);
getch();
}
```

Kết quả chạy chương trình máy tính với thuật giải SA là:

Hạt mầm (Seed)	Phương án ban đầu	Phương án tối ưu	Giá trị f_{Min}
27556	(0, 0)	(-0.0898613, 0.7124848)	-1.0316283
19587	(0.1, 0.1)	(0.0898837, -0.7125957)	-1.0316284

(với $\alpha = 0.997$, $\delta = 0.01$, $T_{\text{ban đầu}} = 10000$, $L = 500$, $T_{\text{cuối}} = 0.0001$).

3. MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ MÔ HÌNH HÀNG CHỜ

3.1. Một số yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ

Như đã biết, trong nhiều hoạt động sản xuất kinh doanh cũng như trong đời sống chúng ta áp dụng các hệ dịch vụ đám đông hay hệ phục vụ công cộng. Chúng có tên gọi chung là hệ thống hàng chờ (*Waiting Line System*). Chẳng hạn các xí nghiệp sửa chữa máy móc, các cửa hàng, các bến xe, bến cảng, trạm tổng đài, các hệ thống điện tử viễn thông, dịch vụ Internet,... là các ví dụ về hệ thống hàng chờ.

Mô hình hàng chờ

Trong các hệ thống hàng chờ thường xuyên diễn ra hai quá trình: quá trình nảy sinh các yêu cầu (một yêu cầu còn được coi là một tín hiệu cần được phục vụ) và quá trình phục vụ các yêu cầu ấy. Song trong quá trình phục vụ của các hệ thống, do nhiều nguyên nhân khác nhau, thường xảy ra các tình trạng sau: Trong nhiều trường hợp, quá trình phục vụ không đáp ứng các yêu cầu và do đó dẫn đến kết quả là nhiều yêu cầu phải chờ để được phục vụ. Ngược lại, trong một số tình huống khác, khả năng phục vụ của hệ thống vượt quá số yêu cầu cần được phục vụ, với kết quả là hệ thống không sử dụng hết phương tiện phục vụ. Vì vậy bài toán đặt ra là:

- Phân tích bản chất của quá trình diễn ra trong các hệ thống hàng chờ và thiết lập các mối liên hệ về lượng giữa các đặc trưng của các quá trình ấy. Điều đó có nghĩa là cần thiết lập hay lựa chọn một mô hình hàng chờ (*Waiting Line Model*) phản ánh được bản chất của hệ thống.

- Trên cơ sở các mối liên hệ đã được xây dựng và các số liệu thu được từ hệ thống, cần tính toán, phân tích và đưa ra các quyết định nhằm tìm ra các giá trị thích hợp cho các tham số điều khiển/thiết kế của hệ thống để thiết kế hay điều khiển các hoạt động của hệ thống hoạt động một cách có hiệu quả hơn.

Các phương pháp giải bài toán mô hình hàng chờ

Để tìm lời giải cho một mô hình hàng chờ người ta thường sử dụng hai phương pháp: phương pháp giải tích và phương pháp mô phỏng trên máy tính. Phương pháp giải tích để giải mô hình hàng chờ gồm các bước sau:

Bước 1: Phân tích hệ thống, chủ yếu là phân tích bản chất của dòng yêu cầu/tín hiệu đến và các trạng thái của hệ thống.

Bước 2: Thiết lập hệ phương trình trạng thái cho các xác suất trạng thái (xác suất để hệ thống ở một trạng thái nào đó tại thời điểm t).

Bước 3: Giải hệ phương trình để tìm các xác suất trạng thái. Từ đó thiết lập các mối quan hệ giữa các chỉ tiêu cần phân tích.

Bước 4: Tính toán, phân tích các chỉ tiêu, trên cơ sở đó đưa ra các nhận xét và các quyết định.

Phương pháp giải tích thường sử dụng các giả thiết rất chặt chẽ của Toán học về các đặc trưng của hệ thống, vì vậy nó có một số hạn chế nhất định khi giải các bài toán thực tế.

Trong khi đó, phương pháp mô phỏng/mô phỏng ngẫu nhiên để giải mô hình hàng chờ được áp dụng cho các bài toán dịch vụ đám đông không giải được bằng công cụ giải tích, nhất là những bài toán liên quan đến hệ thống lớn, bất ổn định, hàm chứa nhiều yếu tố ngẫu nhiên, không tuân theo các giả thiết quá chặt chẽ của Toán học. Trong nhiều trường hợp phương pháp mô phỏng cho ta tiết kiệm được thời gian và chi phí nghiên cứu. Tuy phương pháp mô phỏng chỉ tạo ra các phương án đủ tốt để đánh giá hoạt động của hệ thống chứ không đưa ra được kỹ thuật tìm lời giải tốt nhất, nó tỏ ra rất thành công khi giải quyết nhiều bài toán hàng chờ nảy sinh từ thực tiễn. Các bước cần tiến hành khi áp dụng phương pháp mô phỏng bao gồm:

Bước 1: Xác định bài toán hay hệ thống hàng chờ cần mô phỏng và mô hình mô phỏng.

Bước 2: Đo và thu thập số liệu cần thiết để khảo sát thống kê các số đặc trưng/các yếu tố cơ bản của mô hình.

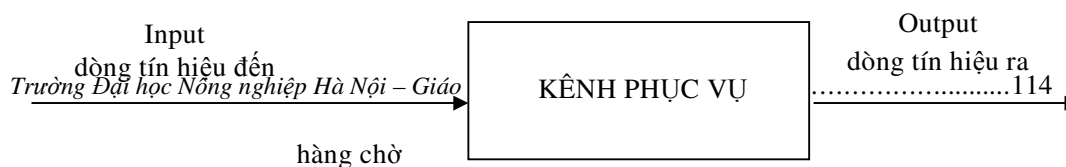
Bước 3: Chạy mô phỏng kiểm chứng (*test simulation*) mô hình và so sánh kết quả kiểm chứng với các kết quả đã biết được trong thực tế. Phân tích kết quả chạy mô phỏng kiểm chứng, nếu cần thì phải sửa lại phương án đã được đánh giá qua chạy mô phỏng.

Bước 4: Chạy mô phỏng để kiểm chứng phương án cuối cùng và kiểm tra tính đúng đắn của mọi kết luận về hệ thống thực tế được rút ra sau khi chạy mô phỏng. Triển khai hoạt động của hệ thống hàng chờ dựa trên phương án tìm được.

Từ những phân tích trên đây có thể thấy Lý thuyết hàng chờ (*Waiting Line Theory*) còn gọi là Lý thuyết hệ phục vụ công cộng hay Lý thuyết hệ dịch vụ đám đông là lĩnh vực rất quan trọng của Toán ứng dụng/Vận trù học. Nhiều bài toán thực tế trong các lĩnh vực hệ thống dịch vụ, kỹ thuật,... đã được giải quyết thành công nhờ áp dụng phương pháp mô phỏng mô hình hàng chờ.

Các yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ

Hệ thống hàng chờ tổng quát được minh họa như trên hình IV.2.



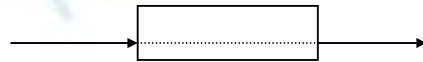
Hình IV.2. Hệ thống hàng chờ

Các yếu tố cơ bản của hệ thống hàng chờ bao gồm:

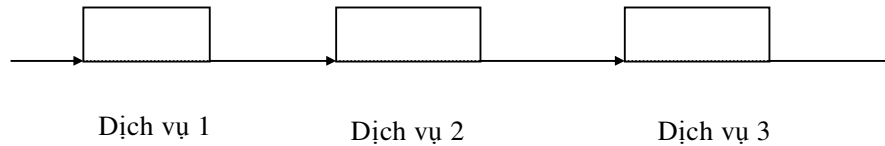
Bố trí vật lí của hệ thống

Hệ thống hàng chờ có một số dạng bố trí vật lí (*physical layout*) như minh hoạ trên hình IV.3. Trên hình IV.3, các kênh phục vụ được hiểu là những thiết bị kĩ thuật hoặc con người hoặc những tổ hợp các thiết bị kĩ thuật và con người được tổ chức quản lí một cách thích hợp nhằm phục vụ các yêu cầu/các tín hiệu đến hệ thống. Chẳng hạn, ở các trạm điện thoại tự động, kênh phục vụ là các đường dây liên lạc cùng các thiết bị kĩ thuật khác phục vụ cho việc đàm thoại.

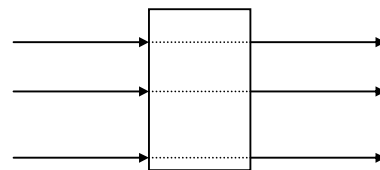
Single Channel - Single Server (Một kênh phục vụ, một loại dịch vụ)



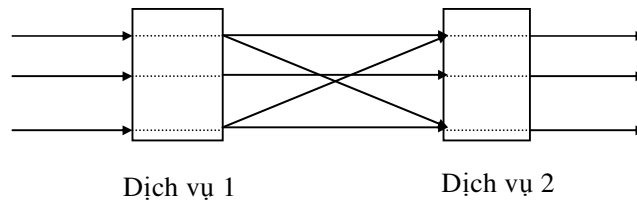
Single Channel - Multi Server (Một kênh phục vụ, nhiều loại dịch vụ)



Multi Channel - Single Server (Nhiều kênh phục vụ, một loại dịch vụ)



Multi Channel - Multi Server (Nhiều kênh phục vụ, nhiều loại dịch vụ)



Hình IV.3. Các dạng hệ thống hàng chờ

Nguyên tắc phục vụ

Nguyên tắc phục vụ (hay nội quy) của hệ thống là cách thức nhận các yêu cầu vào các kênh phục vụ. Nguyên tắc phục vụ cho biết trường hợp nào thì yêu cầu được nhận vào phục vụ và cách thức phân bố các yêu cầu vào các kênh như thế nào. Đồng thời nguyên tắc phục vụ cũng cho biết trong trường hợp nào yêu cầu bị từ chối hoặc phải chờ và giới hạn của thời gian chờ.

Một số nguyên tắc phục vụ thường được áp dụng trong các hệ thống hàng chờ là FCFS (*First come first served*), LCFS (*Last come first served*), SIRO (*service in random order*), có ưu tiên, không ưu tiên,...

Các phân phối xác suất của các dòng tín hiệu, dòng phục vụ

Số tín hiệu đến trong một khoảng thời gian cũng như thời gian phục vụ từng tín hiệu nói chung là những biến ngẫu nhiên và do đó, chúng tuân theo các quy luật phân phối xác suất. Các quy luật phân phối xác suất này được thiết lập căn cứ các số liệu thực nghiệm thu thập từ các quan sát, thí nghiệm, hay từ cơ sở dữ liệu sẵn có.

Đối với dòng tín hiệu đầu vào, thông thường chúng ta giả sử rằng số tín hiệu đến trong vòng một khoảng thời gian nào đó được ấn định trước (1 phút, 3 phút, 5 phút, 30 phút,...) tuân theo luật phân phối Poát-xông $P(\lambda)$. Ở đây, tham số λ đặc trưng cho số tín hiệu đến (trung bình) trong khoảng thời gian trên. Ví dụ, số khách vào siêu thị (trung bình) là 100 người trong 1 giờ. Có nghĩa là, số khách vào siêu thị là biến ngẫu nhiên X có phân phối Poát-xông với $\lambda = 100$. Hoặc, với số cuộc gọi (trung bình) đến tổng đài trong vòng 1 phút là 3 (tín hiệu) thì có $X \sim P(3)$.

Một cách chính xác hơn, trong những trường hợp trên, ta có dòng tín hiệu đến là dòng Poát-xông dừng (còn gọi là *dòng tới gián*) với các tính chất trên sau:

– *Tính không hậu quả*: Một dòng tín hiệu có tính không hậu quả nếu xác suất xuất hiện một số tín hiệu nào đó trong một khoảng thời gian nhất định không phụ thuộc vào việc đã có bao nhiêu tín hiệu đã xuất hiện và xuất hiện như thế nào trước khoảng thời gian đó.

– *Tính đơn nhất*: Dòng tín hiệu có tính đơn nhất nếu xét trong khoảng thời gian khá bé thì sự kiện “có nhiều hơn một tín hiệu xuất hiện” hầu như không xảy ra. Về mặt thời gian ta có thể xem dòng tín hiệu có tính đơn nhất nếu thời điểm xuất hiện các tín hiệu không trùng nhau.

– *Tính dừng*: Dòng tín hiệu có tính dừng nếu xác suất xuất hiện một số tín hiệu nào đó trong khoảng thời gian τ chỉ phụ thuộc vào độ dài của τ chứ không phụ thuộc vào điểm khởi đầu của τ .

3.2. Các chỉ số cần khảo sát

Đối với một hệ thống hàng chờ, cần tìm cách để đánh giá được các chỉ số sau: