

Chương VI

MỘT SỐ MÔ HÌNH RA QUYẾT ĐỊNH VÀ ỨNG DỤNG

1. RA QUYẾT ĐỊNH TRONG MÔI TRƯỜNG BẤT ĐỊNH

1.1. Một số khái niệm cơ bản

Các quyết định là một phần quan trọng thấm xuyên đời sống của chúng ta. Khả năng đưa ra được lựa chọn hay đưa ra được quyết định của mình chính là bản chất của con người. Trong Khoa học quản lí, ra quyết định là trách nhiệm then chốt của bộ máy điều hành. Tuy nhiên trong tất cả các hoạt động, con người đều cần phải ra quyết định dựa trên các điều kiện ràng buộc và tình hình thực tế khách quan cũng như các nhận thức chủ quan để tìm ra các hành động hay các phương án hợp lí nhất trong việc khai thác, sử dụng các nguồn dự trữ hiện có nhằm đáp ứng các mục tiêu đặt ra.

Trong một tình huống nào đó, để đưa ra được một quyết định tốt hay một quyết định có hiệu quả luôn cần thiết tiến hành phân tích kĩ lưỡng trước khi lên kế hoạch tiến trình hành động. Vì vậy, một số câu hỏi được đặt ra là: Thế nào là một quyết định tốt, việc đưa ra một quyết định tốt cần tuân theo các bước nào hay dựa trên phương pháp nào, các yếu tố cấu thành của một quy trình ra quyết định hợp lí là gì?

Phương pháp ra quyết định phụ thuộc vào môi trường mà trong đó chúng ta phải đưa ra quyết định. Trước hết, cần thấy rằng hậu quả của mỗi hành động không chỉ phụ thuộc vào chính hành động đó mà còn phụ thuộc vào hàng loạt các yếu tố bên ngoài. Các yếu tố như vậy thường không thể kiểm soát được và chúng được mô tả thông qua các tình trạng/các trạng thái (*State of Nature*) được coi là có thể xảy ra. Phụ thuộc vào số trạng thái có thể xảy ra, các môi trường ra quyết định được phân loại như sau:

- Môi trường chắc chắn hay môi trường ổn định (*Certainty Environment*), trong đó chắc chắn sẽ xảy ra một và chỉ một trạng thái và do đó hậu quả của mọi hành động đều có thể dự báo một cách chắc chắn.

- Môi trường không chắc chắn hay môi trường bất định (*Uncertainty Environment*), trong đó có thể xảy ra nhiều trạng thái và do đó hậu quả của mọi hành động đều không thể dự báo một cách chắc chắn.

Môi trường bất định lại được chia ra thành môi trường bất định nghiêm ngặt và môi trường rủi ro. Môi trường bất định nghiêm ngặt (*Strict Uncertainty Environment*), là môi trường bất định mà trong đó chúng ta không biết được thông tin về các xác suất để các trạng thái xảy ra. Tuy nhiên, nếu thông tin về các xác suất để các trạng thái xảy ra được biết thì môi trường bất định được gọi là môi trường rủi ro (*Risk Environment*).

Ví dụ 1: Bài toán ra quyết định trong môi trường chắc chắn.

Xét bài toán tối đa hóa lợi nhuận trong mục 1.2 của chương II. Giả sử một xí nghiệp sản xuất hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm I cần có 4 đơn vị nguyên liệu loại A và 2 đơn vị nguyên liệu loại B, các chỉ tiêu đó cho một đơn vị sản phẩm loại II là 2 và 4. Lượng nguyên liệu dự trữ loại A và B hiện có là 60 và 48 (đơn vị). Hãy xác định kế hoạch sản xuất đạt lợi nhuận lớn nhất, biết lợi nhuận trên mỗi đơn vị sản phẩm bán ra là 8 và 6 (đơn vị tiền tệ) cho các sản phẩm loại I và II.

Gọi x_1 và x_2 theo thứ tự là số các đơn vị sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất. Lúc đó, quyết định cần đưa ra là lập kế hoạch sản xuất tối ưu (x_1^*, x_2^*) sao cho lợi nhuận tương ứng $z = 8x_1^* + 6x_2^*$ đạt Max. Ở đây, môi trường ra quyết định là môi trường chắc chắn vì mỗi một kế hoạch sản xuất (hay một hành động) được biểu thị bởi véc tơ (x_1, x_2) đều dẫn tới một hậu quả được dự báo chắc chắn, đó là giá trị lợi nhuận tương ứng $z = 8x_1 + 6x_2$.

Vậy chúng ta có BTQHHTT sau:

$$z = 8x_1 + 6x_2 \rightarrow \text{Max}$$

với các ràng buộc:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 48 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Những phương pháp đã học trong các chương II và III phần lớn là các phương pháp ra quyết định trong môi trường chắc chắn. Điều này là do trong khi thiết lập các mô hình tối ưu hay các mô hình mạng, chúng ta đã giả sử rằng các tham số của mô hình luôn được xác định một cách chắc chắn. Chẳng hạn trong ví dụ trên, các hệ số chi phí sản xuất hay các hệ số lợi nhuận cũng như các lượng nguyên liệu dự trữ được giả sử là cố định. Có thể nhận thấy rằng các môi trường chắc chắn ít xảy ra trên thực tế, chúng chỉ được xem xét theo ý muốn hay nhận biết (có tính hạn chế và chủ quan) của con người trong phần lớn các trường hợp. Tuy nhiên, các phương pháp ra quyết định trong môi trường chắc chắn (khi chỉ xét một trạng thái có thể xảy ra) vẫn giúp ích cho việc ra quyết định trong môi trường bất định (khi số lượng trạng thái có thể xảy ra là nhiều hơn một).

Đối với một số dạng bài toán ra quyết định trong môi trường bất định (khi số lượng các trạng thái là hữu hạn), để đưa ra quyết định cần thực hiện các phân tích theo các bước sau:

- Bước 1: Liệt kê các trạng thái có thể xảy ra.
- Bước 2: Liệt kê các hành động có thể được tiến hành.
- Bước 3: Liệt kê các hậu quả của từng hành động ứng với mỗi một trạng thái có thể xảy ra. Các hậu quả này được định giá bởi các giá trị tương ứng của chúng (chẳng

hạn, trong một môi trường kinh doanh như nhau, các hành động kinh doanh khác nhau có thể dẫn đến các hậu quả/các giá trị lợi nhuận khác nhau).

- Bước 4: Dựa trên các thông tin trên đây và một quy tắc ra quyết định hợp lí để đưa ra một quyết định tốt.

1.2. Ra quyết định trong môi trường bất định nghiêm ngặt

Để ra quyết định trong môi trường bất định nghiêm ngặt cần thực hiện các bước 1, 2 và 3 trên đây và xây dựng bảng pay-off VI.1 (còn gọi là bảng quyết định).

Bảng VI.1. Bảng pay-off

Các giá trị		Các trạng thái			
		θ_1	θ_2	...	θ_n
Các hành động	a_1	V_{11}	V_{12}	...	V_{1n}
	a_2	V_{21}	V_{22}	...	V_{2n}
	...				
	a_m	V_{m1}	V_{m2}	...	V_{mn}

Trong bảng pay-off, v_{ij} là giá trị (để cho dễ hiểu, v_{ij} được gọi là giá trị lợi nhuận) của hậu quả đạt được trong trạng thái θ_j với hành động a_i . Chúng ta chuyển sang bước 4: cần lựa chọn một quy tắc ra quyết định hợp lí để đưa ra một quyết định tốt. Xét năm quy tắc ra quyết định sau đây (còn gọi là tiêu chuẩn ra quyết định) thường được áp dụng trong môi trường bất định nghiêm ngặt.

- **Tiêu chuẩn lợi nhuận Maximin của Wald:** Đặt $s_i = \text{Min}_{j=1}^n \{v_{ij}\}$, lựa chọn hành động a_k ứng với $s_k = \text{Max}_{i=1}^m \{ \text{Min}_{j=1}^n \{v_{ij}\} \} = \text{Max}_{i=1}^m \{s_i\}$. Chỉ số s_i được xác định như trên được gọi là chỉ số “bi quan”, chính là giá trị lợi nhuận thấp nhất có thể xảy ra khi tiến hành hành động a_i . Như vậy khi hành động dựa theo tiêu chuẩn lợi nhuận Maximin người ra quyết định chỉ tính tới các lợi nhuận thấp nhất và lựa chọn trong tất cả các hành động a_i , hành động a_k ứng với giá trị lợi nhuận cao nhất trong số đó. Tiêu chuẩn này thường phù hợp với những người ra quyết định có tính “bi quan”, không thích mạo hiểm.

- **Tiêu chuẩn lợi nhuận Maximax:** Đặt $o_i = \text{Max}_{j=1}^n \{v_{ij}\}$, lựa chọn hành động a_k ứng với $o_k = \text{Max}_{i=1}^m \{ \text{Max}_{j=1}^n \{v_{ij}\} \} = \text{Max}_{i=1}^m \{o_i\}$. Chỉ số o_i được xác định như trên được gọi là chỉ số “lạc quan”, chính là giá trị lợi nhuận cao nhất có thể xảy ra khi tiến hành hành động a_i . Như vậy khi hành động dựa theo tiêu chuẩn lợi nhuận Maximax người ra quyết định

chỉ tính tới các lợi nhuận cao nhất và lựa chọn trong tất cả các hành động a_i , hành động a_k ứng với giá trị lợi nhuận cao nhất trong số đó. Tiêu chuẩn này thường phù hợp với những người ra quyết định có tính “lạc quan”, ưa mạo hiểm.

- **Tiêu chuẩn chỉ số hợp lý của Hurwicz:** Tiêu chuẩn này kết hợp chỉ số “bi quan” và chỉ số lạc quan trong hai tiêu chuẩn trên để xây dựng chỉ số “hợp lý”. Người ra quyết định lựa chọn hành động a_k ứng với $\alpha s_k + (1 - \alpha) o_k = \text{Max}_{i=1}^m \{ \alpha \text{Min}_{j=1}^n \{ v_{ij} \} + (1 -$

$\alpha) \text{Max}_{j=1}^n \{ v_{ij} \} \} = \text{Max}_{i=1}^m \{ \alpha s_i + (1 - \alpha) o_i \}$, tương ứng với một giá trị α nào đó trong $[0, 1]$.

- **Tiêu chuẩn giá trị nuối tiếc Minimax của Savage:** Trước hết cần tính giá trị nuối tiếc (*regret value*) hay còn gọi là thất thu cơ hội (*opportunity loss*). Khi tiến hành hành động a_i ứng với từng trạng thái θ_j , ta có giá trị nuối tiếc $r_{ij} = \text{Max}_{i=1}^m \{ v_{ij} \} - v_{ij}$, trong đó

$\text{Max}_{i=1}^m \{ v_{ij} \}$ là giá trị lợi nhuận cao nhất có thể đạt được khi trạng thái θ_j xảy ra, Đặt $\rho_i =$

$\text{Max}_{j=1}^n \{ r_{ij} \}$ và lựa chọn hành động a_k ứng với $\rho_k = \text{Min}_{i=1}^m \{ \text{Max}_{j=1}^n \{ r_{ij} \} \} = \text{Min}_{i=1}^m \{ \rho_i \}$. Như

vậy, khi hành động theo quy tắc này, người ra quyết định muốn giảm thiểu tối đa các giá trị nuối tiếc có thể xảy ra, tức là hành động theo phương châm “*Never to say sorry*”

- **Tiêu chuẩn lý lẽ không đầy đủ của Laplace:** Do xác suất xảy ra của các trạng thái không được biết, nên có thể coi các trạng thái có khả năng xảy ra như nhau. Điều này được coi là hợp lý khi số trạng thái là tương đối lớn. Vì vậy, giá trị lợi nhuận trung bình

mà mỗi hành động a_i có thể mang lại là $\mu_i = \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} v_{ij}$. Lúc này cần lựa chọn hành động a_k

ứng với $\mu_k = \text{Max}_{i=1}^m \{ \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} v_{ij} \} = \text{Max}_{i=1}^m \{ \mu_i \}$.

Ví dụ 2: Một công ti vừa đấu thầu được một hợp đồng mới về một loại sản phẩm. Sau khi phân tích kỹ lưỡng, ban điều hành thấy thị trường tiêu thụ sản phẩm có thể rơi vào một trong bốn trạng thái: thị trường có nhu cầu cao về sản phẩm, có nhu cầu trung bình, nhu cầu thấp và không có nhu cầu. Các hành động mà công ti có thể tiến hành là: mở rộng cơ sở sản xuất, xây nhà máy mới và bán lại hợp đồng. Ngoài ra, các giá trị lợi nhuận v_{ij} khi tiến hành hành động i trong trường hợp trạng thái j xảy ra cũng được tính toán chi tiết với kết quả tổng hợp cho trong bảng VI.2.

Hãy áp dụng năm quy tắc quyết định đã nêu để tư vấn giúp công ti lựa chọn một trong ba hành động: mở rộng cơ sở sản xuất, xây nhà máy mới hay bán lại hợp đồng.

Áp dụng tiêu chuẩn lợi nhuận Maximin, ta có: $s_k = \max_{i=1}^3 \{ \min_{j=1}^4 \{ v_{ij} \} \} = \max_{i=1}^3 \{ s_i \} = \max \{-450, -800, -100\} = -100 = s_3$. Vậy công ti cần bán lại hợp đồng.

Bảng VI.2. Bảng pay - off

Các giá trị lợi nhuận		Các trạng thái			
		Thị trường cao	Trung bình	Thấp	Không có nhu cầu
Các hành động	Mở rộng sản xuất	500	250	-200	-450
	Xây nhà máy mới	700	300	-400	-800
	Bán lại hợp đồng	300	180	-10	-100

(Trong bảng VI.2, các giá trị lợi nhuận dương là có lãi, các giá trị âm là thất thu).

Áp dụng tiêu chuẩn lợi nhuận Maximax, ta có: $o_k = \max_{i=1}^3 \{ \max_{j=1}^4 \{ v_{ij} \} \} = \max_{i=1}^3 \{ o_i \} = \max \{ 500, 700, 300 \} = 700 = o_2$. Vậy công ti cần xây nhà máy mới.

Áp dụng tiêu chuẩn chỉ số hợp lí với $\alpha = 0,8$, ta có: $0,5s_k + 0,5o_k = \max_{i=1}^3 \{ 0,5 \min_{j=1}^4 \{ v_{ij} \} + 0,5 \max_{j=1}^4 \{ v_{ij} \} \} = \max \{ 25, -50, 100 \} = 0,5s_3 + 0,5o_3$. Vậy công ti cần bán lại hợp đồng.

Áp dụng tiêu chuẩn giá trị nuôi tiếc Minimax, ta có bảng giá trị nuôi tiếc VI.3.

Bảng VI.3. Bảng giá trị nuôi tiếc

Các giá trị nuôi tiếc		Các trạng thái			
		Thị trường cao	Trung bình	Thấp	Không có nhu cầu
Các hành động	Mở rộng sản xuất	200	50	190	350
	Xây nhà máy mới	0	0	390	700
	Bán lại hợp đồng	400	120	0	0

Vậy $\rho_k = \min_{i=1}^3 \{ \max_{j=1}^4 \{ r_{ij} \} \} = \min_{i=1}^3 \{ \rho_i \} = \min \{ 350, 700, 400 \} = 350 = \rho_1$. Vậy công ti cần mở rộng sản xuất.

Áp dụng tiêu chuẩn lí lẽ không đầy đủ, dễ thấy $\mu_k = \max_{i=1}^3 \{ \sum_{j=1}^4 \frac{1}{n} v_{ij} \} = \max_{i=1}^3 \{ \mu_i \} = \max \{ 25, -50, 92,5 \} = 92,5 = \mu_3$. Vậy công ti cần bán lại hợp đồng.

Chú ý: Trong ví dụ này khi áp dụng các quy tắc ra quyết định khác nhau, chúng ta có thể đi đến các quyết định khác nhau. Có thể cảm thấy rằng các quy tắc trên có tính chất trực giác. Tuy nhiên, cảm nhận này là không chính xác. Người ta đã đề ra tám tiên

đề mà một quy tắc ra quyết định hợp lí cần phải thỏa mãn, đó là các tiên đề: Sắp hạng đầy đủ, Nhân độc lập, Tính độc lập của thang giá trị, Tính trội mạnh, Tính độc lập của các lựa chọn không liên quan, Tính độc lập của phép cộng một hằng số vào một cột, Tính độc lập của việc hoán vị cột và Tính độc lập của việc sao chép thêm một cột. Có thể chứng minh được các quy tắc ra quyết định (do Wald, Hurwic, Savage và Laplace đề xuất) đã nêu trên đây đều thỏa mãn từ sáu đến bảy tiên đề. Ngoài ra, định lí sau đây chỉ ra rằng không có một quy tắc ra quyết định nào thỏa mãn được tất cả tám tiên đề.

Định lí 1: Nếu có một quy tắc ra quyết định thỏa mãn bảy tiên đề đầu tiên thì nó không thể thỏa mãn tiên đề thứ tám (về tính độc lập của việc sao chép thêm một cột).

Định lí trên đây chứng tỏ rằng hệ tám tiên đề đã cho là không nhất quán. Tuy nhiên điều này cũng không mâu thuẫn với tính không nhất quán trong việc đưa ra quyết định dù tuân thủ theo các quy tắc hình thức nào đi chăng nữa.

1.3. Ra quyết định trong môi trường rủi ro

Nếu việc ra quyết định được tiến hành trong tình huống có nhiều trạng thái có thể xảy ra với các xác suất biết trước thì môi trường ra quyết định là môi trường rủi ro (*Decision Making Under Risk*). Đa số các quy tắc ra quyết định trong môi trường rủi ro đều dựa trên giá trị kì vọng (nói cách khác, giá trị trung bình), chẳng hạn: Tiêu chuẩn kì vọng lợi nhuận tối đa hay Tiêu chuẩn kì vọng thất thu tối thiểu. Các tiêu chuẩn này đều có tên chung là Tiêu chuẩn giá trị kì vọng.

Ví dụ 3: Giả sử số liệu kinh doanh một cửa hàng bán cam trong 90 ngày qua thống kê được tổng hợp trong bảng VI.4

Bảng VI.4. Bảng số liệu kinh doanh

Doanh thu/ngày	Số ngày	Xác suất (thực nghiệm)
10 hòm	18	0,2
11 hòm	36	0,4
12 hòm	27	0,3
13 hòm	9	0,1

Ngoài ra cũng biết rằng, mỗi hòm cam cho lợi nhuận 5 USD (mua vào 3 USD, bán ra 8 USD) nếu bán được, nếu không bán được thì bị thất thu 3 USD. Hãy đưa ra quyết định: Mỗi ngày cần đặt mua dự trữ (đặt hàng dự trữ) bao nhiêu hòm cam để việc kinh doanh là hiệu quả nhất.

Trước hết cần xây dựng bảng pay-off như trong bảng VI.5 (với các trạng thái được liệt kê theo hàng, còn các hành động đặt hàng được liệt kê theo cột).

Bảng VI.5. Bảng pay-off tiêu chuẩn kì vọng lợi nhuận tối đa

Giá trị lợi nhuận	Nhu cầu thị trường
-------------------	--------------------

			θ_1 10 hòm	θ_2 11 hòm	θ_3 12 hòm	θ_4 13 hòm
Hành động đặt hàng	a_1	10 hòm	50	50	50	50
	a_2	11 hòm	47	55	55	55
	a_3	12 hòm	44	52	60	60
	a_4	13 hòm	41	49	57	65

Giải thích: Nếu số lượng đặt hàng dự trữ là 11 hòm, mà nhu cầu thị trường lại chỉ là 10 hòm thì giá trị lợi nhuận thu được là $10 \times 5 - 3 = 47$ USD. Các giá trị lợi nhuận khác được tính tương tự.

Với phương án hành động a_1 có kì vọng lợi nhuận là $EP_1 = 50$ USD vì bảng phân phối xác suất của giá trị lợi nhuận khi cửa hàng đặt mua 10 hòm là

Lợi nhuận	50	50	50	50
P	0,2	0,4	0,3	0,1

Với phương án a_2 bảng phân phối xác suất của giá trị lợi nhuận khi cửa hàng đặt mua 1 hòm là

Lợi nhuận	47	55	55	55
P	0,2	0,4	0,3	0,1

Vậy kì vọng lợi nhuận của phương án này là $EP_2 = 47 \times 0,2 + 55 \times 0,4 + 55 \times 0,3 + 55 \times 0,1 = 53,40$ USD. Tương tự, có thể tính được với phương án a_3 : $EP_3 = 53,6$ và với phương án a_4 : $EP_4 = 51,40$. So sánh các giá trị kì vọng lợi nhuận tính được, chúng ta quyết định chọn phương án a_3 tức là đặt mua 12 hòm cam. Kí hiệu X là giá trị lợi nhuận đạt được hàng ngày của cửa hàng kinh doanh cam, ta có $EP_1 = E(X/a_1) = 50$, trong đó $E(X/a_1)$ được hiểu là kì vọng lợi nhuận với điều kiện cửa hàng đặt mua hàng theo phương án a_1 . Tương tự, chúng ta cũng có: $EP_2 = E(X/a_2) = 53,4$; $EP_3 = E(X/a_3) = 53,6$; $EP_4 = E(X/a_4) = 51,4$.

Bằng cách tổng quát hóa ví dụ 1 trên đây cho trường hợp ra quyết định trong môi trường rủi ro với n trạng thái có khả năng xảy ra, chúng ta có quy tắc ra quyết định sau đây:

Tiêu chuẩn kì vọng lợi nhuận tối đa:

Lựa chọn hành động a_k sao cho

$$E(X/a_k) = \text{Max}_{i=1}^m E(X/a_i).$$

Chú ý: Trong bài toán trên có thể đặt thêm điều kiện về giá cứu hộ (*Savage Price*). Nếu cuối ngày, một hòm cam chưa bán được với giá 8 USD thì sẽ bán (và bán được) với giá 2 USD, được gọi là giá cứu hộ. Đây là tình huống thường xảy ra trong thực tế. Bằng cách sửa lại bảng pay-off V.4 và áp dụng Tiêu chuẩn kì vọng lợi nhuận tối đa, chúng ta đưa ra được quyết định về phương án đặt mua hàng cho mỗi ngày. Ngoài ra, để