Chương I: NHẬP MÔN

- ĐẠI CƯƠNG.
- CÁC ĐỊNH NGHĨA.
- CÁC LOẠI HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

I. ĐẠI CƯƠNG

Hồi tiếp (feedback) là một trong những tiến trình căn bản nhất trong tự nhiên. Nó hiện diện trong hầu hết các hệ thống động, kể cả trong bản thân sinh vật, trong máy móc, giữa con người và máy móc … Tuy nhiên, khái niệm về hồi tiếp được dùng nhiều trong kỹ thuật. Do đó, lý thuyết về các hệ thống tự điều khiển (automatic control systems) được phát triển như là một ngành học kỹ thuật cho việc phân tích, thiết kế các hệ thống có điều khiển tự động và kiểm soát tự động. Rộng hơn, lý thuyết đó cũng có thể áp dụng trực tiếp cho việc thiết lập và giải quyết các vấn đề thuộc nhiều lĩnh vực khác nhau, không những cho vật lý học, toán học mà còn cho cả các ngành khác như: sinh vật học, kinh tế học, xã hội học, …

Hiện nay, hệ thống tự điều khiển đã đảm đương một vai trò quan trọng trong sự phát triển và tiến bộ của công nghệ mới. Thực tế, mỗi tình huống trong sinh hoạt hằng ngày của chúng ta đều có liên quan đến một vài loại điều khiển tự động: máy nướng bánh, máy giặt, hệ thống audio-video ... Trong những cơ quan lớn hay các xưởng sản xuất, để đạt hiệu suất tối đa trong việc tiêu thụ điện năng, các lò sưỡi và các máy điều hoà không khí đều được kiểm soát bằng computer. Hệ thống tự điều khiển được thấy một cách phong phú trong tất cả các phân xưởng sản xuất : Kiểm tra chất lượng sản phẩm, dây chuyền tự động, kiểm soát máy công cụ. Lý thuyết điều khiển không thể thiếu trong các ngành đòi hỏi tính tự động cao như : kỹ thuât không gian và vũ khí, người máy và rất nhiều thứ khác nữa.

Ngoài ra, có thể thấy con người là một hệ thống điều khiển rất phức tạp và thú vị. Ngay cả việc đơn giản như đưa tay lấy đúng một đồ vật, là một tiến trình tự điều khiển đã xãy ra. Quy luật cung cầu trong kinh tế học, cũng là một tiến trình tự điều khiển …

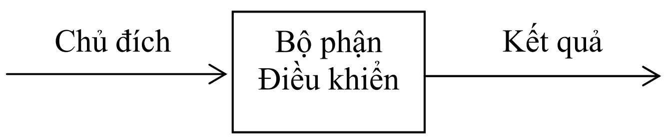
II. CÁC ĐỊNH NGHĨA.

1. Hệ thống điều khiển:

Là một sự sắp xếp các bộ phận vật lý, phối hợp, liên kết nhau, cách sao để điều khiển, kiểm soát, hiệu chỉnh và sửa sai chính bản thân nó hoặc để nó điều khiển một hệ thống khác.

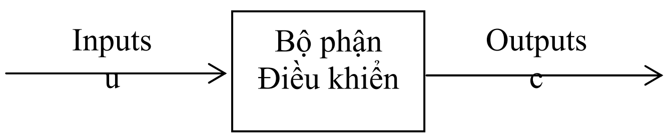
Một hệ thống điều khiển có thể được miêu tả bởi các thành phần cơ bản (H.1_1).

- ❖ Đối tượng để điều khiển (chủ đích).
- ❖ Bộ phận điều khiển.
- ❖ Kết quả.



(a)

H.1_1 : Các bộ phận cơ bản của hệ thống điều khiển.



(b)

Ba thành phần cơ bản đó có thể được nhận dạng như ở (H.1_1).

Các inputs của hệ thống còn được gọi là tín hiệu tác động (actuating signals) và các outputs được hiểu như là các biến được kiểm soát (controlled variables).

Một thí dụ đơn giản, có thể mô tả như (H.1_1) là sự lái xe ôtô. Hướng của hai bánh trước được xem như là biến được kiểm soát c, hay outputs. Góc quay của tay lái là tín hiệu tác động u, hay input. Hệ thống điều khiển trong trường hợp này bao gồm các cơ phận lái và sự chuyển dịch của toàn thể chiếc xe, kể cả sự tham gia của người lái xe.

Tuy nhiên, nếu đối tượng để điều khiển là vận tốc xe, thì áp suất tác động tăng lên bộ gia tốc là input và vận tốc xe là output.

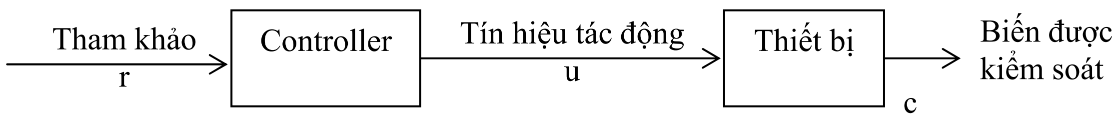
Nói chung, có thể xem hệ thống điều khiển xe ôtô là một hệ thống điều khiển hai inputs (lái và gia tốc) và hai outputs (hướng và vận tốc). Trong trường hợp này, hai inputs và hai outputs thì độc lập nhau. Nhưng một cách tổng quát, có những hệ thống mà ở đó chúng liên quan nhau.

Các hệ thống có nhiều hơn một input và một output được gọi là hệ thống nhiều biến.

2.Hệ điều khiển vòng hở (open_loop control system).

Còn gọi là hệ không hồi tiếp (Nonfeedback System), là một hệ thống trong đó sự kiểm soát không tuỳ thuộc vào output.

Những thành phần của hệ điều khiển vòng hở thường có thể chia làm hai bộ phận: bộ điều khiển (controller) và thiết bị xử lý như (H.1_2).



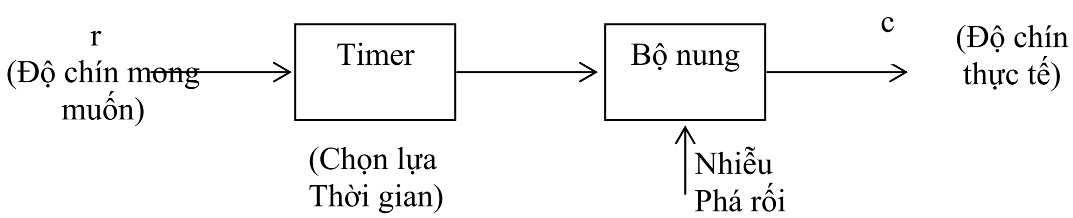
Hình H.1_2 : Các bộ phận của một hệ điều khiển vòng hở.

Một tín hiệu vào, hay lệnh điều khiển hay tín hiệu tham khảo (Reference) r đưa vào controller. Tín hiệu ra của nó là tín hiệu tác động u, sẽ kiểm soát tiến trình xử lý sao cho biến c sẽ hoàn tất được vài tiêu chuẩn đặt trước ở ngõ vào.

Trong những trường hợp đơn giản, controller có thể là một mạch khuếch đại, những cơ phận nối tiếp hoặc những thứ khác, tuỳ thuộc vào loại hệ thống. Trong các bộ điều khiển điện tử, controller có thể là một microprocessor.

Thí dụ : Một máy nướng bánh có gắn timer để ấn định thời gian tắt và mở máy.Với một lượng bánh nào đó, người dùng phải lượng định thời gian nướng cần thiết để bánh chín, bằng cách chọn lựa thời gian trên timer.

Đến thời điểm đã chọn trước, timer điều khiển tắt bộ nung.



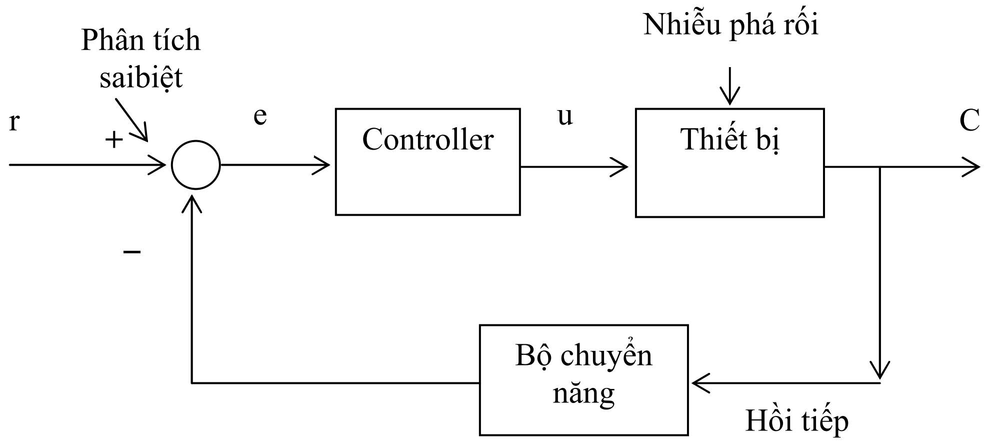
Hình H.1_3: Thí dụ về hệ điều khiên vòng hở.

Dễ thấy ngay rằng một hệ thống điều khiển như vậy có độ tin cậy không cao.Tín hiệu tham khảo được đặt trước, còn đáp ứng ở ngõ ra thì có thể thay đổi theo điều kiện xung quanh, hoặc nhiễu. Muốn đưa đáp ứng c đến trị giá tham khảo r, người dùng phải qui chuẩn lại bằng cách chọn timer lại.

3. Hệ điều khiển vòng kín (closed – loop control system).

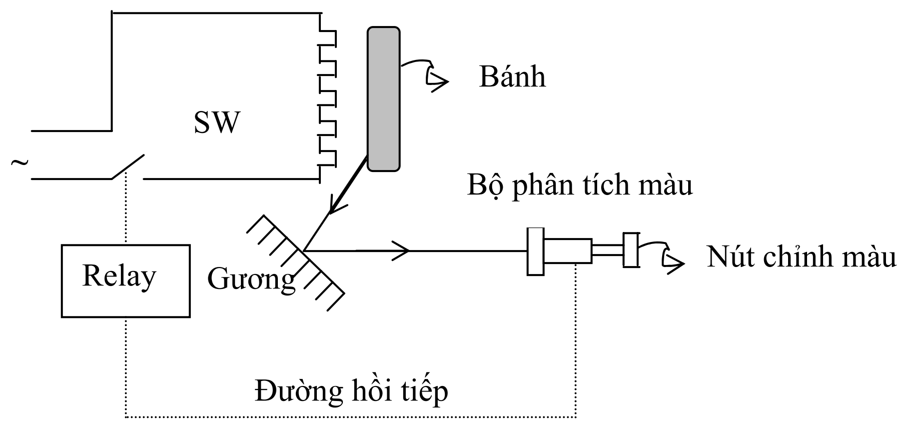
Còn gọi là hệ điều khiển hồi tiếp (feedback control system). Để điều khiển được chính xác, tín hiệu đáp ứng c(t) sẽ được hồi tiếp và so sánh với tín hiệu tham khảo r ở ngỏ vào.

Một tín hiệu sai số (error) tỷ lệ với sự sai biệt giữa c và r sẽ được đưa đến controller để sửa sai. Một hệ thống với một hoặc nhiều đường hồi tiếp như vậy gọi là hệ điều khiển vòng kín. (Hình H.1_4)



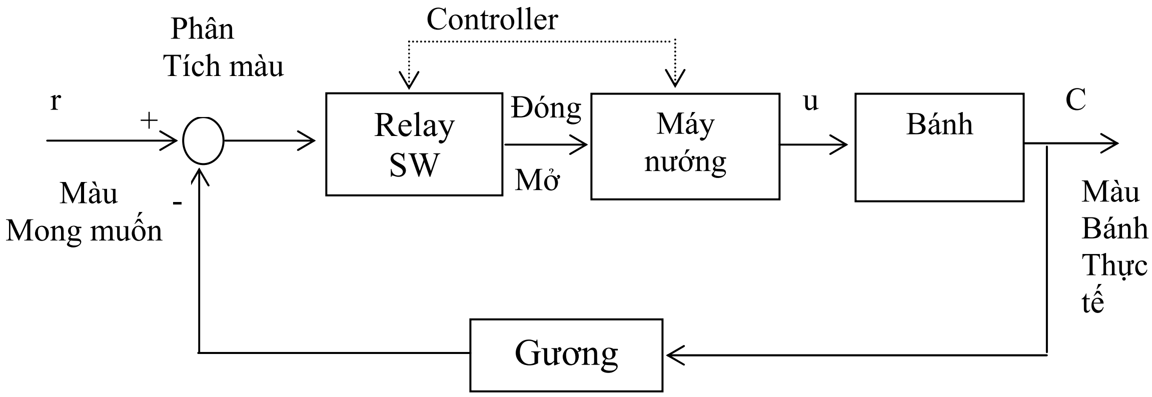
H.1_4 : Hệ điều khiển vòng kín

Trở lại ví dụ về máy nướng bánh. Giả sử bộ nung cấp nhiệt đều các phía của bánh và chất lượng của bánh có thể xác định bằng màu sắc của nó. Một sơ đồ được đơn giản hoá áp dụng nguyên tắc hồi tiếp cho máy nướng bánh tự động trình bày như (H.1_5).



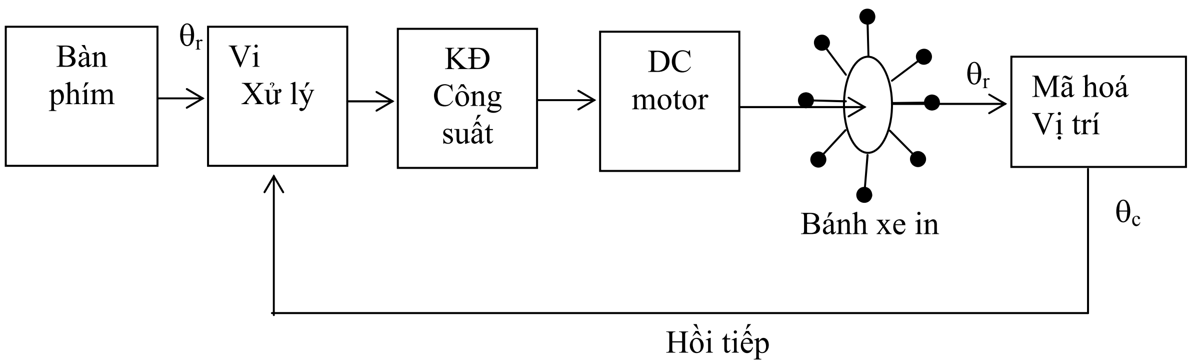
H.1_5 : Máy nướng bánh tự động

Ban đầu, máy nướng được qui chuẩn với chất lượng bánh, bằng cách đặt nút chỉnh màu. Không cần phải chỉnh lại nếu như không muốn thay đổi tiêu chuẩn nướng. Khi SW đóng, bánh sẽ được nướng, cho đến khi bộ phân tích màu "thấy" được màu mong muốn. Khi đó SW tự động mở, do tác động của đường hồi tiếp (mạch điện tử điều khiển relay hay đơn giản là một bộ phận cơ khí). H.1_6. là sơ đồ khối mô tả hệ thống trên.



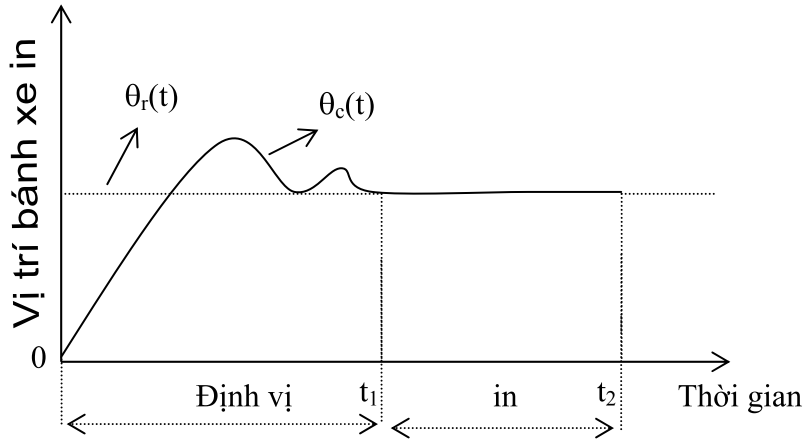
H.1_6 : Sơ đồ khối máy nướng bánh tự động

Một thí dụ khác về hệ thống điều khiển vòng kín như hình H.1_7: hệ thống điều khiển máy đánh chữ điện tử (Electronic Typewriter).



H.1_7: Hệ thống điều khiển máy đánh chữ điện tử.

Bánh xe in (printwheel) có khoảng 96 hay 100 ký tự, được motor quay,đặt vị trí của ký tự mong muốn đến trước búa gõ để in. Sự chọn lựa ký tự do người sử dụng gõ lên bàn phím. Khi một phím nào đó được gõ, một lệnh cho bánh xe in quay từ vị trí hiện hành đến vị trí kế tiếp được bắt đầu. Bộ vi xử lý tính chiều và khoảng cách phải vượt qua của bánh xe, và gửi một tín hiệu điều khiển đến mạch khuếch đại công suất. Mạch này điều khiển motor quay để thúc bánh xe in. Vị trí bánh xe in được phân tích bởi một bộ cảm biến vị trí (position sensor). Tín hiệu ra được mã hóa của nó được so sánh với vị trí mong muốn trong bộ vi xử lý. Như vậy motor được điều khiển sao cho nó thúc bánh xe in quay đến đúng vị trí mong muốn. Trong thực tế, những tín hiệu điều khiển phát ra bởi vi xử lý sẽ có thể thúc bánh xe in từ một vị trí này đến vị trí khác đủ nhanh để có thể in một cách chính xác và đúng thời gian.



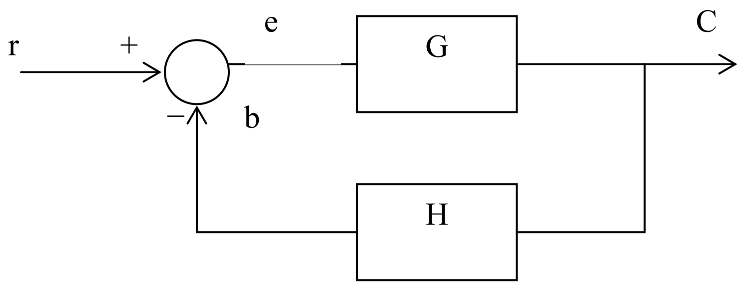
H.1_8: Input và output của sự điều khiển bánh xe in.

Hình H.1_8 trình bày input và output tiêu biểu của hệ thống. Khi một lệnh tham khảo được đưa vào (gõ bàn phím), tín hiệu được trình bày như một hàm nấc (step function). Vì mạch điện của motor có cảm kháng và tải cơ học có quán tính, bánh xe in không thể chuyển động đến vị trí mong muốn ngay tức khắc. Nó sẽ đáp ứng như hình vẽ và đến vị trí mới sau thời điểm t_1. Từ 0 đến t_1 là thời gian định vị. Từ t_1 đến t_2 là thời gian in. Sau thời điểm t_2, hệ thống sẵn sàng nhận một lệnh mới.

4. Hồi tiếp và các hiệu quả của nó :

Trong những thí dụ ở trên, việc sử dụng hồi tiếp chỉ với chủ đích thật đơn giản, để giảm thiểu sự sai biệt giữa tiêu chuẩn tham khảo đưa vào và tín hiệu ra của hệ thống. Nhưng, những hiệu quả có ý nghĩa của hồi tiếp trong các hệ thống điều khiển thì sâu xa hơn nhiều. Sự giảm thiểu sai số cho hệ thống chỉ là một trong các hiệu quả quan trọng mà hồi tiếp có tác động lên hệ thống.

Phần sau đây, ta sẽ thấy hồi tiếp còn tác động lên những tính chất của hệ thống như tính ổn định, độ nhạy, độ lợi, độ rộng băng tần, tổng trở.



H.1_9: Hệ thống có hồi tiếp.

Xem một hệ thống có hồi tiếp tiêu biểu như (H.1_9). Trong đó r là tín hiệu vào. C là tín hiệu ra. G và H là các độ lợi.

$$M = \frac{C}{r} = \frac{G}{1 + GH} \qquad (1.1)$$

a) Hiệu quả của hồi tiếp đối với độ lợi toàn thể (overall Gain).

So với độ lợi của hệ vòng hở (G), độ lợi toàn thể của hệ vòng kín (có hồi tiếp) có thêm hệ số 1+GH. Hình H.1_9 là hệ thống hồi tiếp âm, tín hiệu hồi tiếp b có dấu (-).

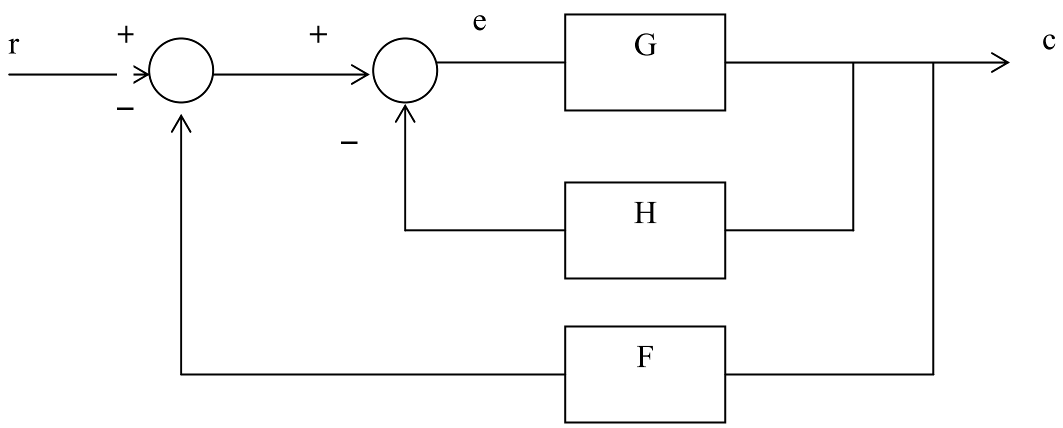
Lượng GH tự nó có thể bao gồm dấu trừ. Do đó, hiệu quả tổng quát của hồi tiếp là làm tăng hoặc giảm độ lợi. Trong một hệ điều khiển thực tế, G và H là các hàm của tần số f. Suất $|1+GH|$ có thể lớn hơn 1 trong một khoảng tần số nào đó và nhỏ hơn 1 ở một khoảng tần số khác . Như vậy, hồi tiếp sẽ làm tăng độ lợi hệ thống trong một khoảng tần số nhưng làm giảm nó ở khoảng tần số khác.

b) Hiệu quả của hồi tiếp đối với tính ổn định.

Nói một cách khác không chặt chẽ lắm, một hệ thống gọi là bất ổn khi output của nó thoát khỏi sự kiểm soát hoặc là tăng không giới hạn.

Xem phương trình (1.1). nếu GH = -1, output của hệ thống sẽ tăng đến vô hạn đối với bất kỳ input hữu hạn nào. Như vậy, có thể nói rằng hồi tiếp có thể làm một hệ thống (mà lúc đầu ổn định) trở nên bất ổn. Hồi tiếp là một thanh gươm 2 lưỡi. Nếu dùng không đúng cách, nó sẽ trở nên tai hại. Nhưng cũng có thể chứng tỏ được rằng, mối lợi của hồi tiếp lại là tạo được sự ổn định cho một hệ thống bất ổn.

Giả sử hệ thống hồi tiếp ở (H.1_9) bất ổn vì GH = -1. Bây giờ, nếu ta đưa vào một vòng hồi tiếp âm nữa, như (H.1_10) .



Độ lợi toàn thể của hệ thống bây giờ sẽ là :

$$\frac{c}{r} = \frac{G}{1 + GH + GF} \qquad (1.2)$$

Nếu do những tín chất của G và H làm cho *vòng hồi tiếp trong* bất ổn, vì G.H = -1. nhưng toàn thể hệ thống có thể vẫn ổn định bằng cách chọn lựa độ lợi F của *vòng hồi tiếp ngoài.*

c) Hiệu quả của hồi tiếp đối với độ nhạy. (Sensibility)

Độ nhạy thường giữ một vai trò quan trọng trong việc thiết kế các hệ thống điều khiển. Vì các thành phần vật lý có những tín chất thay đổi đối với môi trường xung quanh và với từng thời kỳ , ta không thể luôn luôn xem các thông số của hệ thống hoàn toàn không đổi trong suốt toàn bộ đời sống hoạt động của hệ thống. Thí dụ, điện trở dây quấn của một động cơ điện thay đổi khi nhiệt độ tăng trong lúc vận hành.

Một cách tổng quát, một hệ điều khiển tốt sẽ phải rất nhạy đối với sự biến đổi của các thông số này để có thể giữ vững đáp ứng ra.

Xem lại hệ thống ở (H.1_9). Ta xem G như là một thông số có thể thay đổi. Độ nhạy toàn hệ thống được định nghĩa như sau:

$$S_G^M = \frac{\delta M \;/\; M}{\delta G \;/\; G} \qquad (1.3)$$

M: độ lợi toàn hệ thống.

Trong đó: δM chỉ sự thay đổi thêm của M

G.$\delta M/M$ *và* $\delta G/G$ chỉ phần trăm thay đổi của M và G. Ta có:

$$S_G^M = \frac{\delta M}{\delta G}\frac{G}{M} = \frac{1}{1+GH} \qquad (1.4)$$

Hệ thức này chứng tỏ hàm độ nhạy có thể làm nhỏ tuỳ ý bằng cách tăng GH, miễn sao hệ thống vẫn giữ được sự ổn định.

Trong một hệ vòng hở, độ lợi của nó sẽ đáp ứng kiểu một - đối - một đối với sự biến thiên của G.

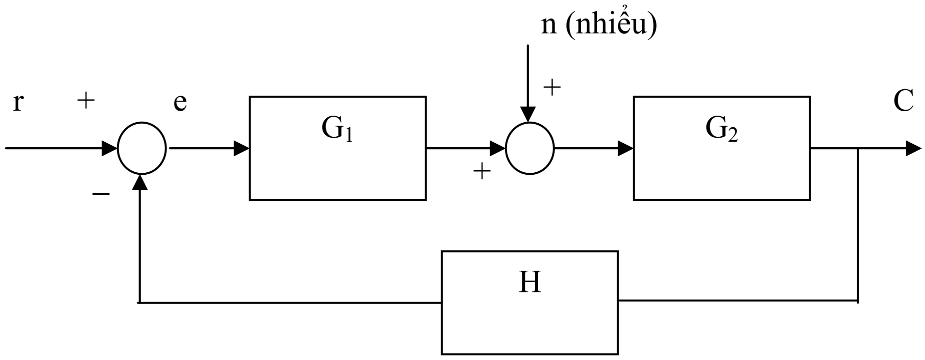
Một cách tổng quát, độ nhạy toàn hệ thống của một hệ hồi tiếp đối với những biến thiên của thông số thì tuỳ thuộc vào nơi của thông số đó. Người đọc có thể khai triển độ nhạy của hệ thống (H.1_9) theo sự biến thiên của H.

d) Hiệu quả hồi tiếp đối với nhiễu phá rối từ bên ngoài.

Trong suốt thời gian hoạt động, các hệ thống điều khiển vật lý chịu sự phá rối của vài loại nhiễu từ bên ngoài. Thí dụ, nhiễu nhiệt (thermal noise) trong các mạch khuếch đại điện tử, nhiễu do tia lửa điện sinh từ chổi và cổ góp trong các động cơ điện …

Hiệu quả của hồi tiếp đối với nhiễu thì tuỳ thuộc nhiều vào nơi mà nhiễu tác động vào hệ thống. Không có kết luận tổng quát nào. Tuy nhiên, trong nhiều vị trí, hồi tiếp có thể giảm thiểu hậu quả của nhiễu.

Xem hệ thống ở (H.1_11)



Hình H.1 11

Ouput của hệ có thể được xác định bằng nguyên lý chồng chất (super position)
- Nếu không có hồi tiếp, H = 0 thì output
Ở đó e = r

$$C = G_1 . G_2 . e + G_2 . n \qquad (1 - 5)$$

Tỷ số tín hiệu trên nhiễu (signal to noise ratio) được định nghĩa:

$$\frac{S}{N} = \frac{output\ \ do\ tín\ hieu}{output\ \ do\ nhieu} = \frac{G_1 G_2\ e}{G_2 n} = G_1 . \frac{e}{n} \qquad (1.6)$$

Để tăng tỷ số S/N hiển nhiên là phải tăng G_1 hoặc e/n. Sự thay đổi G_2 không ảnh hưởng đến tỷ số.

- Nếu có hồi tiếp, output của hệ thống khi r và n tác động đồng thời sẽ là :

$$C = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H} r + \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H} n \qquad (1.7)$$

So sánh (1.5) và (1.7), ta thấy thành phần do nhiễu của (1.7) bị giảm bởi hệ số 1+ $G_1 G_2$ H. Nhưng thành phần do tín hiệu vào cũng bị giảm cùng một lượng.

Tỷ số S/N bây giờ là:

$$S / N = \frac{G_1 G_2\ r /(1 + G_1 G_2\ H)}{G_2 n / (1 + G_1 G_2\ H)} = G_1 \frac{r}{n} \qquad (1.8)$$

Và cũng **bằng** như khi không có hồi tiếp. Trong trường hợp này, hồi tiếp không có hiệu quả trực tiếp đối với tỷ số S/N của hệ thống. Tuy nhiên , sự áp dụng hồi tiếp làm nảy ra khả năng làm tăng tỷ số S/N dưới vài điều kiện. Giả sử rằng suất G_1 tăng đến G_1'và r đến r', các thông số khác không thay đổi , output do tín hiệu vào tác động riêng (một mình) thì cũng bằng như khi không có hồi tiếp. Nói cách khác ta có :

$$C\Big|_{n=0} = \frac{G'_1 G_2 r'}{1 + G'_1 G_2 H} = G_1 G_2 r \qquad (1.9)$$

Với sự tăng G_1, G_1' output do nhiễu tác đông riêng một mình sẽ là:

$$C\Big|_{r=0} = \frac{G_2 n}{1 + G'_1 G_2 H} \qquad (1.10)$$

Nhỏ hơn so với khi G_1 không tăng. Bây giờ tỷ số S/N sẽ la:

$$\frac{G_1 G_2 r}{G_2 n / (1 + G'_1 G_2 H)} = G_1 \frac{r}{n}(1 + G'_1 G_2 H) \qquad (1.11).$$

Nhận thấy nó lớn hơn hệ thống không hồi tiếp bởi hệ số $(1+ G_1'G_2H)$

Một cách tổng quát, hồi tiếp cũng gây hiệu quả trên các tính chất của hệ thống, như độ rộng dãy tần, tổng trơ, đáp ứng quá độ (Transient Response) và đáp ứng tần số.

III. CÁC LOẠI HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG.

Có nhiều cách phân loại hệ thống điều khiển.

- Nếu dựa vào phương pháp phân tích , thiết kế thì chúng gồm các loại tuyến tính, phi tuyến thay đổi theo thời gian (time varying), không thay đổi theo thời gian (time invariant).
- Nếu dựa vào loại tín hiệu trong hệ thống thì chúng gồm các loại dữ liệu liên tục(continous – data), dữ liệu gián đoạn (discrete data), biến điệu và không biến điệu.
- Nếu dựa vào loại của các thành phần của hệ thống , thì chúng gồm có các loại điện cơ , thủy lực, khí đông .Tùy vào mục đích chính của hệ mà người ta xếp loại chúng như kiểu nào .

1. Hệ tự điều khiển tuyến tính và phi tuyến.

Nói một cách chặt chẽ, các hệ thống tuyến tính đều không có trong thực tế . Vì mọi hệ thống vật lý đều phi tuyến. Hệ điều khiển hồi tiếp tuyến tính chỉ là mô hình lý tưởng hóa để làm đơn giản việc phân tích và thiết kế.

Khi độ lớn của tín hiệu của hệ được giới hạn trong một vùng mà ở đó các thành phần biểu lộ tính thẳng (nghĩa là nguyên lý chồng chất áp dụng được) thì hệ thống được xem là tuyến tính . Nhưng khi tín hiệu vượt quá vùng hoạt động tuyến tính, tùy vào sự nghiêm ngặt của tính phi tuyến, hệ thống sẽ không được xem là tuyến tính nữa. Thí dụ : các mạch khuếch đại được dùng trong hệ điều khiển thường bảo hòa khi tín hiệu đưa vào chúng trở nên quá lớn.

Từ trường của một motor thường có tính bảo hòa. Hiệu ứng phi tuyến thường gặp trong các hệ điều khiển là vùng chết (dead zone) giữa các bánh răng ; tính phi tuyến của lò xo ; lực ma sát phi tuyến ….

Với các hệ tuyến tính, có một sự phong phú về các kỹ thuật giải tích và đồ họa giúp cho việc thiết kế được dễ dàng. Còn trong các hệ phi tuyến , một "liệu pháp"(treat) toán học thường là rất khó. Và không có phương pháp tổng quát để có thể giải quyết một số lớn các hệ phi tuyến.

2. Hệ thống có thông số thay đôi và không thay đôi theo thời gian.

Khi các thông số của một hệ điều khiển được giữ nguyên không thay đôi trong suốt thời gian hoạt động của nó, thì hệ được gọi là hệ không thay đôi theo thời gian (time invariant). Trong thực tế , hầu hết các hệ thống vật lý đều chứa những thành phần có thông số bị trôi, hay thay đôi theo thời gian. Thí dụ : điện trở dây quấn của một động cơ điện sẽ thay đổi khi t^0 gia tăng.

Thí dụ khác, hệ thống điều khiển đường đi của hỏa tiển, trong đó khối lượng của hỏa tiển giảm do sự tiêu thụ trên đường bay.

Mặc dù một hệ có thông số thay đổi theo thời gian không phi tuyến thì vẫn là một hệ tuyến tính, nhưng sự phân tích và thiết kế loại hệ này thường là rất phức tạp so với các hệ tuyến tính có thông số không thay đổi .

3. Hệ điều khiển dữ liệu liên tục .

Một hệ điều khiển số liệu liên tục là một hệ trong đó các tín hiệu ở những thành phần khác của hệ là các hàm liên tục của biến số thời gian t.

Trong các hệ điều khiển số liệu liên tục, các tín hiệu có thể là AC hoặc DC. Không giống trong định nghĩa tổng quát của AC và DC dùng trong kỹ thuật điện, AC và DC của hệ điều khiển mang ý nghĩa chuyên biệt. Khi nói một hệ điều khiển AC, có nghĩa là các tín hiệu trong đó được biến điệu bởi một kiểu biến điệu nào đó, và khi nói một hệ điều khiển DC, có nghĩa là tín hiệu của nó không biến điệu nhưng chúng vẫn là tín hiệu AC.

4. Hệ điều khiển dữ liệu gián đoạn.

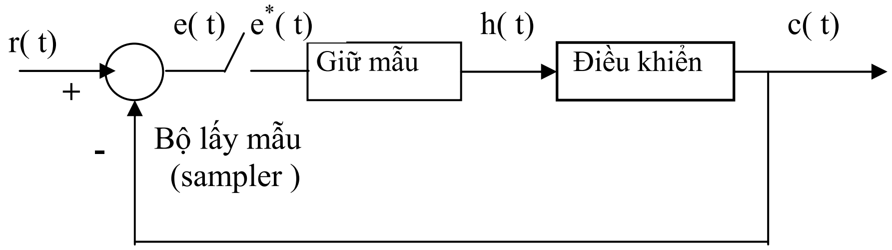
Là hệ có tín hiệu không liên tục .

a) Nếu tín hiệu có dạng một loạt chuỗi xung (pulse train), thì hệ được gọi là hệ dữ liệu mẫu hóa (sample data system).

b) Nếu tín hiệu là xung được mã hóa số thích hợp cho việc sử dụng digital computer thì gọi là hệ điều khiển digital.

Thí dụ: Hệ điều khiển máy đánh chữ điện tử là một hệ điều khiển digital, vì bộ xử lý nhận và cho ra các số liệu digital.

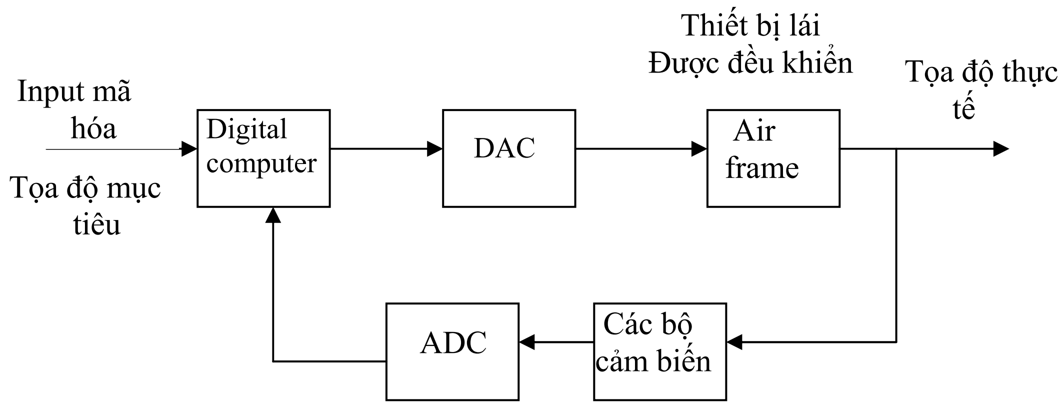
Một cách tổng quát, một hệ dữ liệu mẫu hóa chỉ nhận số liệu và thông tin một cách ngắt quãng tại những thời điểm riêng. Thí dụ: tín hiệu sai số trong hệ có thể được cung cấp ngắt quãng dưới dạng xung. Như vậy hệ sẽ không nhận thông tin về sai số suốt trong giai đoạn giữa hai xung liên tiếp.



H.1_12 : Sơ đồ khối một hệ điều khiển dữ liệu mẫu hóa.

Một tín hiệu vào liên tục r(t) được đưa vào hệ thống. Tín hiệu sai số e(t) được lấy mẫu (sampling). Ngõ ra của bộ phận lấy mẫu (sampler) là một loạt xung. Tần số lấy mẫu có thể đều hay là không.

Hình H.1_13 là sơ đồ khối cơ bản của hệ thống điều khiển digital để hướng dẫn quỹ đạo tên lửa autopilot tự tìm mục tiêu.



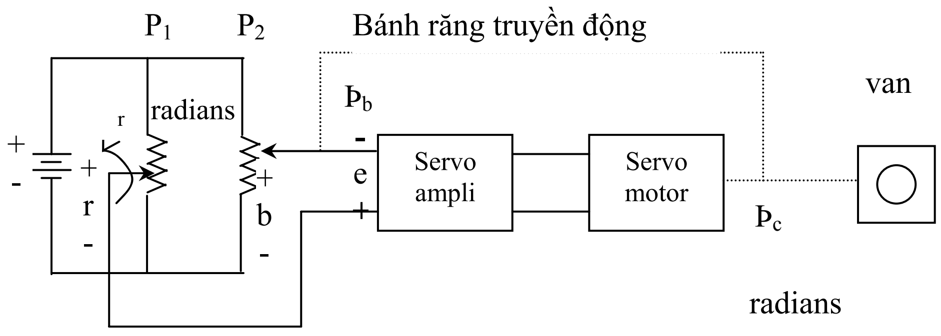
H.1_13 : Sơ đồ khối cơ bản của hệ thống điều khiển quỹ đạo tên lửa tự tìm mục tiêu.

5. Chỉnh cơ tự động (servomechanism).

Một loại hệ thống điều khiển đáng được đặc biệt lưu tâm do tính thịnh hành của nó trong kỹ nghệ và ngôn ngữ điều khiển học. Đó là servomechanism.

Một servomechanism là một hệ điều khiển tự động, trong đó biến số kiểm soát C là vị trí cơ học, hoặc đạo hàm theo thời gian của vị trí(vận tốc hay gia tốc).

Thí dụ : Xem một bộ điều khiển tự đông đóng mở van nước.



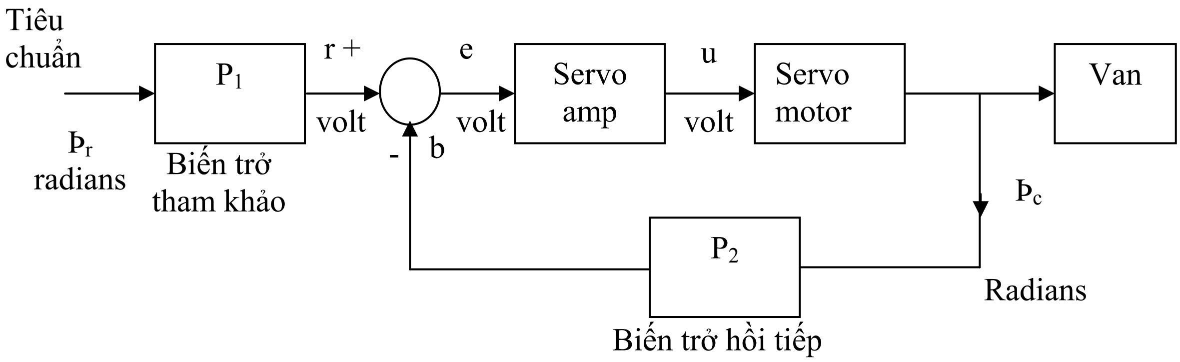
H.1_14: Servo mechanism điều khiển van.

Ngõ vào của hệ thống là một biến trở loại quay P1, được đấu với nguồn điện. Chân thứ 3(con chạy) được quy chuẩn theo vị trí góc (radians) và đấu vào một ngõ vào của mạch khuếch đại servo. Mạch khuếch đại này cung cấp đủ điện thế cho một động cơ điện gọi là servo motor. Trục của motor được truyền (cơ khí) đến một van để mở hay khóa nước. Nếu trục motor quay 360^0 thì van mở hoàn toàn.

P2 gọi là biến trở hồi tiếp. Chân thứ 3 được nối (cơ khí) với trục motor nhờ một bánh răng và đấu (điện) với ngõ vào thứ hai của mạch khuếch đại servo.

Tùy vị trí con chạy của hai biến trở, mà điện thế sai biệt e có thê dương, âm hay bằng zero. Điện thế này được khuếch đại, sau đó đặt vào motor đê điều khiển motor quay theo chiều mở van, đóng van hay vẩn giữ van ở vị trí củ (e= 0; khi đo motor không quay). Giã sử van đang đóng, ta quay P1 một góc (để đặt một tiêu chuẩn tham khảo ở ngõ vào). Điện thế e mất cân bằng (khác 0), làm cho motor quay một góc (thích ứng với góc quay của con chạy P1) làm van mở. Đồng thời, qua bộ bánh răng truyền động , con chạy P2 cũng quay một góc sao cho điện thế sai biệt e trở về 0 (motor không quay). Van được giữ ở độ mở ấy.

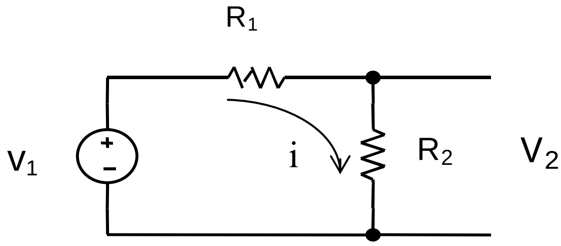
Hệ thống trên được trình bày bằng sơ đồ khối như sau :



H.1_15 : Sơ đồ khối servomechamism điều khiển van.

Một số thí dụ :

1. Xem một cầu phân thế như hình vẽ. Output là v_2 và input là v_1. Mạch thụ động này có thể mô hình hóa như là một hệ vòng hở hoặc như một hệ vòng kín.



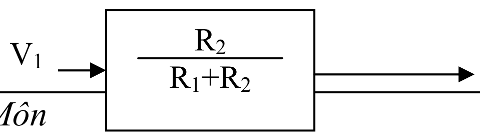
H.1_16

a. Từ các định luật Kirchhoff, ta có :

$v_2 = R_2 . i$

$i = v_1 / (R_1 + R_2)$

Vậy $v_2 = (R_2 / (R_1 + R_2)).v_1 = f(v_1, R_1, R_2)$



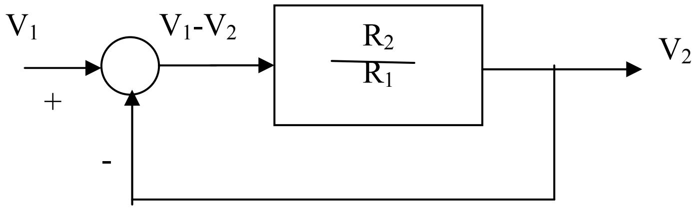
H.1_17

b. Nếu biết dòng i dưới dạng khác hơn:

$i = (v_1 - v_2) / R_1$ thì:

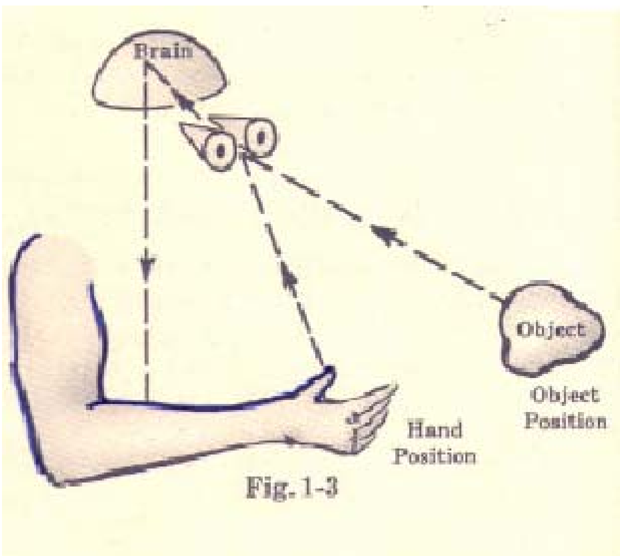
$v_2 = R_2 (v_1 - v_2) / R_1 = v_1 . R_2 / R_1 - v_2 . R_2 / R_1$

$= f (v_1, v_2, R_1, R_2)$



H.1_18

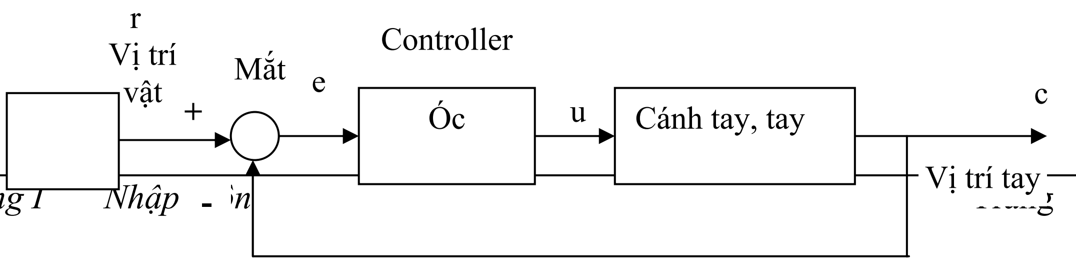
2. Hệ thống tự điều khiển để tay người chạm đến một đồ vật, có thể nhận dạng như sau : các bộ phận chính của hệ là óc, cánh tay, bàn tay và mắt.



Hình 1.19

Bộ óc gởi tín hiệu thần kinh đến cánh tay. Tín hiệu này được khuếch đại trong các bắp thịt của cánh tay và bàn tay, và xem như các tín hiệu tác động của hệ thống. Mắt dùng như bộ cảm biến, hồi tiếp liên tục vị trí của cánh tay và vị trí vật đến óc.

Vị trí tay là output của hệ, vị trí vật là input. Mục đích của hệ điều khiển là thu nhỏ khoảng cách của vị trí tay và vị trí vật đến zero.



H.1_20

3. Định luật cung cầu của kinh tế học có thể được xem như một hệ điều khiển tự động. Giá bán (giá thị trường) của một hàng hóa nào đó là output của hệ. Mục tiêu của hệ là giữ cho giá ổn định.

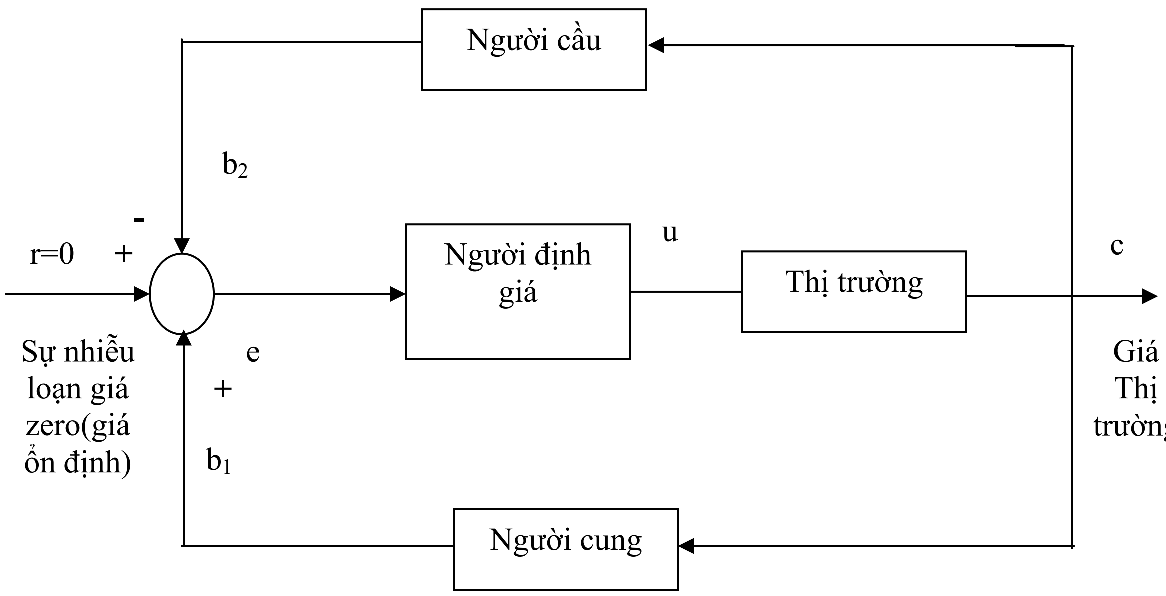
Định luật cung cầu cho rằng giá thị trường ổn định nếu và chỉ nếu cung bằng cầu.

Ta chọn 4 bộ phận chính của hệ thống là người cung, người cầu, người định giá thị trường, ở đó hàng hóa được mua và bán.

Input là sự ổn định của vật giá, hay tiện lợi hơn, là sự nhiễu loạn giá bằng zero. Output là giá thực tế của thị trường.

Sự hoạt đông của hệ thống được giải thích như sau :

Người định giá nhận một tín hiệu (zero) khi vật giá ổn định. Ông ta định một giá bán với sự giúp đỡ của những thông tin từ trí nhớ hay giá biểu của sự giao dịch trước đó. Giá này làm người cung sản xuất đưa vào thị trường một lượng hàng hóa nào đó, và người cầu mua một số trong số đó. Sự chênh lệch (sai số) giữa cung và cầu được điều chỉnh bởi hệ thống này. Nếu cung không bằng cầu, người định giá sẽ thay đổi giá thị trường theo hướng sau cho cung bằng với cầu. Vậy cả cung và cầu đều có thê xem là hồi tiếp vì chúng xác định tác động kiểm soát . Hệ thống được biểu diễn như H.1_21.



****

Chương II: HÀM CHUYỂN VÀ SƠ ĐỒ KHỐI CỦA HỆ THỐNG

- ĐẠI CƯƠNG.
- ĐÁP ỨNG XUNG LỰC VÀ HÀM CHUYỂN.
- SƠ ĐỒ KHỐI (BLOCK DIAGRAM).

I.ĐẠI CƯƠNG

Bước quan trọng thứ nhất trong việc thiết kế một hệ điều khiển là việc miêu tả toán học và mô hình hóa (modeling) cho thiết bị được kiểm soát.

Một cách tổng quát, những đặc tính động của thiết bị này sẽ được xác định trước bằng một tập hợp các biến. Thí dụ, xem một động cơ điện trong hệ thống điều khiển. Ta phải xác định điện áp đặt vào, dòng điện trong cuộn dây quấn, moment được khai triển trên trục, góc dời và vận tốc của rotor, và những thông số khác nữa nếu cần thiết .Tất cả những thông số ấy được xem như các biến của hệ. Chúng liên hệ nhau thông qua những định luật vật lý được thiết lập và đưa đến các phương trình toán học dưới nhiều dạng khác nhau. Tùy bản chất của thiết bị, cũng như điều kiện hoạt động của hệ, một vài hoặc tất cả các phương trình ấy là tuyến tính hay không, thay đổi theo thời gian hay không, chúng cũng có thể là các phương trình đại số, phương trình vi phân hoặc tổng hợp.

Các định luật vật lý khống chế nguyên tắc hoạt động của hệ điều khiển trong thực tế thường là rất phức tạp. Sự đặc trưng hóa hệ thống có thể đòi hỏi các phương trình phi tuyến và/hoặc thay đổi theo thời gian rất khó giải. Với những lý do thực tế, người ta có thể sử dụng những giả định và những phép tính xấp xỉ , để nghiên cứu các hệ này với lý thuyết hệ tuyến tính. Có hai phương cách tổng quát để tiếp cận với hệ tuyến tính. Thứ nhất, hệ căn bản là tuyến tính, hoặc nó hoạt đông trong vòng tuyến tính sao cho các điều kiên về sự tuyến tính được thỏa. Thứ hai, hệ căn bản là phi tuyến, nhưng đã được tuyến tính hóa xung quanh điểm hoạt động định mức. Nhưng nên nhớ rằng, sự phân tích các hệ như thế chỉ khả dụng trong khoảng các biến mà ở đó sự tuyến tính còn giá trị.

II. ĐÁP ỨNG XUNG LỰC VÀ HÀM CHUYỂN.

1. Đáp ứng xung lực(impulse).

Một hệ tuyến tính, không đổi theo thời gian có thể được đặc trưng bằng đáp ứng xung lực g(t) của nó. Đó chính là output của hệ khi cho input là một hàm xung lực đơn vị δ(t).

Hàm xung lực

$\delta(t) = 0 \quad ; \quad t \neq 0 .$

$\delta(t) \longrightarrow \infty \quad ; \quad t = 0 .$

- $$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, dt = 1$$

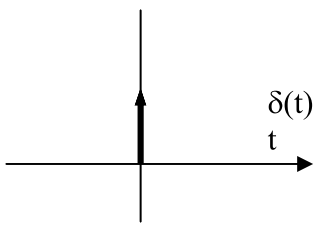
Tính chất thứ ba là tổng diện tích trên xung lực là một.

Vì tất cả diện tích của xung lực thì tập trung tại một điểm, các giới hạn của tích phân có thể dời về góc mà không làm thay đổi trị giá của nó.

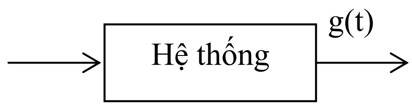
$$\int_{a}^{b} \delta(t)\, dt = 1 \qquad a < 0 \quad ; \quad b > 0 .$$

Có thể thấy rằng tích phân của δ(t) là u(t) (hàm nấc).

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t)\, dt = \begin{cases} 1 & , \ t > 0 \\ 0 & , \ t < 0 \end{cases} = u(t)$$



Xung lực đơn vị



Một khi đáp ứng xung lực của hệ được biết, thì output c(t) của nó với một input r(t) bất kỳ nào đó có thể được xác định bằng cách dùng hàm chuyển.

2. Hàm chuyển của hệ đơn biến.

Hàm chuyển (transfer function) của một hệ tuyến tính không thay đổi theo thời gian, được định nghĩa như là biến đổi Laplace của đáp ứng xung lực của nó, với các điều kiện đầu là zero. Đặt G(s) là hàm chuyển với r(t) là input và c(t) là output.

$$G(s)= \boldsymbol{L}\,[g(t)] \qquad (2.1)$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} \qquad (2.2)$$

Trong đó : $R(s)= \boldsymbol{L}\,[r(t)]$ (2.3)

$$C(s)= \boldsymbol{L}\,[c(t)] \qquad (2.4)$$

Với tất cả các điều kiện đầu đặt ở zero.

Mặc dù hàm chuyển được định nghĩa từ đáp ứng xung lực, trong thực tế sự tương quan giữa input và output của hệ tuyến tính không thay đổi theo thời gian với dữ liệu vào liên tục, thường được miêu tả bằng phương trình vi phân thích hợp, và dạng tổng quát của hàm chuyển được suy trực tiếp từ phương trình vi phân đó.

Xem phương trình vi phân với hệ số thực hằng, mô tả sự tương quan giữa input và output của hệ tuyến tính không thay đổi theo thời gian.

$$\frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_n \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + ... + a_2 \frac{dc(t)}{dt} + a_1 c(t)$$

$$= b_{m+1} \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_m \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + ... + b_2 \frac{dr(t)}{dt} + b_1 r(t) \qquad (2.5)$$

Các hệ số $a_1,a_2,…..a_n$ và b_1, $b_2…b_n$ là hằng thực và **$n \geq m$.**

Một khi r(t) với **$t \geq t_0$** và những điều kiện đầu của c(t) và các đạo hàm của nó được xác định tại thời điểm đầu $t=t_0$, thì output c(t) **với $t \geq t_0$** sẽ được xác định bởi phương trình (2.5). Nhưng, trên quan điểm phân giải và thiết kế hệ thống, phương pháp dùng phương trình vi phân để mô tả hệ thống thì rất trở ngại. Do đó, phương trình (2.5) ít khi được dùng trong dạng ban đầu để phân tích và thiết kế.

Thực quan trọng để nhớ rằng, mặc dù những chương trình có hiệu quả trên máy tính digital thì cần thiết để giải các phương trình vi phân bậc cao, nhưng triết lý căn bản của lý thuyết điều khiển hệ tuyến tính là: các kỹ thuật phân giải và thiết kế sẽ tránh các lời giải chính xác của hệ phương trình vi phân, trừ khi các lời giải trên máy tính mô phỏng được đòi hỏi.

Để được hàm chuyển của hệ tuyến tính mô tả bởi phương trình (2.5) , ta lấy biến đổi Laplace ở cả hai vế, với sự giả định các điều kiện đầu là zero.

$$(S^n+a_nS^{n-1}+…+a_2S+a_1)C(S)=(b_{m+1}S^m+b_mS^{m-1}+…+b_2S+b_1)R(S) \qquad (2.6)$$

Hàm chuyển: $$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_{m+1}S^m + b_m S^{m-1} + ... + b_2 S + b_1}{S^n + a_n S^{n-1} + ... + a_2 S + a_1} \qquad (2.7)$$

♦ ***Có thể tóm tắt các tính chất của hàm chuyển như sau:***

*Hàm chuyển chỉ được định nghĩa cho hệ tuyến tính không thay đổi theo thời gian.

* Hàm chuyển giữa một biến vào và một biến ra của hệ được định nghĩa là biến đổi Laplace của đáp ứng xung lực. Măt khác, hàm chuyển là tỷ số của biến đổi Laplace của output và input.

* Khi xác định hàm chuyển, tất cả điều kiện đầu đều đặt zero.

* Hàm chuyển thì độc lập với input của hệ.

* Hàm chuyển là một hàm biến phức S. Nó không là hàm biến thực theo thời gian, hoặc bất kỳ một biến nào được dùng như một biến độc lập.

- Khi một hệ thuộc loại dữ liệu vào digital, việc mô tả nó bằng các phương trình vi phân sẽ tiện lợi hơn. Và hàm chuyển trở thành một hàm biến phức Z. Khi đó, biến đổi Z sẽ được sử dụng.

3. Hàm chuyển của hệ đa biến.

Định nghĩa của hàm chuyển dễ được mở rộng cho một hệ thống với nhiều input và nhiều output. Một hệ như vậy được xem là hệ đa biến. Phương trình (2.5) cũng được để mô tả sự tương quan giữa các input và output của nó.

Khi xét sự tương quan giữa một input và một output, ta giả sử các input khác là zero. Rồi dùng nguyên lý chồng chất (super position) cho một hệ tuyến tính, để xác định một biến số ra nào đó do hậu quả của tất cả các biến vào tác đông đồng thời, bằng cách cộng tất cả các output do từng input tác động riêng lẽ.

Một cách tổng quát, nếu một hệ tuyến tính có p input và có q output, hàm chuyển giữa output thứ i và input thứ j được định nghĩa là:

$$G_{ij}(s) = \frac{C_i(s)}{R_j(s)} \qquad (2.8)$$

Với $R_k(s)=0$; $k=1,2...p$; $\mathbf{k \neq j}$

<u>Lưu ý</u> :phương trình (2.8) chỉ được định nghĩa với input thứ j, các input khác đều zero.

Nếu các input tác đông đồng thời, biến đổi Laplace của output thứ i liên hệ với biến đổi Laplace của tất cả các input theo hệ thức .

$$C_i(s) = G_{i1}(s).R_1(s) + G_{i2}(s).R_2(s) + ... + G_{ip}(s).R_p(s)$$

$$C_i(s) = \sum_{j=1}^{p} C_{ij}(s) R_j(s) \ ; \ (\ i=1,\ 2,\ 3...9) \qquad (2.9)$$

và $G_{ij}(s)$ xác định bởi phương trình (2.8)

Thật tiện lợi, nếu diễn tả phương trình (2.9) bằng một phương trình ma trận:

$$C(s) = G(s).\ R(s) \qquad (2.10)$$

Trong đó : $$C(s) = \begin{bmatrix} C_1(s) \\ C_1(s) \\ ... \\ C_q(s) \end{bmatrix} \qquad (2.11)$$

Là một ma trận qx1, gọi là vector output.

$$R(s) = \begin{bmatrix} R_1(s) \\ R_2(s) \\ ... \\ R_p(s) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Là một ma trận px1, gọi là vector input.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s)....G_{12}(s).........G_{1p}(s) \\ G_{21}(s)....G_{22}(s).........G_{2p}(s) \\ .... \; .... \; .... \; .... \\ G_{q1}(s)....G_{q2}(s).........G_{qp}(s) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Là một ma trận qxp, gọi là ma trận chuyển (transfer matrix)
Xem một thí dụ về một hệ đa biến đơn giản của một bộ điều khiển động cơ DC
Các phương trình cho bởi :

$$v(t) = R.i(t) + L\frac{di(t)}{dt} \quad (2.14)$$

$$T(t) = J.\frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) + T_L(t) \quad (2.15)$$

Trong đó :

- v(t): Điện áp đặt vào rotor
- i(t) : Dòng điên tương ứng của rotor.
- R : Điện trở nội cuộn dây quấn rotor.
- L : Điện cảm của rotor.
- J : Quán tính của rotor.
- B : Hệ số ma sát.
- T(t): moment quay.
- $T_L(t)$: moment phá rối, hoặc tải (moment cản).
- ω(t): Vận tốc của trục motor.

Moment của motor liên hệ với dòng rotor bởi hệ thức :

$T(t)=K_i.i(t)$ (2.16)

Trong đó, K_i : là hằng số moment

Để tìm hàm chuyển giữa các input (là v(t) và $T_L(t)$) và output (là ω(t)), ta lấy biến đổi Laplace hai vế các phương trình (2.14) đến (2.16). Giả sử điều kiện đầu là zero.

$$V(s) = (R + LS)\, I(s) \quad (2.17)$$

$$T(s) = (B + JS)\, \Omega(s) + T_L(s) \quad (2.18)$$

$$T(s) = K_I.I(s) \quad (2.19)$$

$$=> \quad \Omega(s) = \frac{Ki}{(B+JS)(R+LS)}V(S) - \frac{1}{B+JS}T_L(s) \qquad (2.20)$$

Phương trình này có thể viết lại :

$$C(s)= G_{11}(s).R_1(s) + G_{12}(s).R_2(s) \qquad (2.21)$$

Trong đó $C(s) = \Omega(s)$; $R_1(s) = V(s)$; $R_2(s) = T_L(s)$

$$G_{11}(s) = \frac{Ki}{(B + JS)(R + LS)};$$

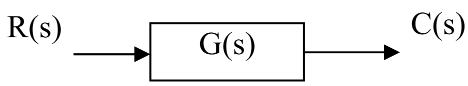
$$G_{12}(s) = \frac{-1}{B + JS}$$

$G_{11}(s)$ được xem như hàm chuyển giữa điên thế vào và vận tốc motor khi moment tải là zero. $G_{12}(s)$ được xem là hàm chuyển giưã moment cản và vận tốc motor khi điện thế vào là 0 .

III. SƠ ĐỒ KHỐI (block diagram)

Trong các hệ điều khiển phức tạp, việc vẽ sơ đồ chi tiết đòi hỏi nhiều thời gian. Vì vậy, người ta hay dùng một ký hiệu gọn gàng gọi là sơ đồ khối. Sự tổ hợp sơ đồ khối và hàm chuyển của hê sẽ trình bày bằng hình vẽ sự tương quan nhân quả giữa input và output.

Chẳn hạn, sơ đồ khối H.2_1 để biểu diễn phương trình:
C(s)= G(s)R(s).



H.2_1

Mũi tên trên sơ đồ khối minh thị răng, sơ đồ khối có tính nhất hướng (unilateral), tín hiệu chỉ có thê truyền theo chiều mũi tên.

Mặc dù mọi hệ thống đơn biến có thể trình bày bằng một khồi duy nhất giữa input và output, nhưng sự tiện lợi của ý niệm về sơ đồ khối nằm ở chổ: nó có thể diễn tả những hệ đa biến và gồm nhiều bộ phận mà hàm chuyển của chúng được xác định. Khi đó toàn bộ hệ thống được trình bày bởi sự ghép nhiều khối của các bộ phận riêng rẽ, sao cho sự tham gia của chúng vào hình trạng chung của hệ được lượng giá .

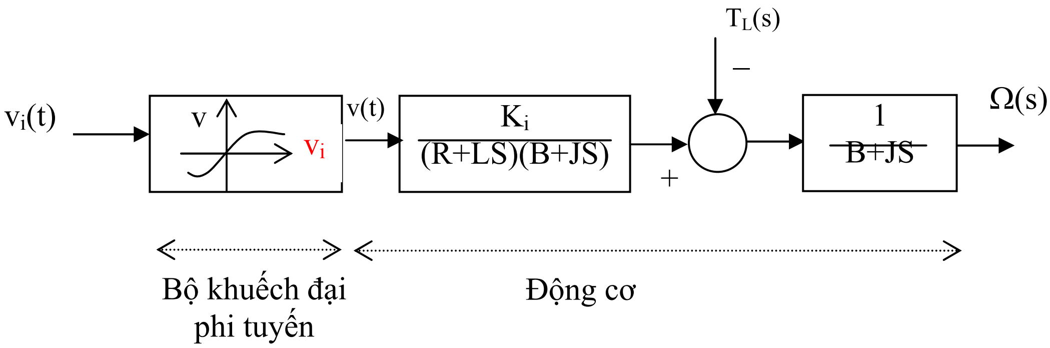
Nếu các hệ thức toán học của các bộ phận ấy được biết, thì sơ đồ khối có thể được dùng tham khảo cho lời giải giải tích hoăc cho máy tính.

Xa hơn nữa, nếu tất cả các bộ phận của hệ đều tuyến tính, hàm chuyển cho toàn bộ hệ thống có thể tìm được bằng cách dùng những phép tính đại số về sơ đồ khối.

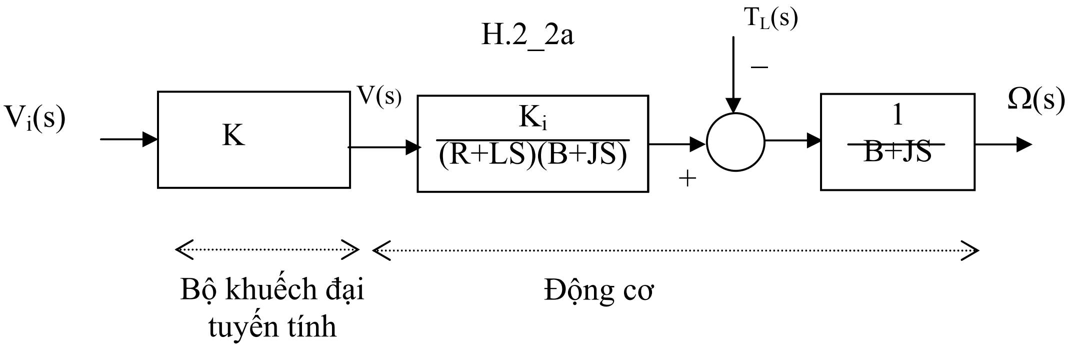
Một điểm rất căn bản cần lưu ý, sơ đồ khối có thể dùng biểu diễn cho các hệ tuyến tính cũng như phi tuyến. Hãy trở lại thí dụ về động cơ DC ở trên.

H.2_2a: bộ phận khuếch đại thì phi tuyến. Motor được giả sử tuyến tính hay hoạt đông ở vùng tuyến tính. Những tính chất động của nó biểu diễn bằng phương trình (2.20).

H.2_2b: cùng hệ thống trên nhưng bộ phận khuếch đại thì tuyến tính.



H.2_2a



H.2_2b

Lưu ý là H.2_2a, vì bộ khuếch đại là phi tuyến, nên không có hàm chuyển giữa ngõ vào và ngõ ra của nó. Giả sử chúng chỉ có thể xác định bằng hệ thức liên hệ giữa hai biến $v_i(t)$ và v(t) mà thôi. Ngược lại, H2_2b, hàm chuyển giữa ngõ vào và ngõ ra của bộ khuếch đại là K. Và ,

$$V(s)=K.V_i(s).$$

1. Sơ đồ khối của một hệ thống điều khiển .

Một thành phần được dùng nhiều trong các sơ đồ khối của hệ điều khiển, đó là bộ cảm biến (sensing device), nó đóng vai trò so sánh tín hiệu và thực hiện vài thuật toán đơn giản như cộng, trừ, nhân và đôi khi tổ hợp của chúng.

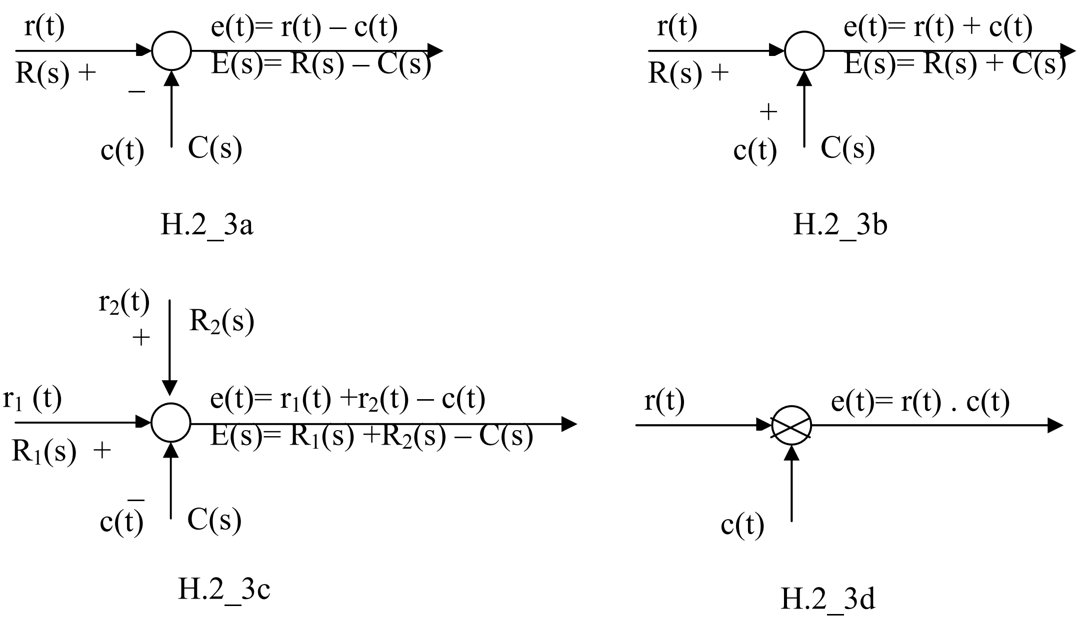
Bộ cảm biến có thể là một biến trở, một nhiêt trở hoặc một linh kiện chuyển năng khác (transducer), cũng có thể là một mạch khuếch đại vi sai, mạch nhân ...

Sơ đồ khối của cảm biến trình bày ở H.2_3a,b,c,d.

+ H.2_3a,b,c: mạch cộng trừ thì tuyến tính. Nên các biến ở ngõ vào và ra có thể là biến theo t hoặc s (biến đỏi Laplace).

$$e(t) = r(t) - c(t) \qquad (2.22)$$

$$\text{hoặc } E(s)=R(s)-C(s) \qquad (2.23)$$



H.2_3: **Sơ đồ khối bộ cảm biến.**

Ở H.2_3d, mạch nhân thì phi tuyến, nên liên hệ giữa input và output chỉ có thê ở phạm vi thời gian (Time domain). Nghĩa là,

$$e(t)=r(t).c(t) \qquad (2.24)$$

Trong trường hợp này ***sẽ không đưa đến E(s)=R(s) .C(s).***

Có thể dùng định lý chập phức (complexe_convolution) của biến đổi Laplace để đưa (2.24) đến :

$$E(s)=R(s)*C(s) \qquad (2.25)$$

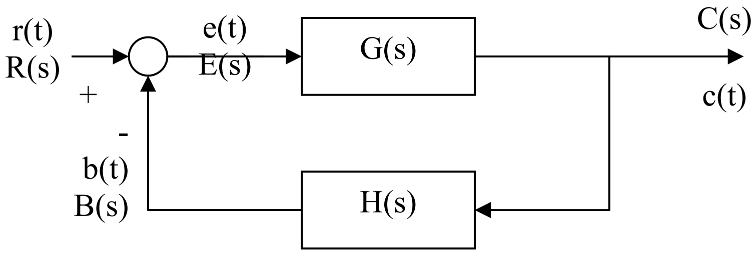
♦ Một hệ tự điều khiển tuyến tính có thể được trình bày bằng sơ đồ khối chính tắc như H.2_4. Trong đó :

r(t), R(s): tín hiệu tham khảo vào.
c(t), C(s): biến số được kiểm soát ở ngõ ra.
b(t), B(s): tín hiệu hồi tiếp.
e(t), E(s): tín hiệu sai biệt (error).

$G(s) = \dfrac{C(s)}{E(s)}$: Hàm chuyển vòng hở hoặc hàm chuyển đường trực tiếp (forward path).

$M(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)}$: Hàm chuyển vòng kín, hoặc tỉ số điều khiển .

H(s): Hàm chuyển hồi tiếp (feedback transfer)
G(s).H(s): Hàm chuyển đường vòng (loop transfer)



H.2_4:**Dạng chính tắc của sơ đồ khối một hệ tự điều khiển tuyến tính.**

Từ H.2_4 ta có :

$C(s)=G(s).E(s)$ (2.26)

$E(s)=R(s) – B(s)$ (2.27)

$B(s)=H(s).C(s)$ (2.28)

Thế (2.27) vào (2.26):

$C(s)=G(s).R(s)-G(s).B(s)$ (2.29)

Thay (2.28) vào (2.29):

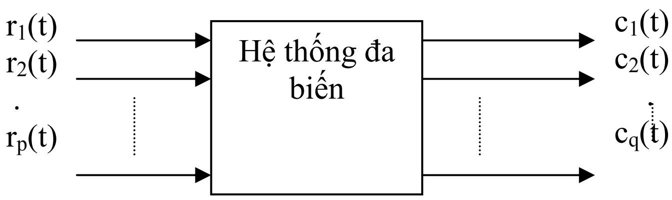
$C(s)=G(s)R(s)-G(s).H(s)C(s)$ (2.30)

Từ phương trình cuối cùng suy ra hàm chuyển đô lợi vòng kín:

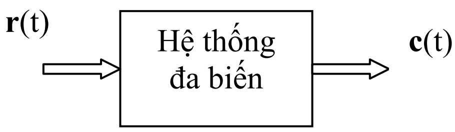
$$M(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.31)$$

2. Sơ đồ khối và hàm chuyển của hệ thống đa biến.

H.2_5 trình bày sơ đồ khối nhiều biến, với p input và q output.



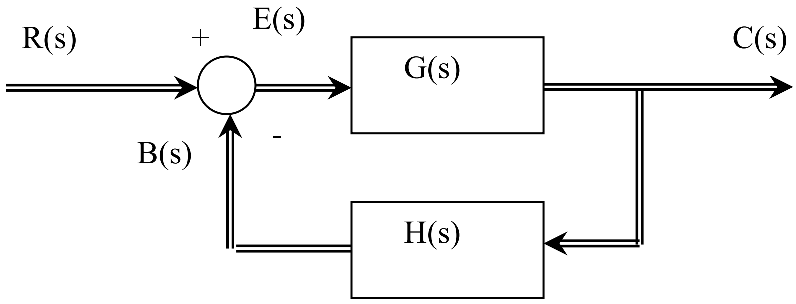
H.2_5a



H.2_5b

H.2_5b được dùng nhiều vì đơn giản. Sự nhiều input và output được biểu diễn bằng vector .

H.2_6 chỉ sơ đồ khối dạng chính tắc của hệ thống đa biến.



H.2_6: **Sơ đồ khối dạng chính tắc của hệ đa biến.**

Hàm chuyển được suy bằng cách dùng phép tính đại số các ma trận.

$$C(s) = G(s).\ E(s) \qquad (2.32)$$

$$E(s) = R(s) - B(s) \qquad (2.33)$$

$$B(s) = H(s).\ C(s) \qquad (2.34)$$

Ở đó : C(s) là ma trận qx1: vector output

E(s), B(s), R(s): đều là ma trận px1

G(s) và H(s) là ma trận qxp và pxq : ma trận chuyển.

Thay (2.34) vào (2.33) và rồi thay (2.33) vào (2.32) :

$$C(s)=G(s).\ R(s) - G(s).\ H(s).\mathbf{C}(s) \qquad (2.35)$$

Giải **C**(s) từ (2.35) :

$$C(s)=[\ I + \mathbf{G}(s).\ \mathbf{H}(s)]^{-1}\mathbf{.}\ G(s).\ R(s) \qquad (2.36)$$

Giả sử $I + G(s).\ H(s)$ không kỳ dị (non singular).

Nhận thấy rằng sự khai triển tương quan vào ra ở đây cũng tương tự như hệ đơn biến. Nhưng ở đây không thể nói về tỉ số C(s)/ R(s), vì chúng đều là các ma trận. Tuy nhiên, vẫn có thể định nghĩa ma trận chuyển vòng kín như sau:

$$M(s) = [\ I + G(s).\ H(s)]^{-1}.\ G(s) \qquad (2.37)$$

Phương trình (2.36) được viết lại :

$$C(s) = \mathbf{M}(s).\ R(s) \qquad (2.38)$$

<u>**Thí dụ 2.1**</u>: Xem ma trận hàm chuyển đường trực tiếp và ma trận hàm chuyển hồi tiếp của hệ H.2_6 là :

$$G(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{s+1} & -\dfrac{1}{s} \\ 2 & \dfrac{1}{s+2} \end{bmatrix} \qquad (2.39)$$

$$H(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.40)$$

Ma trân hàm chuyển vòng kín được cho bởi phương trình (2.37) và được tính như sau:

$$I + G(s)H(s) = \begin{bmatrix} 1 + \dfrac{1}{s+1} & -\dfrac{1}{s} \\ 2 & 1 + \dfrac{1}{s+2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{s+2}{s+1} & -\dfrac{1}{s} \\ 2 & \dfrac{s+3}{s+2} \end{bmatrix} \qquad (2.41)$$

$$M(s) = \left[I + G(s)H(s)\right]^{-1} G(s) = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \dfrac{s+3}{s+2} & \dfrac{1}{s} \\ -2 & \dfrac{s+2}{s+1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dfrac{1}{s+1} & -\dfrac{1}{s} \\ 2 & \dfrac{1}{s+2} \end{bmatrix} \qquad (2.42)$$

Trong đó:

$$\Delta = \frac{s+2}{s+1}\frac{s+3}{s+2} + \frac{2}{s} = \frac{s^2+5s+2}{s(s+1)} \qquad (2.43)$$

Vậy:

$$M(s) = \frac{s(s+1)}{s^2+5s+2}\begin{bmatrix} \dfrac{3s^2+9s+4}{s(s+1)(s+2)} & -\dfrac{1}{s} \\ 2 & \dfrac{3s+2}{s(s+1)} \end{bmatrix} \qquad (2.43)$$

3. Những định lý biến đổi sơ đồ khối.

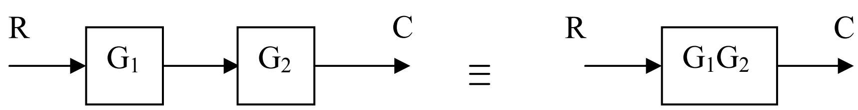
a. Các khối nối tiếp.

Một số hữu hạn bất kỳ các khối nối tiếp có thể kết hợp bởi một phép nhân đại số.

Đó là, n khối với hàm chuyển tương ứng $G_1, G_2, \ldots G_n$ mắc nối tiếp thì tương đương một khối duy nhất có hàm chuyển là G cho bởi:

$$G = G_1.G_2.G_3 \ldots G_n = \prod_{i=1}^{n} G_i \qquad (2.44)$$

<u>Thí dụ 2.2:</u>



H.2_7

Phép nhân cua nam cnuyển thì giao hoán :

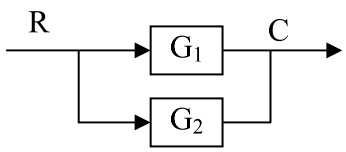
$$G_i.G_j=G_j.G_i \qquad (2.45)$$

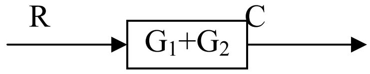
Với mọi i,j.

b. Các khối song song:

n khối với hàm chuyển tương ứng $G_1, G_2, \ldots, G_n$ mắc song song thì tương đương một khối duy nhất có hàm chuyển G cho bởi:

$$G = \sum_{i=1}^{n} G_i$$

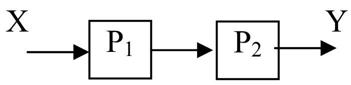
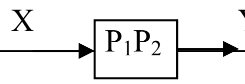
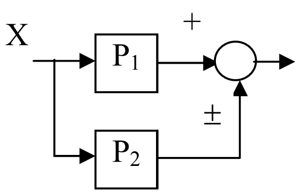
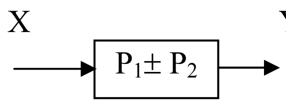
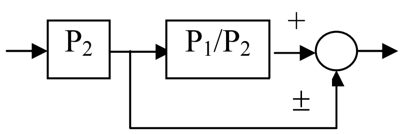




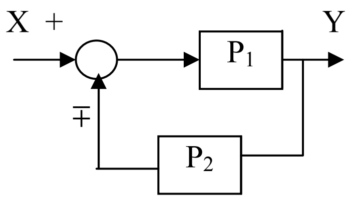
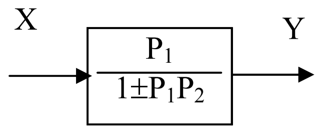
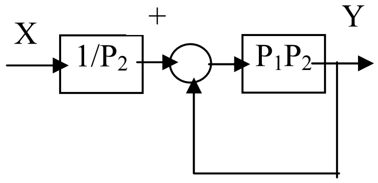
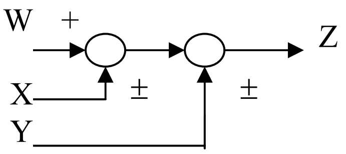
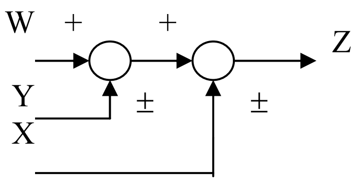
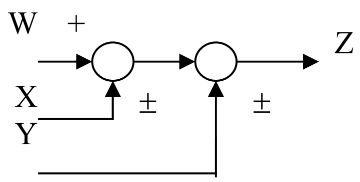
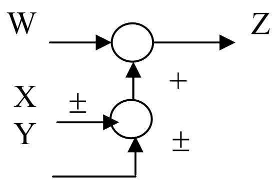
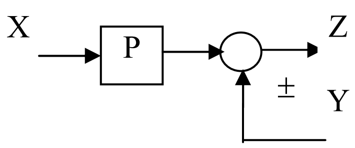
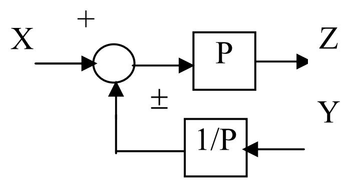
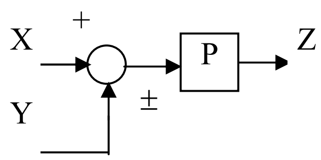
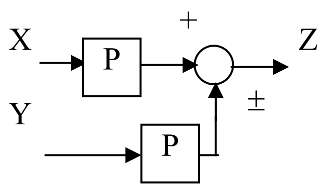
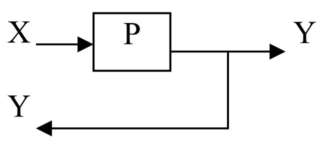
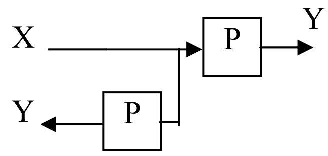
c. Bảng biến đổi sơ đồ khối .

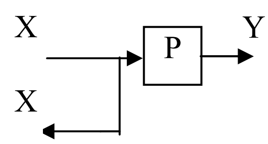
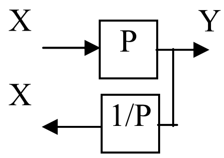
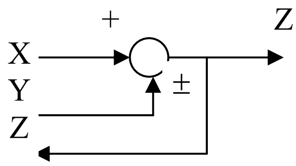
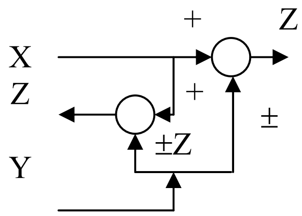
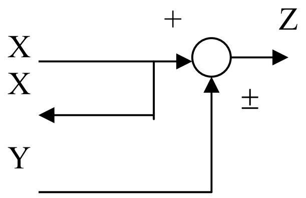
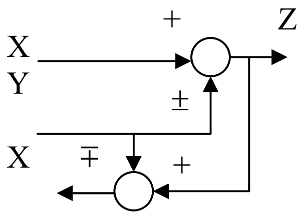
Sơ đồ khối của hệ điều khiển phức tạp có thể đơn giản hóa bằng cách dùng các biến đổi.

Trong bảng sau đây, chữ P được dùng để chỉ một hàm chuyển bất kỳ và W, X, Y, Z để chỉ những tín hiệu trong phạm vi tần số s.

Stt	Phương trình	Sơ đồ khối	Sơ đồ khối tương đương
1	$Y = (P_1P_2)\ X$		
2	$Y=P_1X \pm P_2X$		
3)	$Y=P_1X\pm P_2X$		

∓

4)	$Y = P_1(X \pm P_2 Y)$		
5	$Y = P_1(X \mp P_2 Y)$		
6a	$Z = W \pm X \pm Y$		
6b	$Z = W \pm X \pm Y$		
7	$Z = PX \pm Y$		
8	$Z = P[\,X \pm Y\,]$		
9	$Y = PX$		

10	Y=PX		
11	Z=X±Y		
12	Z=X±Y		

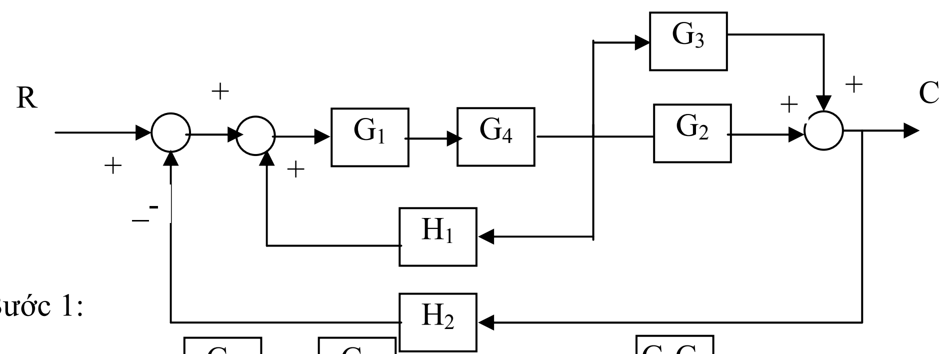
4. Thu gọn các sơ đồ khối phức tạp.

Sơ đồ khối của các hệ tự điều khiển thực tế thì thường rất phức tạp. Để có thể đưa về dạng chính tắc, cần thu gọn chúng lại. Kỹ thuật thu gọn, có thể theo các bước sau đây :

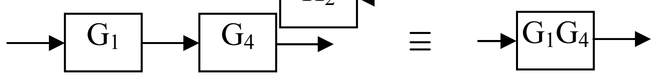
- Bước 1: kết hợp tất cả các khối nối tiếp, dùng biến đổi 1.
- Bước 2: kết hợp tất cả các khối song song, dùng biến đổi 2.
- Bước 3: giảm bớt các vòng hồi tiếp phụ, dùng biến đổi 4.
- Bước 4: dời các "**điểm tổng**" về bên trái và cac "**điểm lấy**" về bên phải vòng chính, dùng biến đổi 7, 10 và 12.
- Bước 5: lặp lại các bước từ 1-> 4, cho đến khi được dạng chính tắc đối với một input nào đó .
- Bước 6: lặp lại các bước từ 1-> 5 đối với các input khác nếu cần .

Các biến đổi 3, 5, 6, 8, 9 và 11 đôi khi cũng cần đến .

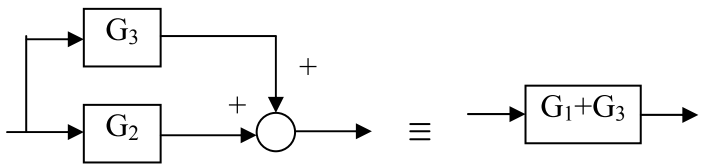
<u>Thí dụ 2.3</u> : Hãy thu gọn sơ đồ khối sau đây về dạng chính tắc.



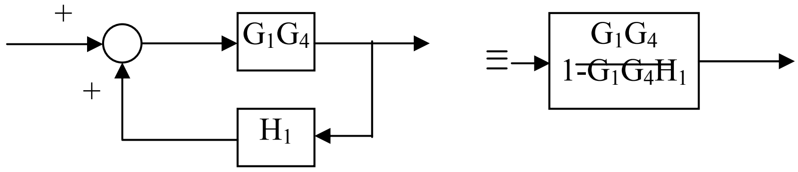
Bước 1:



Bước 2:

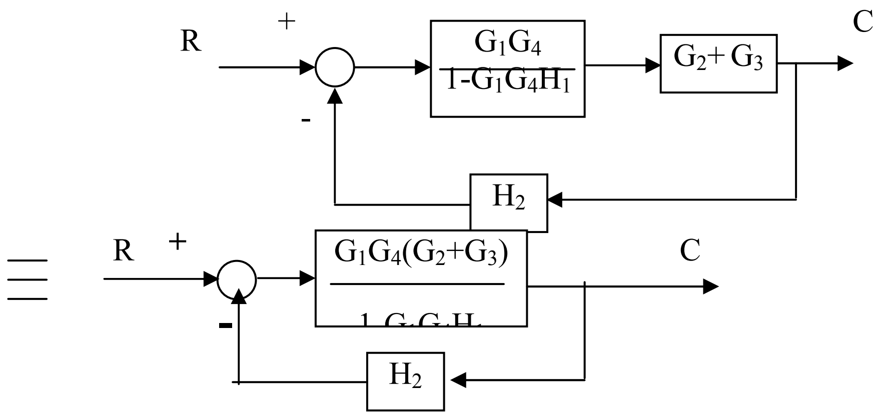


Bước 3:



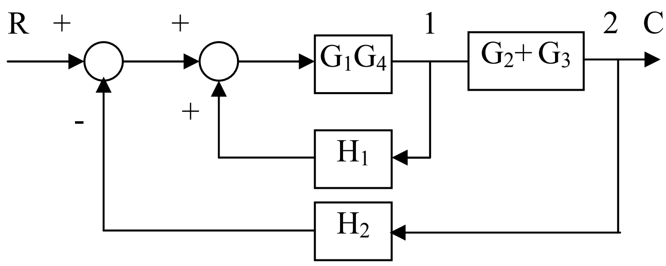
Bước 4: không dùng.

Bước 5:



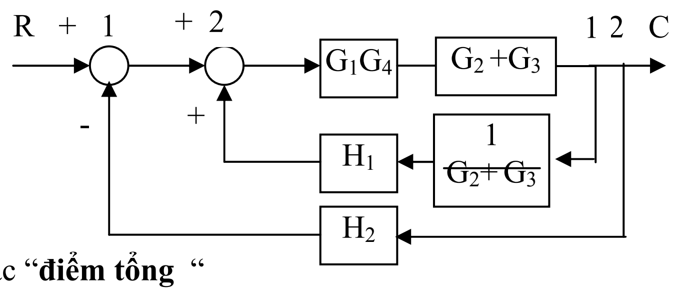
<u>Thí dụ 2.4 :</u> Hãy thu gọn sơ đồ khối thí dụ trên bằng cách cô lập H_1 (để H_1 riêng)

Bước 1 và 2:

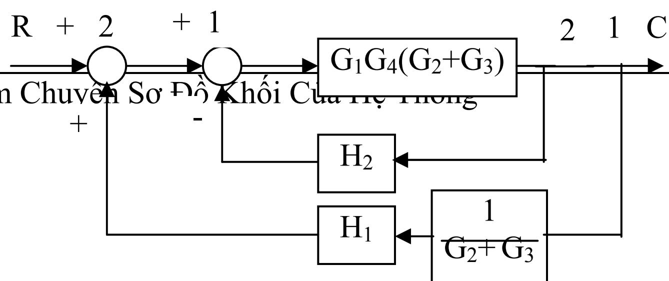


Không dùng bươc 3 lúc này, nhưng đi thăng đến bước 4 .

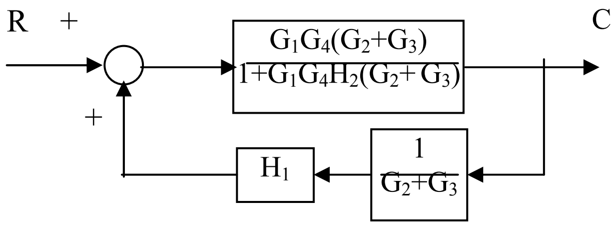
Bước 4: dời điểm lấy 1 về phía sau khối [(G_2+G_3)]



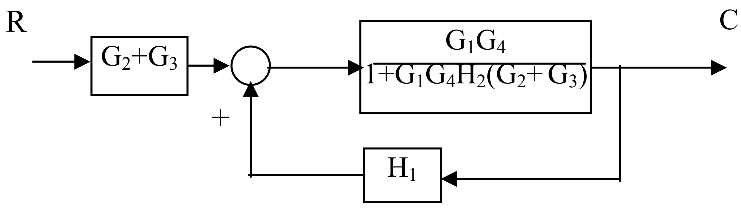
Sắp xếp lại các "**điểm tổng** "



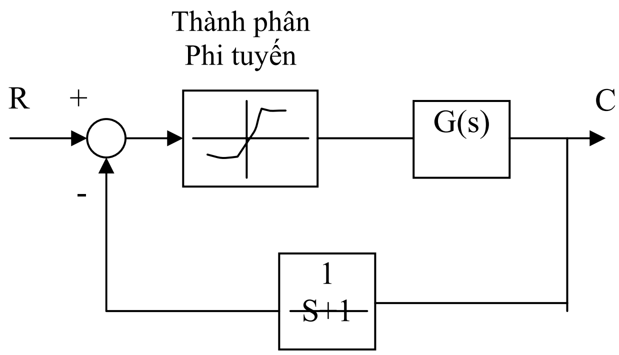
Bước 3: thu gọn vòng phụ có chứa H_2 .



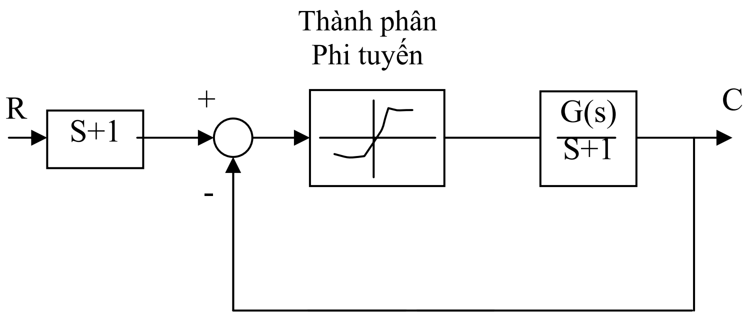
Cuối cùng, áp dụng biến đổi 5 để di chuyển [1/(G_1+G_3)] khỏi vòng hồi tiếp .



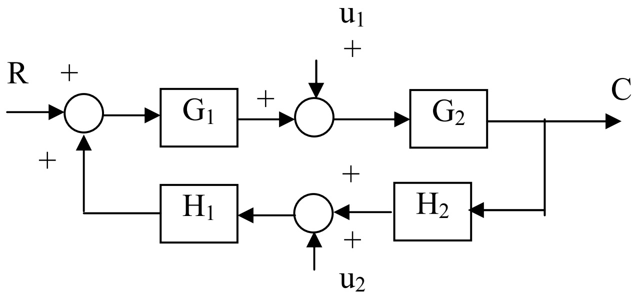
<u>Thí dụ 2.5 :</u> Hãy thu gọn hệ sau đây về dạng hệ điều khiển hồi tiếp đơn vị.



Một thành phần phi tuyến (trên đường truyền thẳng) không thể thu gọn như biến đổi 5 được. Khối tuyến tính trên đường hồi tiếp có thể kết hợp vơí khối tuyến tính của đường truyền thẳng. Kết quả là:

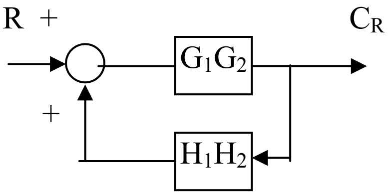


Thí dụ 2.6 : Hãy xác định output C của hệ nhiều input sau đây :



Các bộ phận trong hệ đều tuyến tính, nên có thể áp dụng nguyên lý chồng chất .

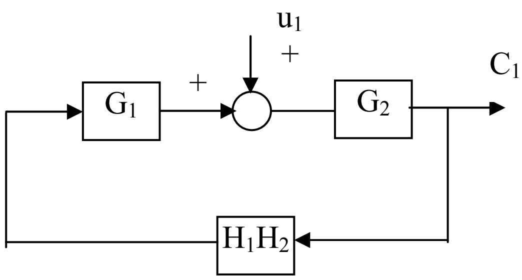
- Cho $u_1=u_2=0$. Sơ đồ khối trở nên.



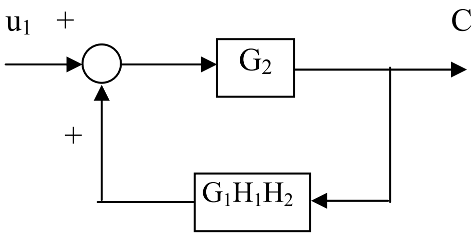
Ở đó C_R là output chỉ do sự tác đông riêng của R. từ phương trình (2.31)

$$C_R = \left[\frac{G_1G_2}{1 - G_1G_2H_1H_2}\right]R$$

- Cho $R=u_2=0$, Sơ đồ khối trở nên :



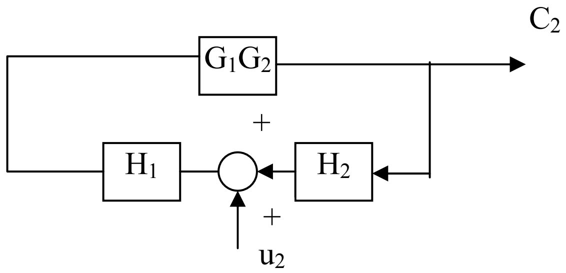
Ở đó C_1 là đáp ứng chỉ do sự tác đông riêng của u_1. Sắp xếp lại các khối :



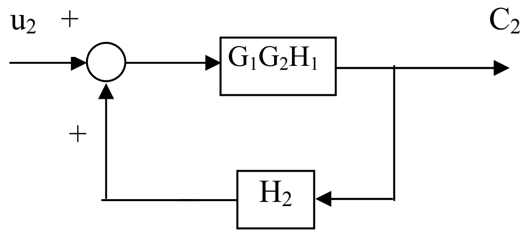
Vậy:

$$C_1 = \left[\frac{G_2}{1 - G_1G_2H_1H_2}\right]u_1$$

- Cho $R=u_1=0$. Sơ đồ khối trở nên :



Ở đó C_2 là đáp ứng do tác đông riêng của u_2 .



Vậy:

$$C_2 = \left[\frac{G_1G_2H_1}{1 - G_1G_2H_1H_2}\right]u_2$$

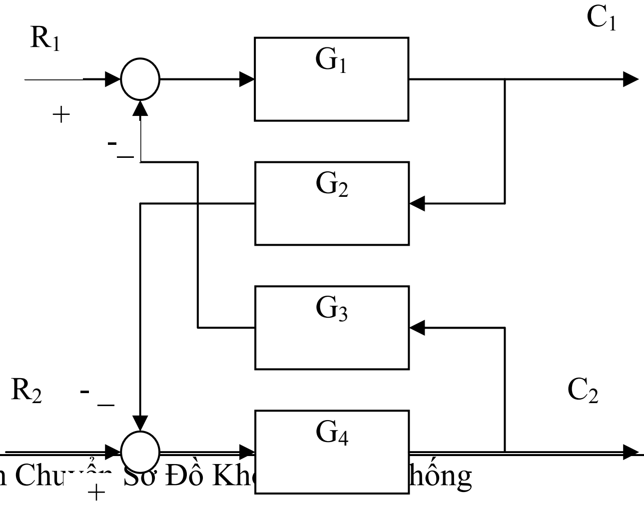
Bằng sự chồng chất, đáp ứng của toàn hệ là:

$C = C_R+C_1+C_2$

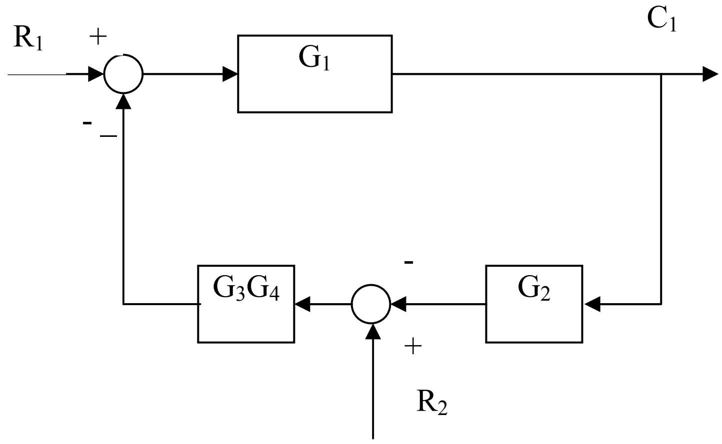
$$C = \frac{G_1G_2R + G_2U_1 + G_1G_2H_1u_2}{1 - G_1G_2H_1H_2}$$

Thí dụ 2.7:

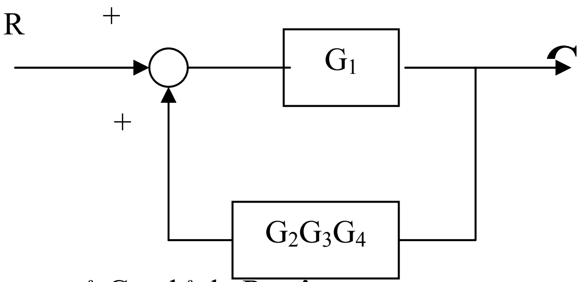
Sơ đồ khối sau đây là một ví dụ về hệ nhiều input và nhiều output. Hãy xác định C_1 và C_2.



a)Trước hết bỏ qua C_2. Xét hệ thống với 2 input R_1 ,R_2 và output C_1.



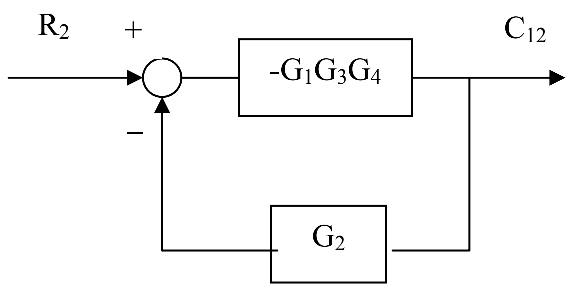
- Đặt R_2 =0 và kết hợp với các điểm tổng:



Như vậy, C_{11} là output ở C_1, chỉ do R_1 gây ra.

$$C_{11} = \frac{G_1R_1}{1 - G_1G_2G_3G_4}$$

- Đặt R_1=0:



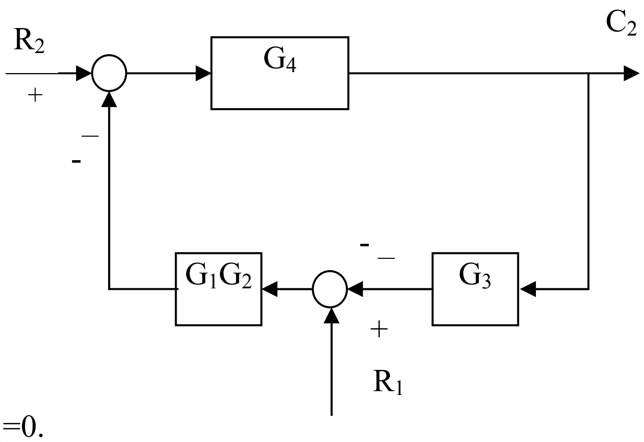
C_{12} là output ở C_1, chỉ do R_2 gây ra.

$$C_{12} = \frac{-G_1G_3G_4R_2}{1 - G_1G_2G_3G_4}$$

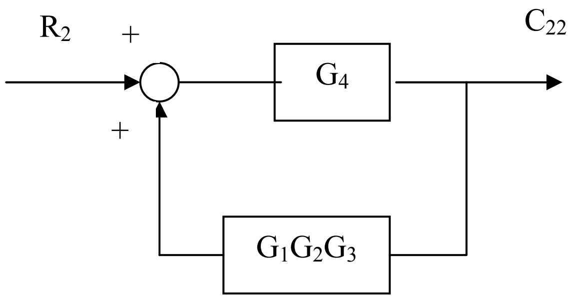
Vậy:

$$C_1 = C_{11} + C_{12} = \frac{G_1R_1 - G_1G_3G_4R_2}{1 - G_1G_2G_3G_4}$$

b. Bây giờ, bỏ qua C_1. Xét hệ thống với 2 input R_1,R_2 và output C_2.



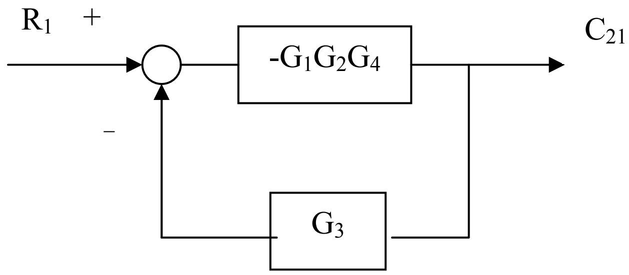
Đặt R_1=0.



Đặt R_2=0.

Vậy :

$$C_{22} = \frac{G_4R_2}{1 - G_1G_2G_3G_4}$$



Vậy :

$$C_{21} = \frac{-G_1G_2G_4R_1}{1 - G_1G_2G_3G_4}$$

Cuối cùng: $C_2 = C_{21} + C_{22}$.

$$C_2 = \frac{R_2 G_4 - G_1 G_2 G_4 R_1}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG II

2.1: Tìm hàm chuển của 1 hệ thống mà input và output của nó liên hệ bằng phương trình vi phân:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = x + \frac{dx}{dt}.$$

2.2 : Một hệ thống chứa thời trể có phương trình vi phân:

$$\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = x(t - T)$$

Tìm hàm chuyển của hệ.

2.3 : Vị trí Y của 1 vật có khối lượng không đổi M liên hệ với lực f đặt lên nó bởi phương trình vi phân:

$$M\frac{d^2y}{dt^2} = f$$

Xác định hàm chuyển tương quan giữa vị trí và lực.

2.4 : Một động cơ dc mang tải cho 1 moment tỉ lệ với dòng điện vào i. Nếu phương trình vi phân đối với động cơ và tải là:

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = B\frac{d\theta}{dt} = ki$$

Trong đó J là quán tính rotor, B là hệ số ma sát.
Xác định hàm chuyển giữa dòng điện vào và vị trí trục rotor.

2.5 : Một xung lực được đặt vào ngõ vào của 1 hệ thống và ở ngõ ra được 1 hàm thời gian e^{-2t}.

Tìm hàm chuyển của hệ.

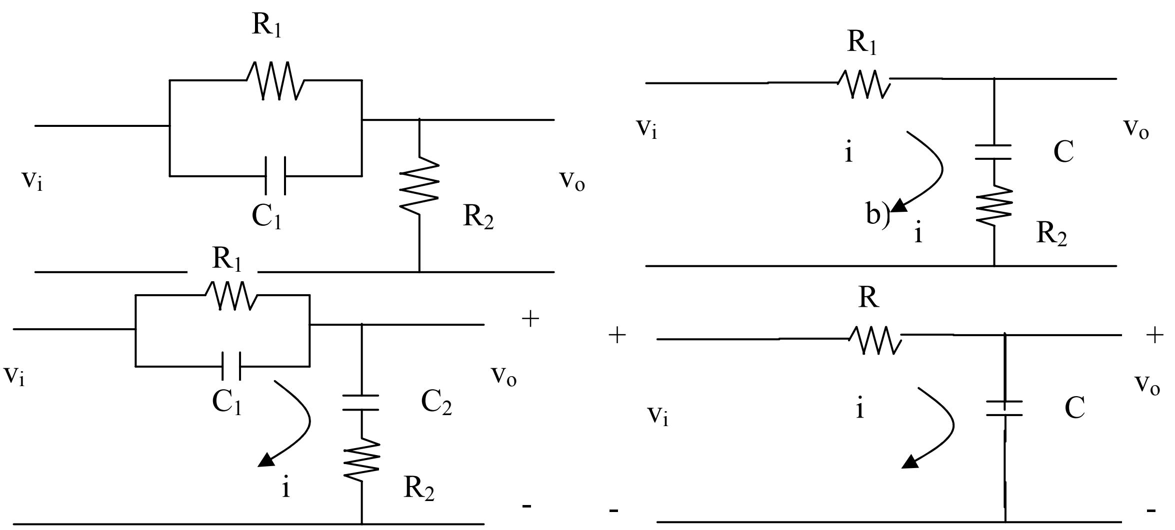
2.6 : Đáp ứng xung lực của 1 hệ là tín hiệu hình sin. Xác định hàm chuyển của hệ và phương trình vi phân.

2.7 : Đáp ứng nấc của hệ thống là:

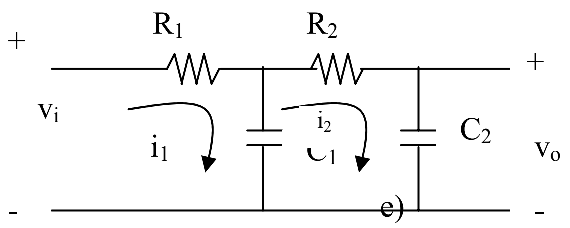
$$c = 1 - \frac{7}{3}e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-2t} - \frac{1}{6}e^{-4t}.$$

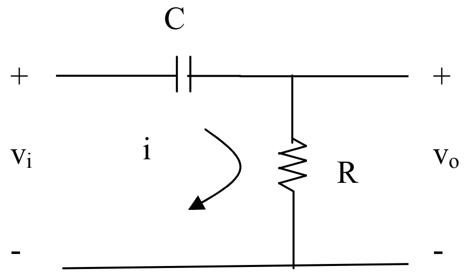
Tìm hàm chuyển.

2.8 : **T**ìm hàm chuyển của các mạch bổ chính sau đây:



c) **d)**





2.9 : Tìm hàm chuyển của mạch điện gồm 2 mạch vẽ ở bài tập 2.8f nối tiếp.

2.10 : Xác định đáp ứng dốc (ramp) của 1 hệ có hàm chuyển:

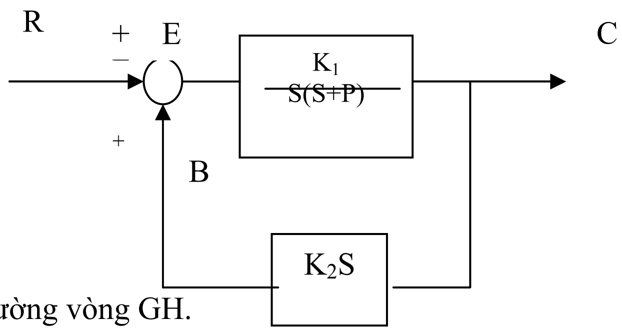
$$P(s) = \frac{s^2}{s^2 + (3/RC)s + 1/R^2C^2}$$

2.11 : Xem 2 Mạch điện vẽ ở bài tập 2.8d và 2.8e. Hàm chuyển của mạch 2.9d là:

$$P(s) = \frac{a}{s+a} \quad ; \quad \text{với } a=1/RC.$$

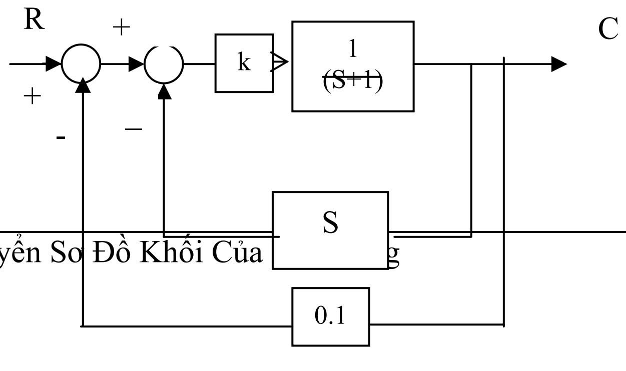
Hỏi hàm chuyển của mạch 2.9e có bằng $\left(\frac{a}{s+a}\right)^2$ không? Tại sao?

II.12 : Sơ đồ khối chính tắc của 1 hệ tự kiểm được vẽ như sau :

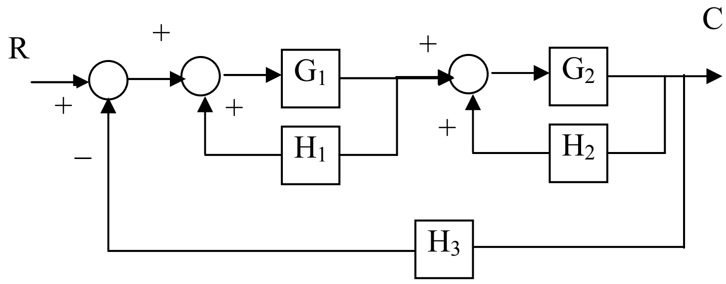


Xác định :
a) Hàm chuyển đường vòng GH.
b) Hàm chuyển vòng kín C/R.
c) Tỷ số sai biệt E/R.
d) Tỷ số B/R.
e) Phương trình đặc trưng.

2.13 : Thu gọn sơ đồ sau đây về dạng chính tắc và tìm output C. Cho k là hằng so.

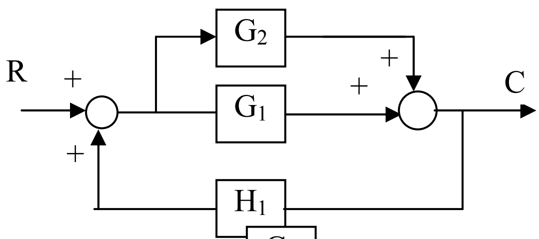


II.14 : Xác định hàm chuyển của hệ thống trong sơ đồ khối sau đây rồi đặc $H_1 = 1/G_1$; $H_2 = 1/G_2$.

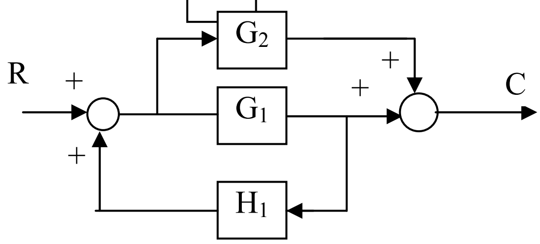


II.15 : Xác định C/R cho mỗi hệ sau đây :

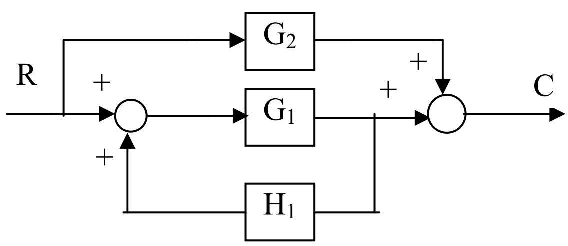
a).



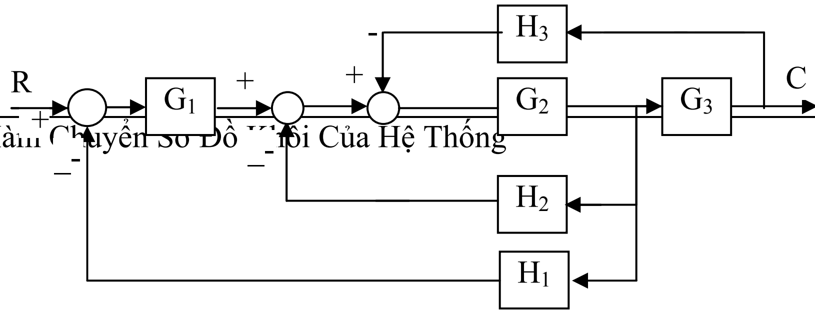
b).



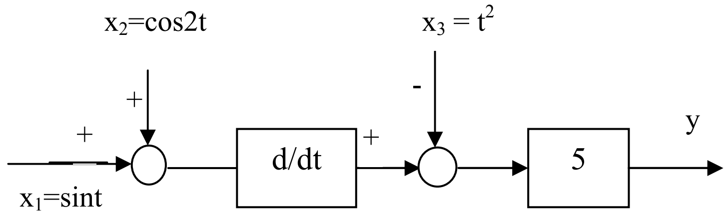
c).



2.16 : Thu gọn các sơ đồ khối sau đây về dạng chính tắc:



2.17 : Xem sơ đồ khối của 1 hệ như sau . Xác định đáp ứng ở ngõ ra.



LỜI GIẢI CHƯƠNG II

2.1 : Lấy biến đổi laplace phương trình trên, bỏ qua các số hạng do điều kiện đầu.

$S^2 Y(s)+3SY(s) +2Y(s)=X(s)+SX(s)$

$$P(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \left[\frac{s+1}{s^2+3s+2}\right]$$

Hàm chuyển của hệ : $P(s) = \left[\frac{s+1}{s^2+3s+2}\right]$

2.2 : Lấy biến đổi laplace phương trình trên, bỏ qua điều kiện đầu:

$SY(s)+Y(s)=e^{-ST}X(s)$.

Hàm chuyển của hệ là:

$$P(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{e^{-ST}}{s+1}$$

2.3 : Lấy laplace phương trình:

$Ms^2Y(s)=F(s)$

Hàm chuyển : $P(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2}$

2.4 : Biến đổi laplace của phương trình: $(JS^2+BS).\theta(s)=KI(s)$

Hàm chuyển: $P(s) = \frac{\theta(s)}{I(s)} = \frac{K}{s(Js+B)}$

2.5 : Hàm chuyển là : $P(s)=C(s)/R(s)$.

Và $R(S) =1$, khi $r(t)=\delta(t)$.

Vậy: $P(s) = C(s) = \dfrac{1}{s+2}$

<u>II.6 :</u> Hàm chuyển của hệ là phương trình laplace của đáp ứng xung lực của nó:

$$P(s) = \frac{1}{s^2+1}$$

Dùng toán tử D: $P(D) = \dfrac{1}{D^2+1} = \dfrac{c}{r}$

$D^2c+c=r$ hoặc : $\dfrac{d^2c}{dt^2} + c = r$

<u>2.7 :</u>Vì đạo hàm của hàm nấc là 1 xung lực, nên đáp ứng xung lực của hệ là

$$p(t) = \frac{dc}{dt} = \frac{7}{3}e^{-t} - 3e^{-2t} + \frac{2}{3}e^{-4t}$$

Biến đổi laplace của P(t) và hàm chuyển:

$$P(s) = \frac{7}{3(s+1)} + \frac{-3}{s+2} + \frac{2}{3(s+4)} = \frac{s+8}{(s+1)(s+2)(s+4)}$$

2.8 :

a) $P(s) = \dfrac{v_0(s)}{v_i(s)} = \dfrac{s+a}{s+b}$; với $a = \dfrac{1}{R_1C}$ và $b = \dfrac{1}{R_1C} + \dfrac{1}{R_2C}$

b) $P(s) = \dfrac{a(s+b)}{b(s+a)}$ với $a = \dfrac{1}{(R_1+R_2)C}$ và $b = \dfrac{1}{R_2C}$

c) $P(s) = \dfrac{(s+a_1)(s+b_2)}{(s+a_2)(s+b_1)}$ với $a_1 = -\dfrac{1}{R_1C_1}$ và $b_2 = -\dfrac{1}{R_2C_2}$

$b_1a_2 = a_1b_2$; $b_1 + a_2 = a_1 + b_2 + \dfrac{1}{R_2C_1}$

d) $P(s) = \dfrac{1}{RC(s+\frac{1}{RC})}$

e) $P(s) = \dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2s^2 + (R_1C_1 + R_1C_2 + R_2C_2)s + 1}$

$$P(s) = \frac{s}{s+\frac{1}{RC}}$$

2.9 :

P(s)= $P(s) = \dfrac{s^2}{s^2 + (\frac{3}{RC})s + \frac{1}{R^2C^2}}$

2.10 :

c(t)= $c(t)=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}e^{-2t}+\frac{1}{2}t$

2.11 : Sinh viên tự giải.

2.12 :

a) $GH=\frac{K_1K_2}{s+p}$

b) $\frac{C}{R}=\frac{G}{1-GH}$ (với dấu trừ cho biết hồi tiếp dương).

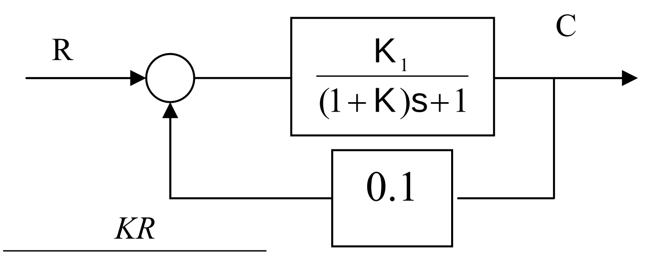
$\frac{C}{R}=\frac{K_1}{s(s+p-K_1K_2)}$

c) $\frac{E}{R}=\frac{1}{1-GH}=\frac{s+p}{s+p-K_1K_2}$

d) $\frac{B}{R}=\frac{1}{1-GH}=\frac{K_1K_2}{s+p-K_1K_2}$

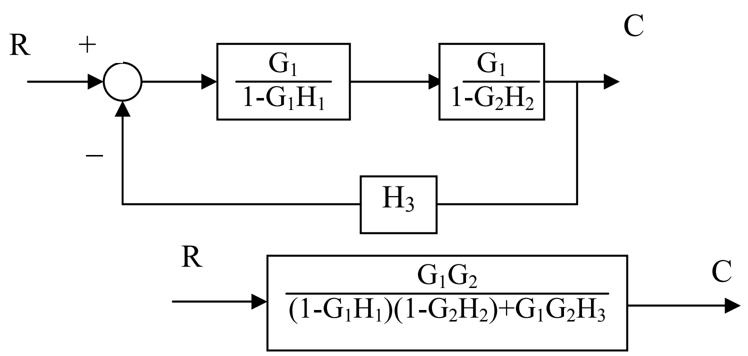
e) Phương trình đặc trưng của hệ được xác định bởi: 1± GH=0
Trường hợp này vì là hồi tiếp dương nên :1-GH=0
=>$s+p-K_1K_2=0$

2.13 :

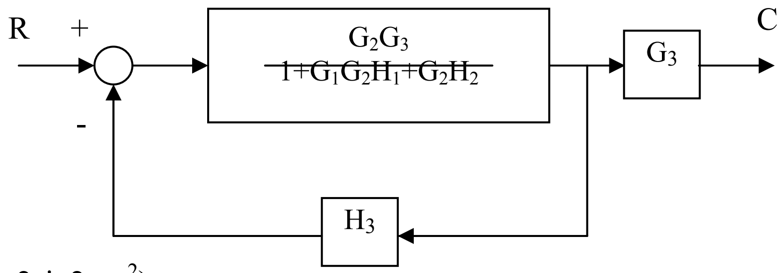


$C=\frac{KR}{(1+K)s+(1+0.1K)}$

2.14 : Thu gọn các vòng trong.



2.15 : Sinh viên tự giải.
2.16 :



II.17 :

y(t)=5(cost-2sin2t –t^2).

****

Chương III: ĐỒ HÌNH TRUYỀN TÍN HIỆU

- ĐẠI CƯƠNG.
- NHỮNG ĐỊNH NGHĨA.
- TÓM LƯỢC NHỮNG TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA ĐHTTH.
- ĐẠI SỐ HỌC VỀ ĐỒ HÌNH TRUYỀN TÍN HIỆU.
- CÁCH VẼ ĐỒ HÌNH TRUYỀN TÍN HIỆU.
- ÁP DỤNG DÙNG CÔNG THỨC MASON VÀO SƠ ĐỒ KHỐI.

I. ĐẠI CƯƠNG.

Đồ hình truyền tín hiệu (signal flow graph - ĐHTTH) được giới thiệu đầu tiên bởi S.J. MASON được xem như là ký hiệu đơn giản hóa của sơ đồ khối, để trình bày mối tương quan nhân quả của một hệ tuyến tính.

Bên cạnh sự khác biệt về hình trạng vật lý giữa ĐHTTH và sơ đồ khối, ta có thể thấy ĐHTTH chặc chẽ hơn về những liên hệ toán học. Nhưng những định luật dùng cho sơ đồ khối thì mềm dẻo hơn nhiều và kém rõ ràng hơn.

Một ĐHTTH được định nghĩa như là một phương pháp đồ họa để miêu tả những liên hệ vào - ra giữa các biến của một tập hợp những phương trình đại số.

Xem một hệ tuyến tính được diễn tả bởi tập hợp N phương trình đại số.

$$y_j = \sum_{k=1}^{N} a_{kj} \cdot y_k \qquad j= 1,2.3...N \qquad (3.1)$$

N phương trình nầy được viết dưới dạng tương quan nhân quả:

$$\text{Hu quaớ thỉ } j = \sum_{k=1}^{N} (\text{ li tiỡ k n j}) . (\text{nguyn nhn thỉ k}) \qquad (3.2)$$

Hay đơn giản hơn:

$$\text{Output} = \sum (\text{độ lợi}).(\text{input}) \qquad (3.3)$$

Đồ hình truyền tín hiệu được vẽ dựa vào tiên đề quan trọng nhất này.

Trường hợp hệ thống được mô tả bằng các phương trình vi tích phân, trước nhất ta phải biến đổi chúng thành các phương trình biến đổi Laplace và sắp xếp chúng theo dạng phương trình (3.1).

$$y_j(s) = \sum_{k=1}^{N} G_{kj}(s)\, y_k(s) \qquad j=1,2,....,N \qquad (3.4)$$

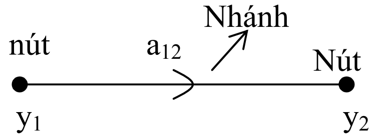
Khi vẽ ĐHTTH , các điểm nối hay là **nút** dùng để biểu diễn các biến y_j hay y_k . Các nút được nối với nhau bởi các đoạn thẳng gọi là **nhánh**, tuỳ thuộc vào các phương trình nhân quả. Các nhánh được đặc trưng bởi **độ lợi nhánh** và **chiều**. Một tín hiệu chỉ có thể truyền ngang qua nhánh theo chiều mũi tên.

Thí dụ, xem một hệ tuyến tính được trình bài bởi phương trình đơn giản.

$$y_2 = a_{12} . y_1 \qquad (3.5)$$

Trong đó, y_1 là biến s vào , y_2 là biến ra và a_{12} là độ lợi hay độ truyền dẫn (transmittansce) giữa hai biến số.

Đồ hình truyền tín hiệu biểu diễn cho phương trình (3.5) được vẽ ở hình H.3_1.



H.3_1

Chiều của nhánh từ nút y_1 đến nút y_2 chỉ sự phụ thuộc của biến ra với biến vào, và không có ngược lại. Vì thế, mặc dù phương trình (3.5) có thể viết lại:

$$y_1 = \frac{1}{a_{12}} y_2 \qquad (3.6)$$

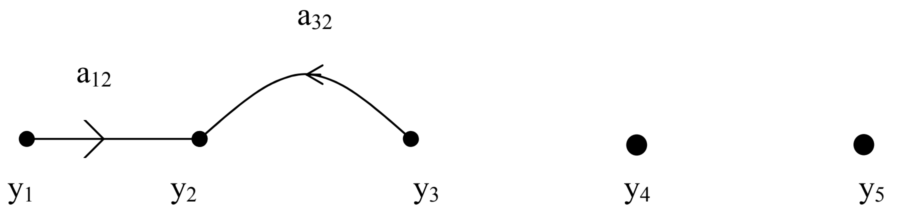
Nhưng ĐHTTH ở hình H.3_1 không đưa đến một tương quan như vậy. Nếu phương trình (3.6) có giá trị như là một tương quan nhân quả theo ý nghĩa vật lý, thì phải vẽ một ĐHTTH khác.

Một thí dụ khác, xem tập hợp các phương trình đại số :

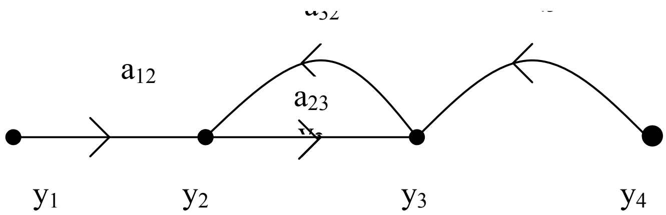
$$
\begin{aligned}
y_2 &= a_{12}\, y_1 + a_{32}\, y_3 \\
y_3 &= a_{23}\, y_2 + a_{43}\, y_4 \\
y_4 &= a_{24}\, y_2 + a_{34}\, y_3 + a_{44}\, y_4 \qquad (3.7) \\
y_5 &= a_{25}\, y_2 + a_{45}\, y_4
\end{aligned}
$$

ĐHTTH cho các phương trình này được vẽ từng bước như hình H.3_2. Các nút biểu diễn các biến y_1 , y_2 , y_3 , y_4 và y_5 được đặt theo thứ tự từ trái sang phải.

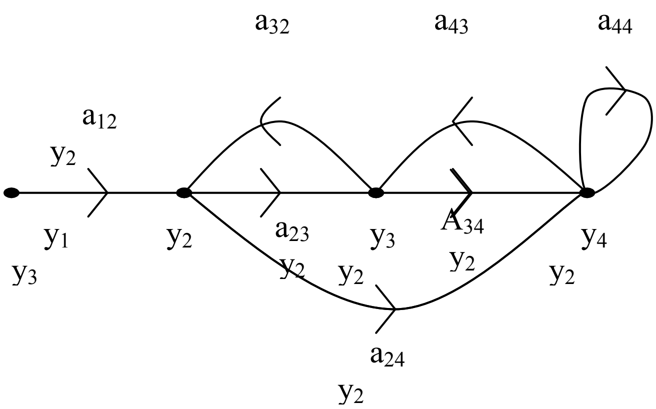
a)



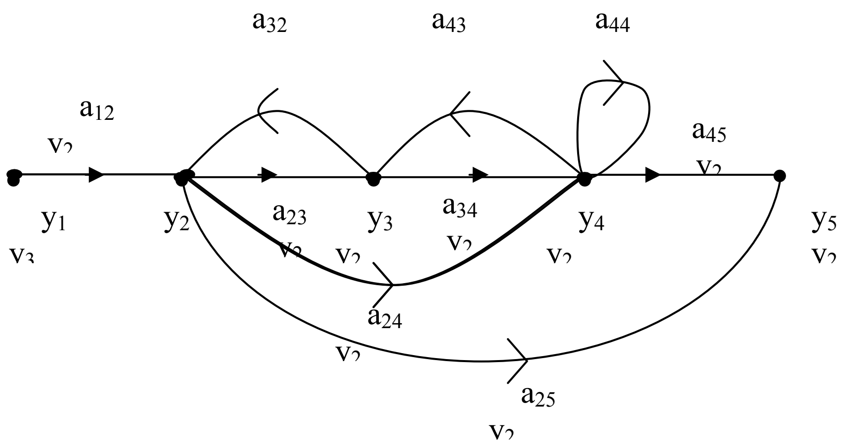
b)



c)



d)



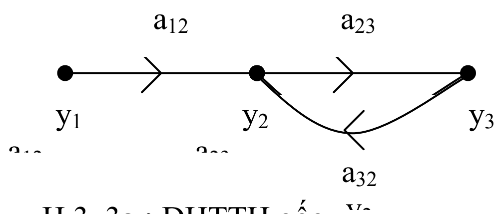
H.3_2. : ĐHTTH của hệ phương trình (3.7) .

II . NHỮNG ĐỊNH NGHĨA.

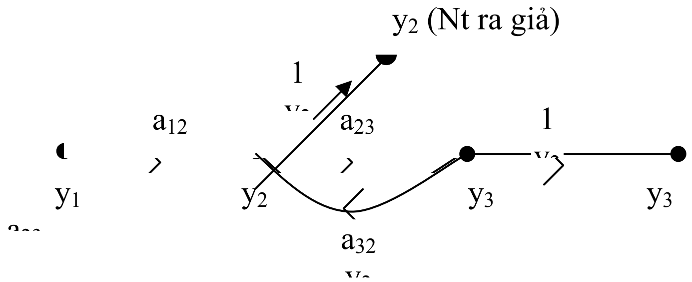
1) Nút vào (nguồn) : Nút vào là một nút chỉ có những nhánh ra. Thí dụ nút y_1 ở H.3_2 .

2) Nút ra : Nút ra là nút chỉ có những nhánh vào. Thí dụ nút y_5 ở H.3_2.

Tuy nhiên không phải lúc nào cũng có sẵn nút ra thỏa định nghĩa trên. Thí dụ ĐHTTH ở hình H.3_3a. Ở đó không có nút nào phù hợp định nghĩa. Tuy nhiên, có thể xem y_3 và/hoặc y_2 là nút ra nếu ta đưa vào các nhánh với độ lợi đơn vị cho các biến y_3 và y_2 như H.3_3b. Các nút đưa thêm vào gọi là nút giả (dummy node).

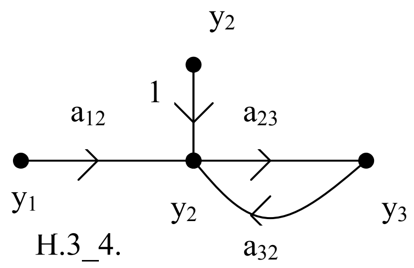


H.3_3a **:** ĐHTTH gốc.



H.3_3b: ĐHTTH cải biến với 2 nút giả .

Một cách tổng quát ta có thể thấy rằng, bất kỳ một nút nào không phải là nút vào đều có thể làm một nút ra theo cách trên. Tuy nhiên, ta không thể đổi một nút không phải là nút vào thành một nút vào theo cách tương tự. Thí dụ, nút y_2 trong hình H.3_3a không phải là nút vào. Nhưng nếu ta cố đổi nó thành nút vào bằng cách thêm nút giả như H.3_4 thì phương trình mô tả tương quan tại nút y_2 sẽ là:



H.3_4.

$$y_2 = y_2 + a_{12}y_1 + a_{32}\, y_3 \qquad (3.8)$$

Phương trình này khác với phương trình gốc, được viết từ hình H.3_3a:

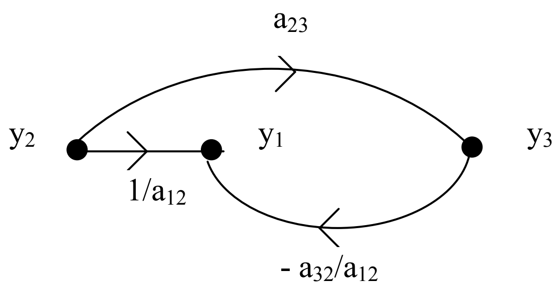
$$y_2 = a_{12}\, y_1 + a_{32}\, y_3 \qquad (3.9)$$

Trường hợp muốn chọn y_2 là nút vào, ta phải viết lại phương trình nhân quả, với kiểu xếp đặt : các nguyên nhân nằm bên vế phải và hậu quả nằm bên vế trái. Sắp xếp phương trình (3.9) lại, ta có hai phương trình gốc cho ĐHTTH hình H. 3_3 như sau:

$$y_1 = \frac{1}{a_{12}} y_2 - \frac{a_{32}}{a_{12}} y_3 \qquad (3.10)$$

$$y_3 = a_{32}\, y_2 \qquad (3.11)$$

ĐHTTH cho hai phương trình trên, vẽ ở hình H.3_5.

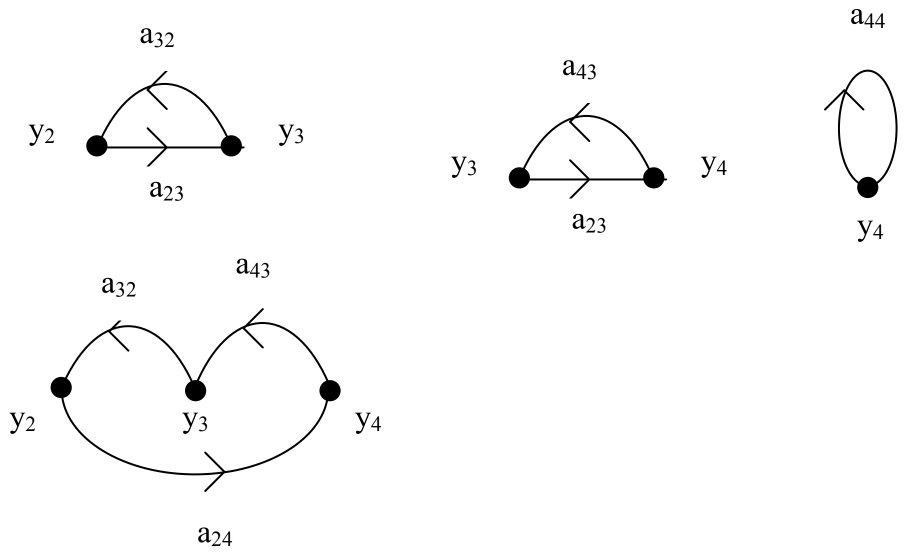


H.3_5: ĐHTTH với y_2 là nút vào.

3) Đường(path): Là sự nối tiếp liên tục theo một hướng của các nhánh , mà dọc theo nó không có một nút nào được đi qua quá một lần.

4) Đường trực tiếp (forward path): Là đường từ nút vào đến nút ra. Thí dụ ở ĐHTTH hình H.3_2d, y_1 là nút vào, và có 4 nút ra khả dĩ : y_2 , y_3 , y_4 và y_5 . Đường trực tiếp giữa y_1 và y_2: là nhánh giữa y_1 và y_2. Có hai đường trực tiếp giữa y_1 và y_3: Đường 1, gồm các nhánh từ y_1 đến y_2 đến y_3. Đường 2, gồm các nhánh từ y_1 đến y_2 đến y_4 (ngang qua nhánh có độ lợi a_{24}) và rồi trở về y_3(ngang qua nhánh có độ lợi a_{43}). Người đọc có thể xác định 2 đường trực tiếp từ y_1 đến y_4. Tương tự, có 3 đường trực tiếp từ y_1 đến y_5.

5) Vòng(loop): Là một đường xuất phát và chấm dứt tại cùng một nút, dọc theo nó không có nút nào khác được bao quá một lần. Thí dụ, có 4 vòng ở ĐHTTH ở hình H.3_2d.



H.3_6: 4 vòng ở ĐHTTH của hình H.3_2d.

6) **Độ lợi đường (path Gain)** : Tích số độ lợi các nhánh được nằm trên một đường.
Thí dụ, độ lợi đường của đường y_1- y_2- y_3- y_4 trong hình H.3_2d là a_{12} a_{23} a_{34}.

7) **Độ lợi đường trực tiếp (forward_path Gain) :** Độ lợi đường của đường trực tiếp.

8) **Độ lợi vòng (loop Gain) :** Độ lợi đường của một vòng. Thí du, độ lợi vòng của vòng y_2 - y_3 - y_4 - y_2 trong hình H.3_2d là a_{24} a_{43} a_{32}.

III. TÓM LƯỢC NHỮNG TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA ĐHTTH.

1. ĐHTTH chỉ áp dụng cho các hệ tuyến tính .

2. Các phương trình, mà dựa vào đó để vẽ ĐHTTH, phải là các phương trình đại số theo dạng hậu quả là hàm của nguyên nhân.

3. Các nút để biểu diễn các biến. Thông thường, các nút được sắp xếp từ trái sang phải, nối tiếp những nguyên nhân và hậu quả ngang qua hệ thống.

4. Tín hiệu truyền dọc theo nhánh, chỉ theo chiều mũi tên của nhánh.

5. Chiều của nhánh từ nút y_k đến y_j biểu diễn sự phụ thuộc của biến y_j vào y_k, nhưng không ngược lại.

6. Tín hiệu y_k truyền dọc một nhánh giữa nút y_k và y_j thì được nhân bởi độ lợi của nhánh a_{kj} sao cho một tín hiệu $a_{kj}y_k$ nhận được tại nút y_j .

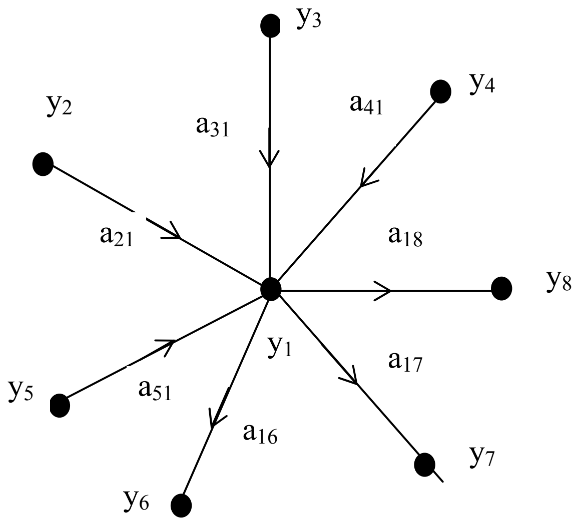
IV. ĐẠI SỐ HỌC VỀ ĐỒ HÌNH TRUYỀN TÍN HIỆU.

Dựa trên những tính chất của ĐHTTH, ta có thể tóm lược như sau:

1) Trị giá cuả biến được biểu diễn bằng một nút thì bằng tổng của tất cả tín hiệu đi vào nút.

Như vậy, đối với ĐHTTH ở H.3_7, trị giá của y_1 bằng tổng của các tín hiệu được truyền ngang qua mọi nhánh vào :

$$y_1= a_{21}\, y_2 + a_{31}\, y_3 + a_{41}\, y_4 + a_{51}\, y_5 \qquad (3.12)$$



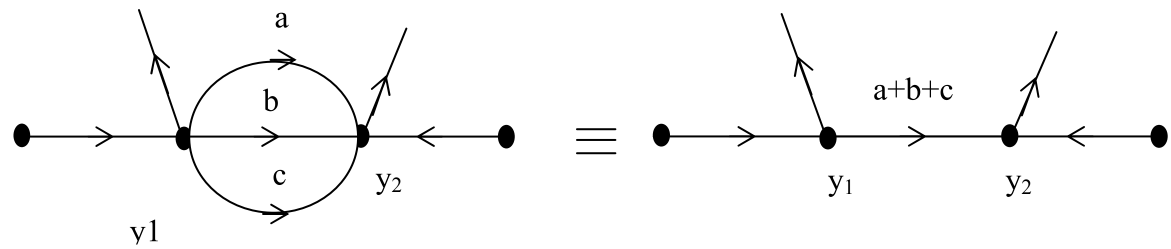
H.3_7: Nút như là một điểm tổng, và như là một điểm phát .

2) Trị giá của biến số được biểu diễn bởi một nút thì được truyền ngang qua tất cả các nhánh rời khỏi nút. Trong ĐHTTH hình H.3_7 , ta có :

$$
\begin{aligned}
y_6 &= a_{16}\, y_1 \\
y_7 &= a_{17}\, y_1 \qquad (3.13)\\
y_8 &= a_{18}\, y_1
\end{aligned}
$$

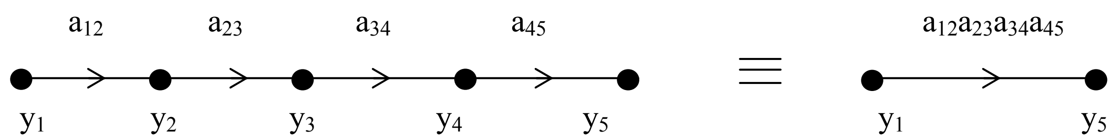
3) Các nhánh song song theo cùng một chiều giữa hai nút có thể được thay bởi một nhánh duy nhất với độ lợi bằng tổng các độ lợi của các nhánh ấy.

Thí dụ ở hình H.3_8.



H.3_8 : Sự tương đương của các nhánh song song.

4) Sự nối tiếp nhiều nhánh, như hình H.3_9, có thể được thay bởi một nhánh duy nhất với độ lợi bằng tích các độ lợi nhánh.

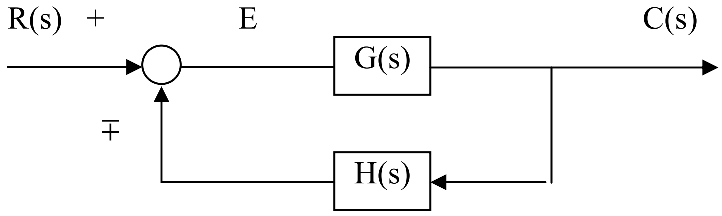


H.3_9 : Sự tương đương của các nhánh nối tiếp.

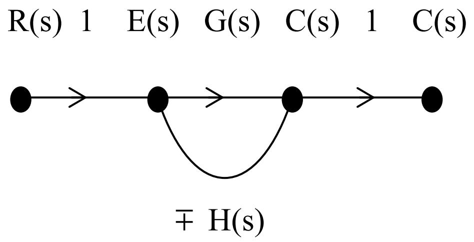
V. CÁCH VẼ ĐỒ HÌNH TRUYỀN TÍN HIỆU.

1) ĐHTTH của một hệ tự kiểm tuyến tính mà các thành phần của nó chỉ rõ bởi các hàm chuyển thì có thể được vẽ một cách trực tiếp bằng cách tham khảo sơ đồ khối của hệ. Mỗi một biến của sơ đồ khối sẽ là một nút. Mỗi khối sẽ là một nhánh.

Thí dụ 3.1: Từ sơ đồ khối dưới dạng chính tắc của một hệ thống tự kiểm như hình H.3_10, ta có thể vẽ ĐHTTH tương ứng ở hình H.3_11.



H.3_10 : Sơ đồ khối chính tắc của một hệ tự kiểm.



H.3_11 : ĐHTTH tương ứng của hệ.

Nhớ là dấu - hay + của điểm tổng thì được kết hợp với H.

Từ H.3_11, viết phương trình cho tín hiệu tại các nút E và C :

$$E(s) = R(s) \mp H(s).C(s) \qquad (3.14)$$

và $C(s) = G(s).E(s)$ (3.15)

Hàm chuyển vòng kín : (hay tỷ số điều khiển)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 \pm G(s)H(s)} \qquad (3.16)$$

2) Đối với các hệ được mô tả bằng phương trình vi phân, ta vẽ ĐHTTH theo cách sau đây:

a.Viết hệ phương trình vi phân dưới dạng :

$$\begin{aligned}
X_1 &= A_{11} \cdot X_1 + A_{12}X_2 + \ldots + A_{1n}X_n \\
X_2 &= A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + \ldots + A_{2n}X_n \qquad (3.17) \\
&\ldots\ldots \\
X_m &= A_{m1}X_1 + A_{m2}X_2 + \ldots + A_{mn}X_n
\end{aligned}$$

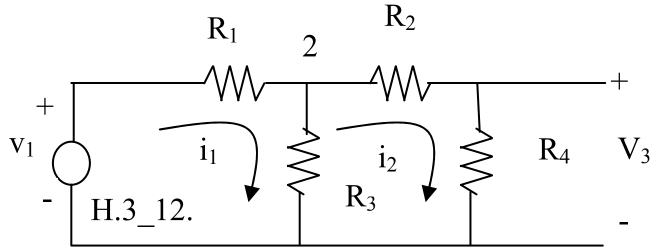
Nếu X_1 là nút vào, thì không cần một phương trình cho nó.

b. Sắp xếp các nút từ trái sang phải sao cho không gây trở ngại cho các vòng cần thiết .

c. Nối các nút với nhau bằng các nhánh A_{11}, A_{12} ...

d. Nếu muốn vẽ một nút ra, thì thêm nút giả có độ lợi nhánh bằng 1 .
e. Sắp xếp lại các nút ***và /hoặc*** các vòng để có một đồ hình rõ ràng nhất.

Thí dụ 3.2 : Hãy vẽ ĐHTTH cho một mạch điện vẽ ở hình H.3_12 :



H.3_12.

Có 5 biến số : v_1, v_2, v_3, i_1 và i_2 . Trong đó v_1 đã biết. Ta có thể viết 4 phương trình độc lập từ các định luật Kirchhoff về thế và dòng.

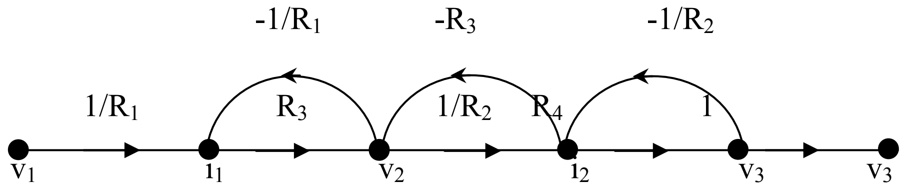
$$i_1 = \left(\frac{1}{R_1}\right)v_1 - \left(\frac{1}{R_1}\right)v_2$$

$$v_2 = R_3 i_1 - R_3 i_2 \qquad (3.18)$$

$$i_2 = \left(\frac{1}{R_2}\right)v_2 - \left(\frac{1}{R_2}\right)v_3$$

$$v_3 = R_4 i_2$$

Đặt 5 nút nằm ngang nhau với v_1 là một nút vào, nối các nút bằng những nhánh. Nếu muốn v_3 là một nút ra, ta phải thêm vào một nút giả và độ lợi nhánh bằng 1.



H.3_13

VI. CÔNG THỨC MASON.

Ở chương trước, ta có thể rút gọn các sơ đồ khối của những mạch phức tạp về dạng chính tắc và sau đó tính độ lợi của hệ thống bằng công thức:

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1+GH}$$

Và ở phần trên, ta cũng có thể dùng đồ đồ hình truyền tín hiệu để ít tốn thì giờ hơn. Và ở đây, ta lại có thể dùng công thức Mason, như là công thức tính độ lợi tổng quát cho bất kỳ một đồ hình truyền tín hiệu nào.

$$T = \frac{\sum_i p_i \Delta_i}{\Delta} \qquad (3.19)$$

Độ lợi : y_{out}/y_{in} ; y_{out}: biến ra, y_{in}: biến vào.
p_i : độ lợi đường trực tiếp thứ i.

$$\Delta = 1 - \sum_j p_{j1} + \sum_j p_{j2} - \sum_j p_{j3} + \ldots.$$

=1-(tổng các độ lợi vòng)+(tổng các tích độ lợi 2 vòng không chạm) - (tổng các tích độ lợi của 3 vòng không chạm)+..

Δ_I = trị của Δ tính với các vòng không chạm với các đường trực tiếp thứ i.

(Hai vòng, hai đường hoặc 1 vòng và 1 đường gọi là không chạm (non_touching) nếu chúng không có nút chung).

Thí dụ : xem lại ĐHTTH của 1 hệ điều khiển dạnh chính tắc ở H.3_11.

Chỉ có một đường trực tiếp giữa R(s) và C(s). Vậy :

P_1=G(s)

P_2=P_3=...=0.

- Ch cọ 1 voìng . Vy:

$P_{11}= \pm$ G(s).H(s)

P_{jk}=0; j≠1, k≠1.

Vy, Δ=1-P_{11}=1± G(s).H(s),

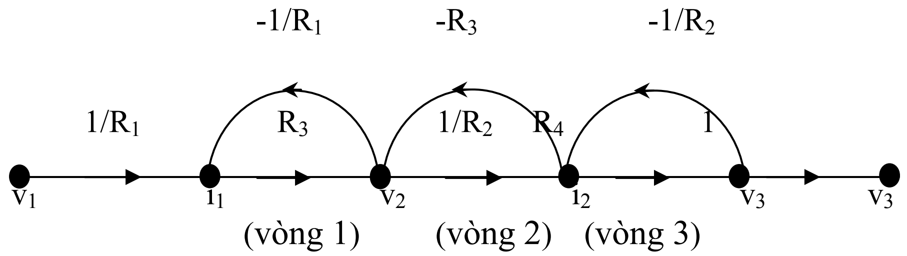
Vaì, Δ_1=1-0=1

Cuối cùng,

$$T = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{p_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G(s)}{1 \pm G(s)H(s)} \qquad (3.20)$$

Rõ ràng, ta đã tìm lại được phương trình (3.16).

Thí dụ : Xem lại mạch điện ở VD3.2, mà ĐHTTH của nó vẽ ở hình H.3_13. Dùng công thức mason để tính độ lợi điện thế T= v_3/v_1.



- Chỉ có một đường trực tiếp. Độ lợi đường trực tiếp:

$$p_1 = \frac{R_3R_4}{R_1R_2}$$

- Chỉ có 3 vòng hồi tiếp. Các độ lợi vòng:

$$p_{11} = -\frac{R_3}{R_1};\ p_{21} = -\frac{R_3}{R_2};\ p_{31} = -\frac{R_4}{R_2}.$$

- Có hai vòng không chạm nhau (vòng 1 và vòng 3). Vậy:

P_{12} = tích độ lợi của 2 vòng không chạm nhau:

$$p_{12} = p_{11}p_{31} = \frac{R_3R_4}{R_1R_2}$$

-Không có 3 vòng nào không chạm nhau. Do đó:

Δ=1- (P_{11}+ P_{21}+ P_{31})+ P_{12}

$$\Delta = 1+\frac{R_3}{R_1}+\frac{R_3}{R_2}+\frac{R_4}{R_2}+\frac{R_3R_4}{R_1R_2}=\frac{R_1R_2+R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_3R_4}{R_1R_2}$$

Vì tất cả các vòng đều chạm các đường trực tiếp (duy nhất), nên:

Δ_1 =1- 0 =1

Cuối cùng $\frac{v_3}{v_1}=\frac{R_3R_4}{R_1R_2+R_1R_3+R_1R_4+R_2R_3+R_3R_4}$ (3.21)

VII. ÁP DỤNG CÔNG THỨC MASON VÀO SƠ ĐỒ KHỐI.

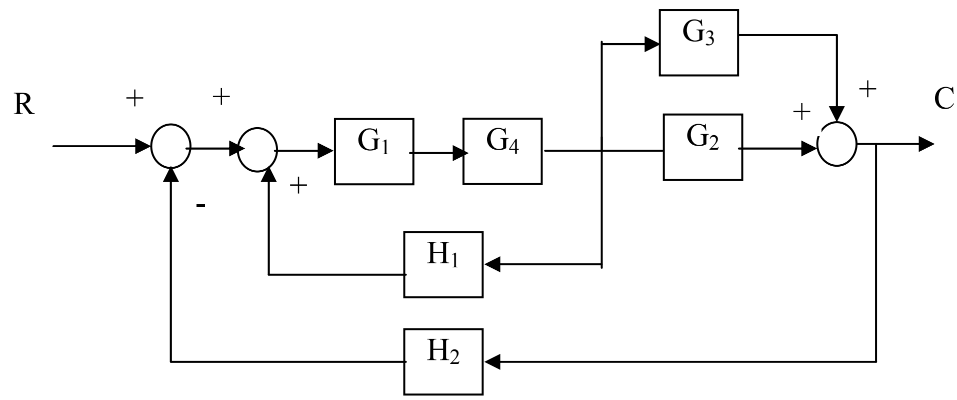
Do sự tương tự giữa Sơ đồ khối và ĐHTTH, công thức độ lợi tổng quát có thể được dùng để xác định sự liên hệ vào ra của chúng. Một cách tổng quát, từ sơ đồ khối của 1 hệ tuyến tính đã cho, ta có thể áp dụng công thức độ lợi tổng quát MASON trực tiếp vào đó. Tuy nhiên, để có thể nhận dạng tất cả các vòng và các phần không chạm một cách rõ ràng, đôi khi cần đến sự giúp đỡ của ĐHTTH. Vậy cần vẽ ĐHTTH cho sơ đồ khối trước khi áp dụng công thức.

Nếu G(s) và H(s) là một thành phần của dạng chính tắc, thì từ công thức Mason ta suy ra:

Hàm chuyển đường trực tiếp G(s)= $\sum_i p_i\Delta_i$ (3.22)

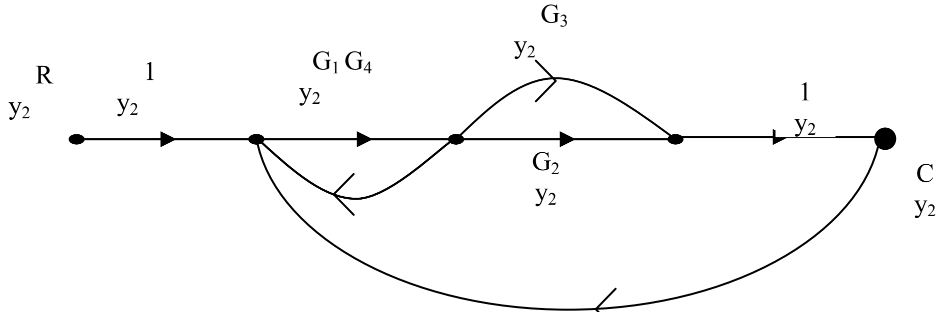
Hàm chuyển đường vòng G(s).H(s) = Δ - 1 (3.23)

Thí dụ: Xác định tỉ số điều khiển C/R và dạng chính tắc của một hệ điều kiểm ở thí dụ 2.1.



Hình 3_15:

ĐHTTH là :



H.3_16.

- Có 2 đường trực tiếp :

  $P_1 = G_1.G_2.G_4$

  $P_2 = G_1.G_3.G_4$

- Cọ 3 voìng hưi tip :

  $P_{11} = G_1.G_4.H_1$

  $P_{21} = - G_1.G_4.G_2.H_2$

  $P_{31} = - G_1.G_3.G_4.H_2$

  $\Delta = 1 - (G_1.G_4.H_1 - G_1.G_2.H_4.H_2 - G_1.G_3.G_4.H_2)$

Không có vòng không chạm nhau, và tất cả các vòng đều chạm với các đường trực tiếp. Vậy :

$$\Delta_1 = 1 \ ; \Delta_2 = 1$$

Do đó tỷ số điều khiển là:

$$T = \frac{C}{R} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta}$$

$$T = \frac{G_1G_4(G_2 + G_3)}{1 - G_1G_4H_1 + G_1G_2G_4H_2 + G_1G_3G_4H_2} \qquad (3.24)$$

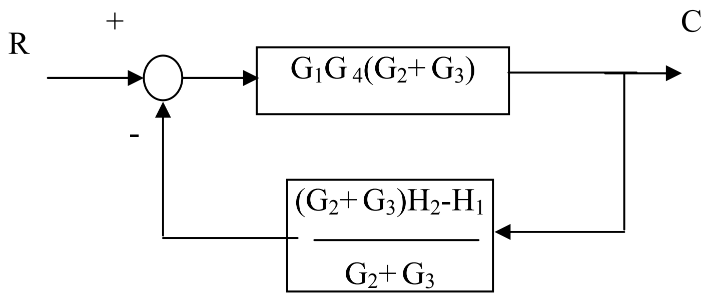
Từ phương trình (3.23) và (3.24), ta có:

$$G=G_1G_4(G_2+G_3)$$

Và: $GH=G_1G_4(G_3H_2+G_2H_2-H_1)$ (3.25)

Vậy: $H = \dfrac{GH}{G} = \dfrac{(G_2 + G_3)H_2 - H_1}{G_2 + G_3}$ (3.26)

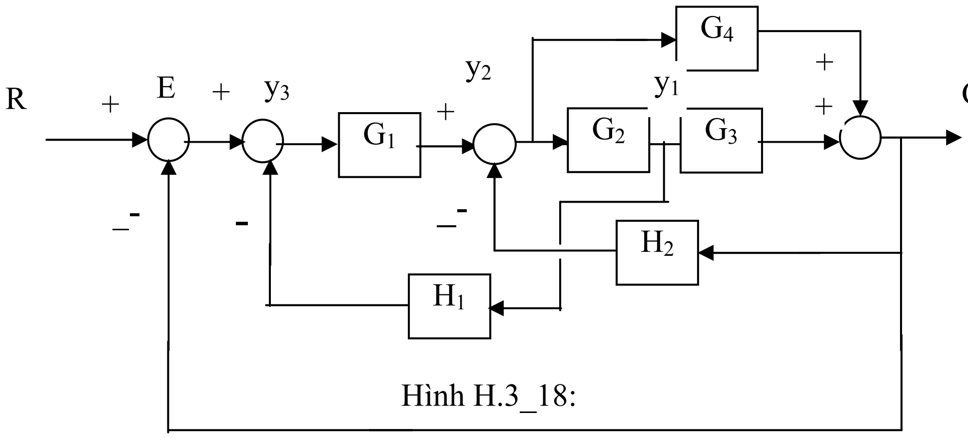
Sơ đồ dạng chính tắc được vẽ ở hình H.3_17.



Hình H.3_17.

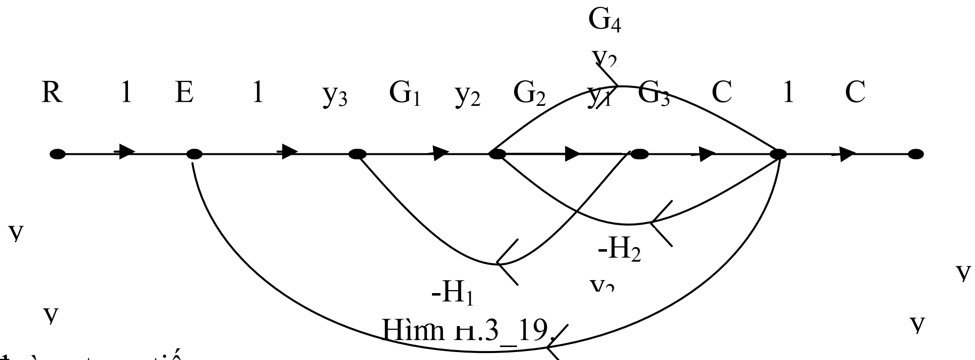
Dấu trừ ở điểm tổng, là kết quả việc dùng dấu cộng trong công thức tính GH ở trên.

Thí dụ: Xác định tỷ số điều khiển (hoặc hàm chuyển vòng kín) C/R của một hệ có sơ đồ khối như hình H.3_18.



Hình H.3_18:

Đồ hình truyền tín hiệu của hệ được vẽ ở hình H.3_19:



Hình H.3_19.

Có hai đường trực tiếp:

$P_1 = G_1G_2G_3$; $P_2 = G_1G_4$.

Có 5 vòng hồi tiếp :

$P_{11} = -G_1G_2H_1$; $P_{21} = -G_2G_3H_2$; $P_{31} = -G_4H_2$; $P_{41} = -G_1G_2G_3$; $P_{51} = -G_1G_4$.

Vậy:

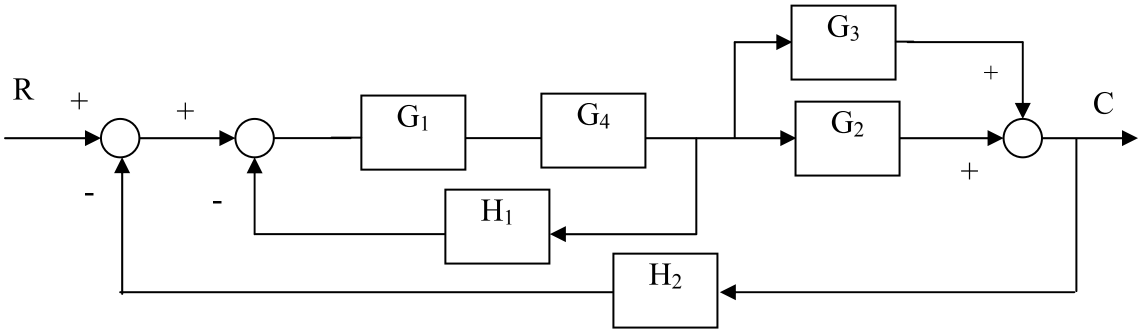
$\Delta = 1 - (P_{11} + P_{21} + P_{31} + P_{41} + P_{51})$

Và $\Delta_1 = \Delta_2 = 1$.

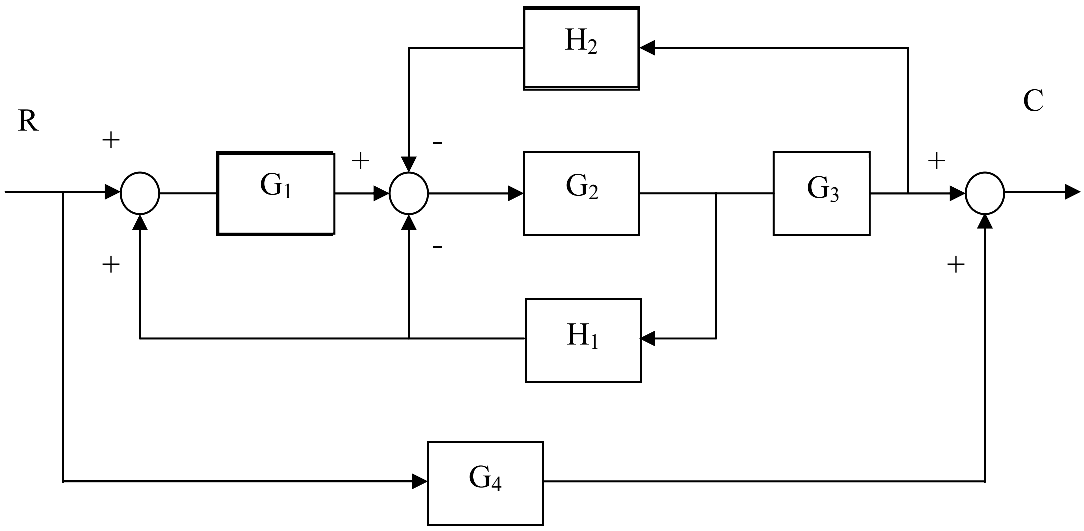
$$\Rightarrow \quad \frac{C}{R} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3 + G_1G_4}{1 + G_1G_2G_3 + G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2 + G_4H_2 + G_1G_4}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG III

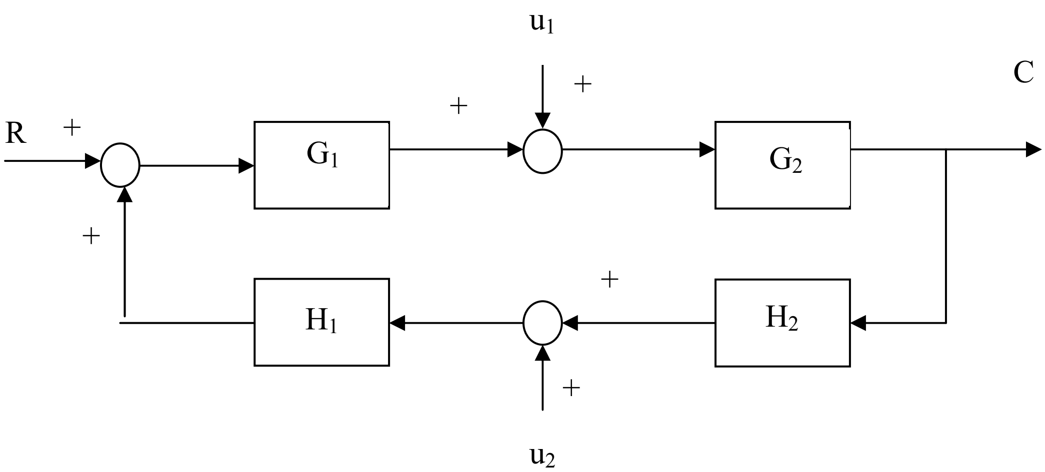
3.1 : Hãy xác định tỷ số C/R và dạng sơ đồ khối chính tắc của một hệ điều khiển sau đây:



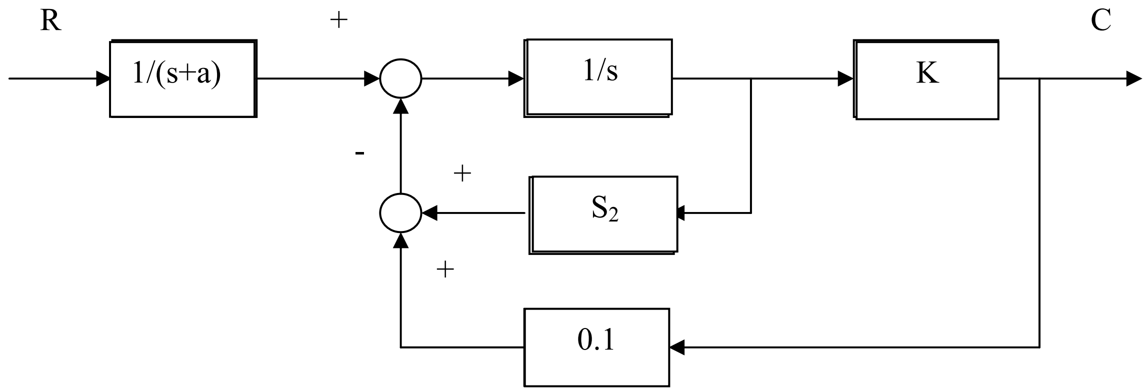
3.2 : Xác định hàm chuyển cho sơ đồ khối sau đây, bằng kỹ thuật dùng ĐHTTH:



3.3 : Xem TD2.4, giải bài toán bằng ĐHTTH.

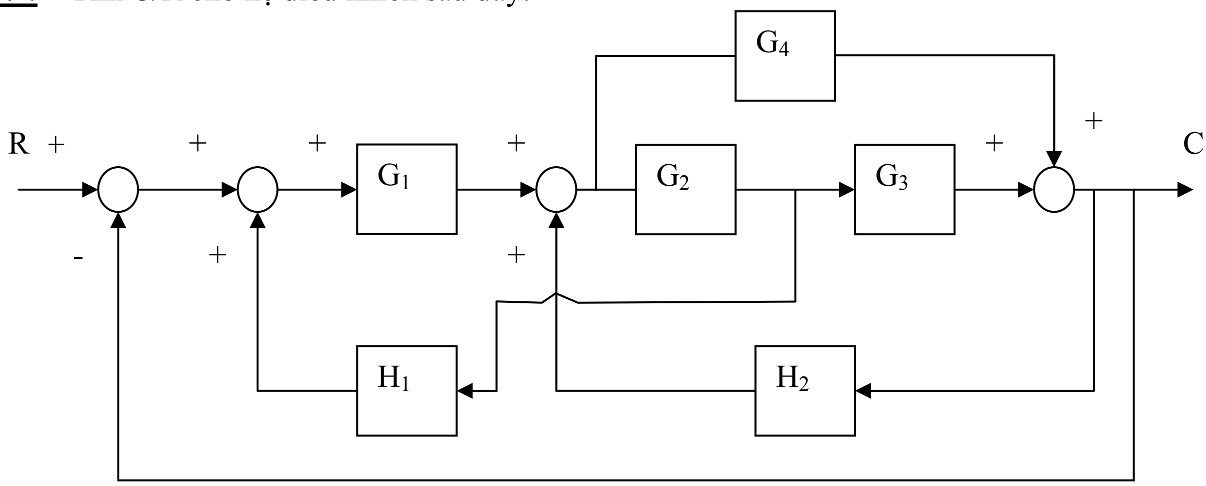


3.4 : Tìm hàm chuyển C/R của hệ thống sau đây, với k là hằng số.

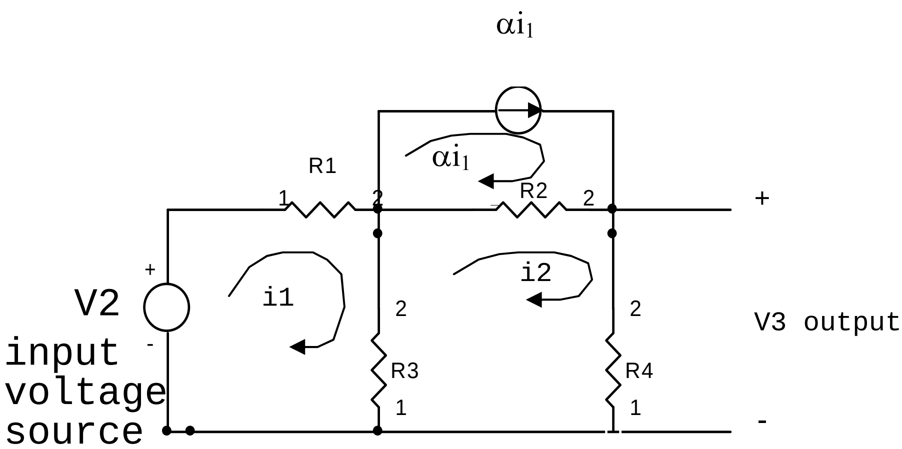


3.6 : Dùng kỹ thuật ĐHTTH để giải bài tập **2.13**.

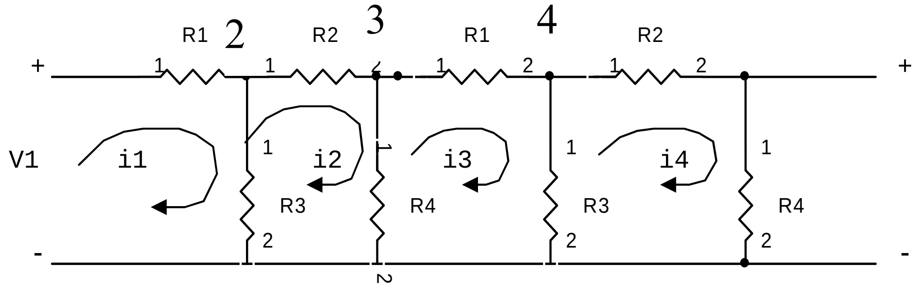
3.7 : Tìm C/R cho hệ điều khiển sau đây:



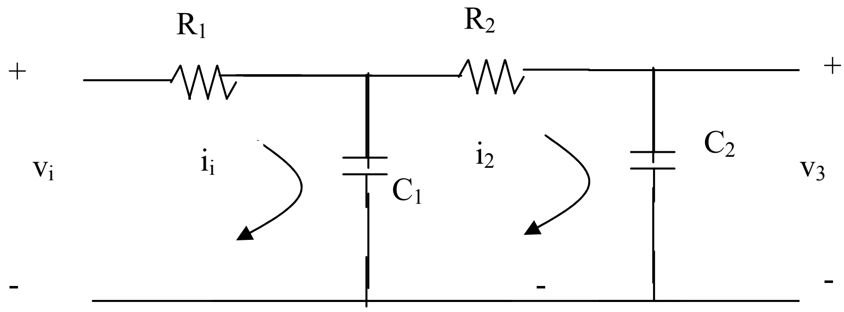
3.8 : Vẽ ĐHTTH cho mạch điện sau:



3.9 : Vẽ ĐHTTH cho mạch điện sau:



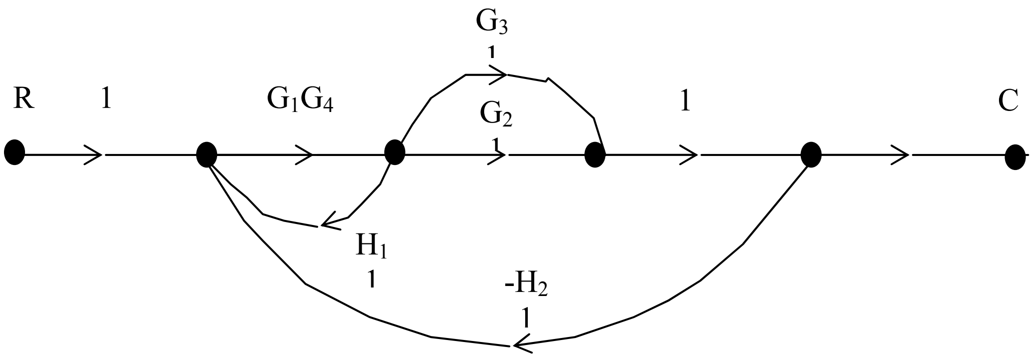
3.10 : Vẽ ĐHTTH cho mạch điện sau, tính độ lợi:



Gợi ý: 5 biến v_1, i_1, v_2, i_2, v3. Với v_1 là input. Cần 4 phương trình độc lập.

GIẢI BÀI TẬP CHƯƠNG III

3.1 : Đồ hình truyền tín hiệu:



Dùng công thức Mason để xác định C/R.
Có hai đường trực tiếp:

$P_1 = G_1G_2G_4$; $P2 = G_1G_3G_4$

Có 3 vòng:

$P_{11} = G_1G_4H_1$; $P_{21} = -G_1G_2G_4H_2$; $P_{31} = -G_1G_3G_4H_2$

Không có vòng không chạm. Và tất cả các vòng đều chạm cả hai đường trực tiếp. Vậy:
$\Delta_1 = 1$; $\Delta_2 = 1$
Do đó, tỷ số C/R:

$$T = \frac{C}{R} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta}$$

Với $\Delta = 1 - (P_{11}+P_{21}+P_{31})$.
Suy ra:

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1G_4(G_2 + G_3)}{1 - G_1G_4H_1 + G_1G_2G_4H_2 + G_1G_3G_4H_2}$$

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1G_2G_4 + G_1G_3G_4}{1 - G_1G_4H_1 + G_1G_2G_4H_2 + G_1G_3G_4H_2}$$

Từ (3.25) và (3.26) , ta có:

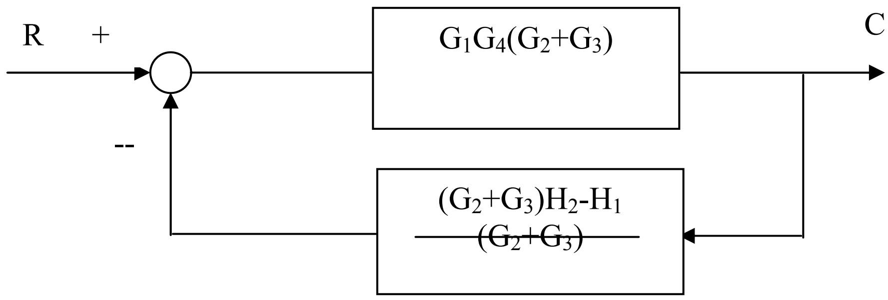
$$G = G_1G_4(G_2 + G_3)$$

Và :

$$GH = G_1G_4(G_3H_2 + G_2H_2 - H_1)$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{GH}{G} = \frac{(G_2 + G_3)H_2 - H_1}{G_2 + G_3}$$

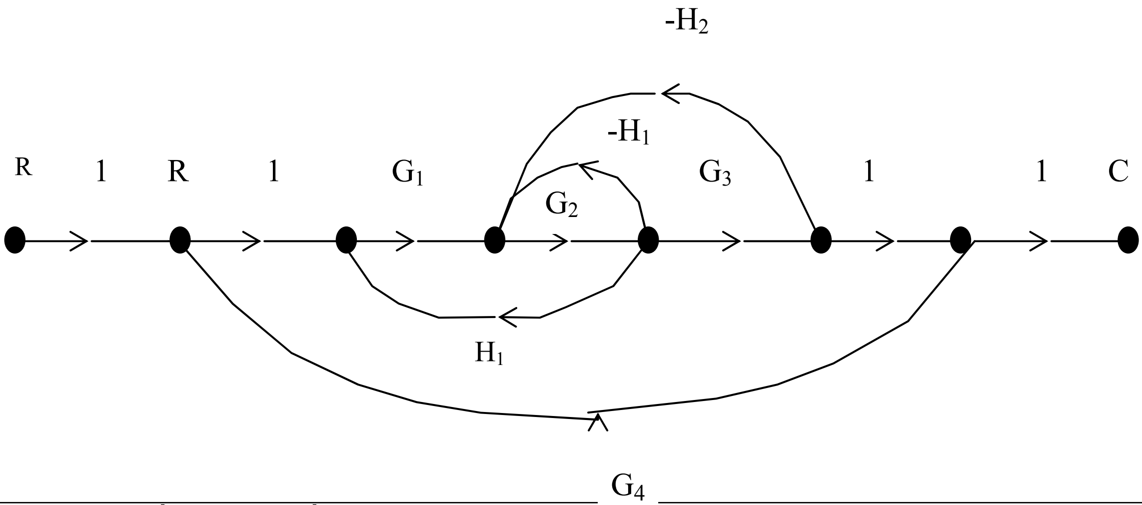
Dạng chính tắc của sơ đồ khối của hệ thống :



Dấu trừ tại điểm tổng là do việc dùng dấu cộng trong công thức tính GH ở trên.
Sơ đồ khối ở trên có thể đưa về dạng cuối cùng như trong VD2.1 bằng cách dùng các định lý biến đổi khối.

3.2 :

Đồ hình truyền tín hiệu vẽ trực tiếp từ sơ đồ khối:



Có hai đường trực tiếp, độ lợi là :

$P_1 = G_1G_2G_3$; $P_2 = G_4$

Có 3 vòng hồi tiếp,độ lợi vòng là:

$P_{11} = - G_2H_1$; $P_{21} = G_1G_2H_1$; $P_{31} = - G_2G_3H_2$

Không có vòng nào không chạm, vậy:

$\Delta = 1 - (P_{11} + P_{21} + P_{31}) + 0$ Và

$\Delta_1 = 1$ Vì cả 3 vòng đều chạm với đường 1.

Vì không có vòng nào chạm với các nút đường trực tiếp thứ nhì, nên:

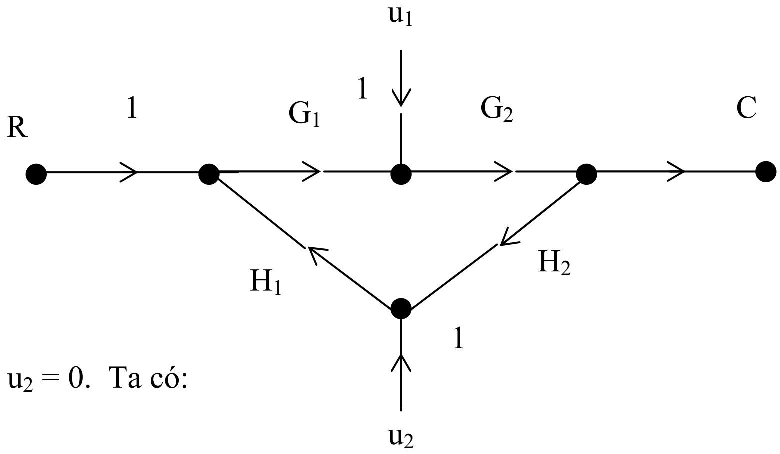
$\Delta_2 = \Delta$ (Cả 3 vòng đều không chạm với đường trực tiếp thứ 2).

Vậy:

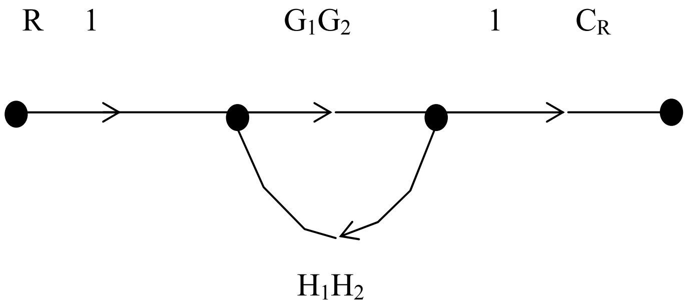
$$T = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta}$$

$$T = \frac{G_1G_2G_3 + G_4 + G_2G_4H_1 - G_2G_1G_4H_1 + G_2G_3G_4H_2}{1 + G_2H_1 - G_1G_2H_1 + G_2G_3H_2}$$

<u>3.3 :</u> ĐHTTH vẽ trực tiếp từ sơ đồ khối.



Với $u_1 = u_2 = 0$. Ta có:



$P_1 = G_1G_2$; $P_{11} = G_1G_2I$

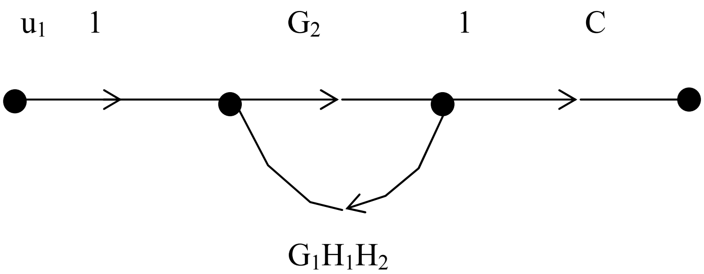
$\Delta = 1 - P_{11}$; $\Delta_1 = 1$

Vậy:

$$T = \frac{C_R}{R} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta}$$

$$C_R = \frac{P_1\Delta_1 R}{\Delta} = \frac{G_1G_2R}{1 - G_1G_2H_1H_2}$$

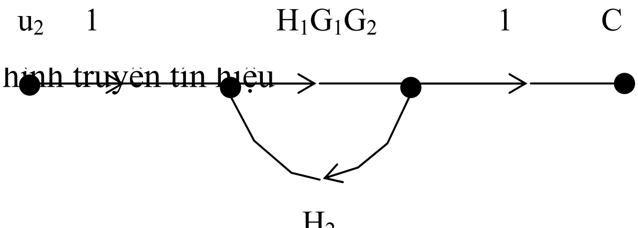
Với $u_2 = R = 0$, Ta có:



$P_1 = G_2$;
$P_{11} = G_1G_2H_1H_2$
$\Delta = 1 - G_1G_2H_1H_2$;
$\Delta_1 = 1$

$$C_2 = Tu_2 = \frac{G_2u_1}{1 - G_1G_2H_1H_2}$$

Với $R = u_1 = 0$



$P1 = G_1G_2H_1$; $P_{11} = G_1G_2H_1H_2$

$\Delta = 1 - P_{11}$; $\Delta_1 = 1$

$$C_2 = Tu_2 = \frac{P_1\Delta_1 u_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2H_1u_2}{1 - G_1G_2H_1H_2}$$

Cuối cùng, ta có:

$$C = \frac{G_1G_2R + G_2u_1 + G_1G_2H_1u_2}{1 - G_1G_2H_1H_2}$$

3.4 :

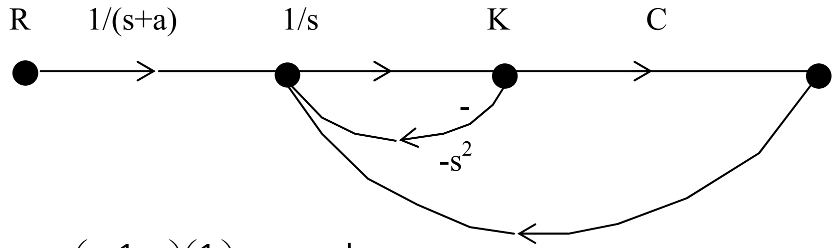
a) $$\frac{C}{R} = \frac{G_1 + G_2}{1 - G_1H_1 - G_2H_2}$$

b) $$\frac{C}{R} = \frac{G_1 + G_2}{1 - G_1H_1}$$

c) $$\frac{C}{R} = \frac{G_1 + G_2(1 - G_1H_1}{1 - G_1H_1}$$

<u>3.5 :</u>

ĐHTTH vẽ trực tiếp từ sơ đồ khối:



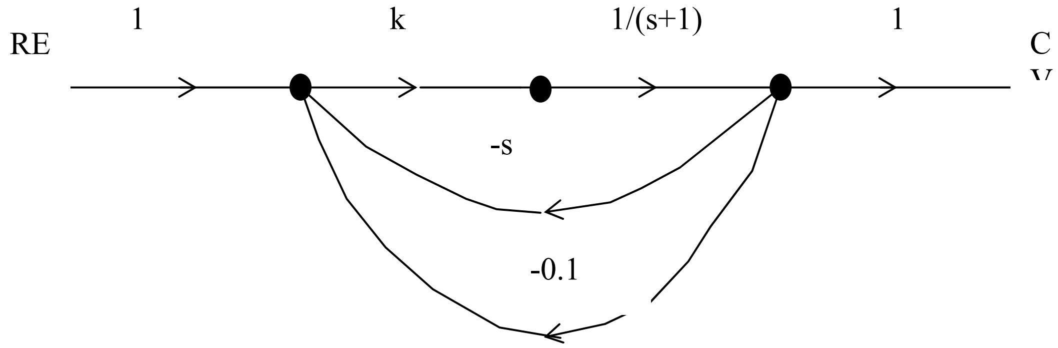
$$P_1 = \left(\frac{1}{s+a}\right)\left(\frac{1}{s}\right)k = \frac{k}{s(s+a)}$$

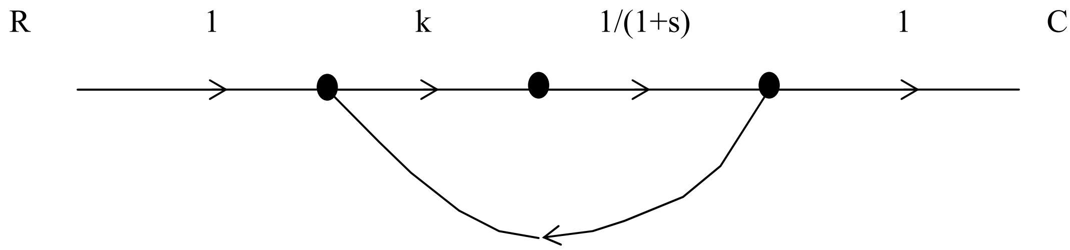
$$P_{11} = \left(\frac{1}{s}\right)\left(-s^2\right) = -s;\ P_{21} = -\frac{0.1k}{s}$$

$$\Delta = 1-(P_{11}+P_{21});\Delta_1 = 1$$

$$\frac{C}{R} = \frac{P_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{k}{(s+a)(s^2+s+0.1k)}$$

3.6 :



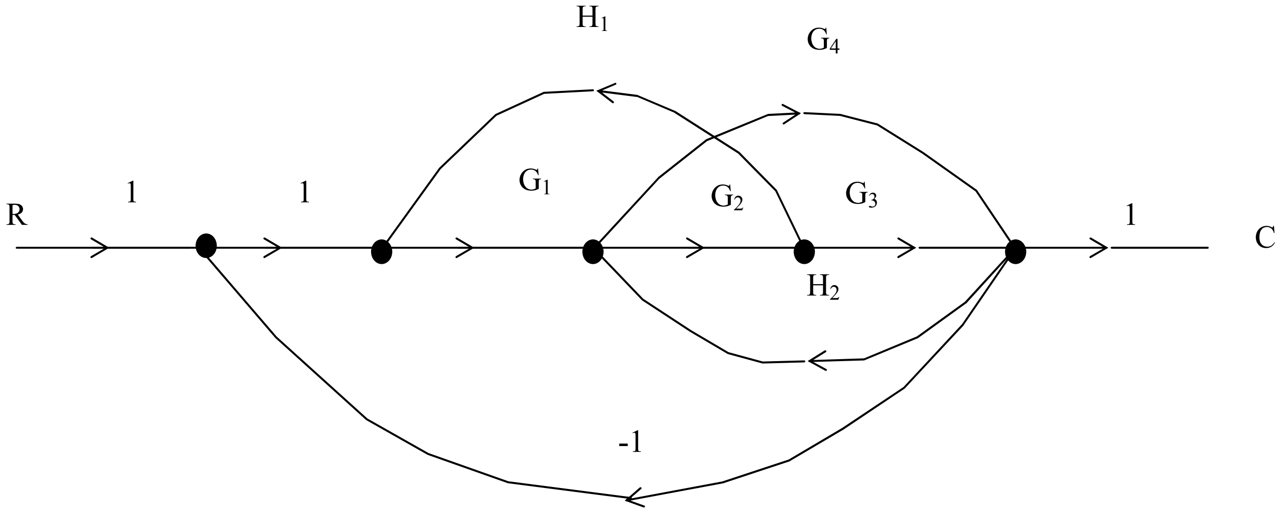


$$P_1 = \frac{k}{s+1};P_{11} = -\frac{k(s+0.1)}{s+1}$$

$$\Delta = 1+\frac{k(s+0.1)}{s+1};\Delta_1 = 1$$

$$c = TR = \frac{P_1\Delta_1 R}{\Delta} = \frac{kR}{(1+k)s+1+0.1k}$$

3.7 : ĐHTTH vẽ từ sơ đồ khối:



Có 2 vòng chuyển tiếp:

$P_1 = G_1G_2G_3$; $P_2 = G_1G_4$

Có 5 vòng hồi tiếp:

$P_{11} = G_1G_2H_1$; $P_{21} = G_2G_3H_2$; $P_{31} = -\, G_1G_2G_3$

$P_{41} = G_4H_2$; $P_{51} = -\, G_1G_4$

$\Delta = 1 - (P_{11} + P_{21} + P_{31} + P_{41} + P_{51})$; $\Delta_1 = \Delta_2 = 1$

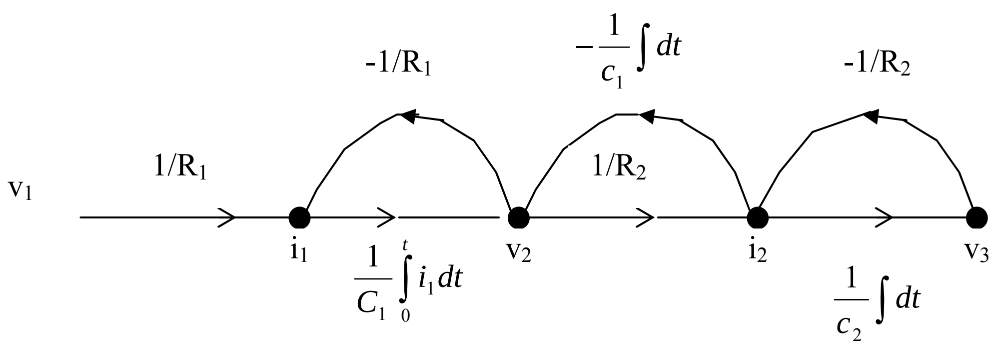
Cuối cùng:

$$\frac{C}{R} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3 + G_1G_4}{1 + G_1G_2G_3 - G_1G_2H_1 - G_2G_3H_2 - G_4H_2 + G_1G_4}$$

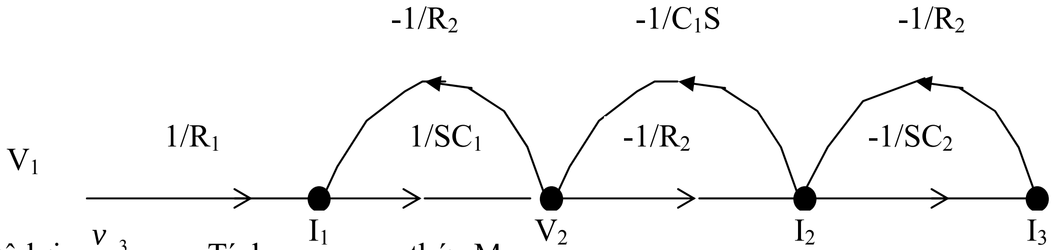
3.10 : 5 biến v_1, i_1, v_2, i_2, v_3. Với v_1 là input, cần 4 phương trình độc lập.

$$i_1 = \frac{1}{R_1}v_1 - \frac{v_2}{R_1}; v_2 = \frac{1}{C_1}\int_0^t i_1\,dt - \frac{1}{C_1}\int_0^t i_2\,dt$$

$$i_2 = \frac{1}{R_2}v_2 - \frac{v_3}{R_2}; v_3 = \frac{1}{C_2}\int_0^t i_2\,dt$$



Biến đổi Laplace:



Độ lợi: $\frac{v_3}{v_1}$ Tính ng thức M

****

Chương IV: TRẠNG THÁI CỦA HỆ THỐNG

- ĐẠI CƯƠNG.
- PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI VÀ PHƯƠNG TRÌNH OUTPUT.
- SỰ BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN CỦA PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI.
- VÀI VÍ DỤ.
- ĐỒ HÌNH TRẠNG THÁI.

I. ĐẠI CƯƠNG.

Trong các chương trước, ta đã khảo sát vài phương pháp thông dụng để phân giải các hệ tự kiểm. Phép biến đổi Laplace đã được dùng để chuyển các phương trình vi phân mô tả hệ thống thành các phương trình đại số theo biến phức S. Dùng phương trình đại số này ta có thể tìm được hàm chuyển mô tả tương quan nhân quả giữa ngõ vào và ngõ ra.

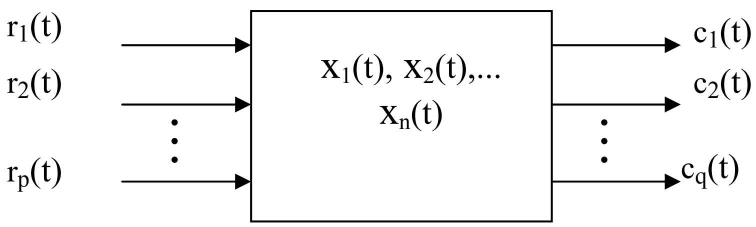
Tuy nhiên, việc phân giải hệ thống trong miền tần số, với biến phức, dù là kỹ thuật rất thông dụng trong tự động học, nhưng có rất nhiều giới hạn. Sự bất lợi lớn nhất, đó là các điều kiện đầu bị bỏ qua. Hơn nữa, phương pháp ấy chỉ được áp dụng cho các hệ tuyến tính, không đổi theo thời gian. Và nó đặc biệt bị giới hạn khi dùng để phân giải các hệ đa biến.

Ngày nay, với sự phát triển của máy tính, các điều khiển thường được phân giải trong miền thời gian. Và vì vậy, cần thiết phải có một phương pháp khác để đặc trưng hóa cho hệ thống.

Phương pháp mới, là sự dùng"biến số trạng thái" (state variable) để đặc trưng cho hệ thống. Một hệ thống có thể được phân giải và thiết kế dựa vào một tập hợp các phương trình vi phân cấp một sẽ tiện lợi hơn so với một phương trình độc nhất cấp cao. Vấn đề sẽ được đơn giản hóa rất nhiều và thật tiện lợi nếu dùng máy tính để giải.

Giả sử một tập hợp các biến $x_1(t)$, $x_2(t)...x_n(t)$ được chọn để mô tả trạng thái động của hệ thống tại bất kỳ thời điểm cho sẵn $t=t_0$ nào, các biến này mô tả hoàn toàn trạng thái quá khứ (past history) của hệ cho đến thời điểm t_0. Nghĩa là các biến $x_1(t_0)$, $x_2(t_0)$ . . . $x_n(t_0)$, xác định trạng thái đầu của hệ tại $t=t_0$. Vậy khi có những tín hiệu vào tại $t >= t_0$ được chỉ rõ, thì trạng thái tương lai của hệ thống sẽ hoàn toàn được xác định .

Vậy, một cách vật lý, biến trạng thái của một hệ tuyến tính có thể được định nghĩa như là một tập hợp nhỏ nhất các biến $x_1(t),x_2(t),... x_n(t)$, sao cho sự hiểu biết các biến này tại thời điểm t_0 bất kỳ nào cộng thêm dữ kiện về sự kích thích (excitation) ở ngõ vào được áp dụng theo sau, thì đủ để xác định trạng thái của hệ tại bất kỳ thời điểm $t >=t_0$ nào.



Hình 4_1

$x_1(t),x_2(t)$ . . . $x_n(t)$là các biến trạng thái .
$r_1(t),r_2(t)$ . . . $r_p(t)$ là các tín hiệu vào.
$c_1(t),c_2(t)$ . . . $c_q(t)$ là các tín hiệu ra.

Cái ngắt điện, có lẽ là một thí dụ đơn giản nhất về biến trạng thái. Ngắt điện có thể ở vị trí hoặc ON hoặc OFF, vậy trạng thái của nó có thể là một trong hai trị giá khả hữu đó. Nên, nếu ta biết trạng thái hiện tại (vị trí) của ngắt điện tại t_0 và nếu có một tín hiệu đặt ở ngõ vào, ta sẽ có thể xác định được trị giá tương lai trạng thái của nó.

II. PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI VÀ PHƯƠNG TRÌNH OUTPUT.

Xem lại sơ đồ khối hình H.4_1, diễn tả một hệ thống tuyến tính với p input và q output. Ta giả sử hệ thống được đặt trưng bởi tập hợp sau đây của n phương trình vi phân cấp 1, gọi là những phương trình trạng thái.

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i\left[x_1(t),\ x_2(t),\ \ldots, x_n(t),\ r_1(t),\ r_2(t),\ \ldots,\ r_p(t)\right] \qquad (4.1)$$

(i=1,2, … ,n)

Trong đó : $x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)$ là các biến trạng thái

$r_1(t)., r_2(t), \ldots, r_p(t)$ là các input

f_i : hàm tuyến tính thứ i.

Các output của hệ thống liên hệ với các biến trạng thái và các input qua biểu thức sau.

$$C_k(t) = g_k\left[x_1(t), x_2(t),\ \ldots,\ x_n(t),\ r_1(t), r_2(t),\ \ldots,\ r_p(t)\right] \qquad (4.2)$$

(k =1,2, … ,q)

g_k : hàm tuyến tính thứ k .

Phương trình (4.2) gọi là phương trình output của hệ. Phương trình trạng thái và phương trình output gọi chung là các phương trình động của hệ.

Thí dụ, xem một hệ tuyến tính với một input và một output được mô tả bởi phương trình vi phân :

$$\frac{d^3c(t)}{dt^3} + 2\frac{d^2c(t)}{dt^2} + 3\frac{dc(t)}{dt} + C(t) = 2\,r(t) \qquad (4.3)$$

$C(t)$: output ; $r(t)$: input.

- Hàm chuyển mô tả hệ thống dễ dàng có được bằng cách lấy biến đổi Laplace ở hai vế, với giả sử các điều kiện đầu bằng 0.

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{2}{S^3 + 2S^2 + 3S + 1} \qquad (4.4)$$

- Ta sẽ chứng tõ rằng hệ thống còn có thể mô tả bởi một tập hợp các phương trình động như sau :

Trước nhất, ta định nghĩa các biến trạng thái

$x_1(t) = C(t)$ (4.5) phương trình output

$$\left.\begin{aligned} x_2(t) &= \dot{x}_1(t) = \dot{C}(t) \qquad (4.6) \\ x_3(t) &= \dot{x}_2(t) = \dot{C}(t) \qquad (4.7) \end{aligned}\right\}\ \textbf{Phương trình trạng thái}$$

Trong đó $\dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt}$ và $\dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt}$.

$$\dot{C} = \frac{dc}{dt}$$

Phương trình 4.3 được sắp xếp lại sau cho đạo hàm bậc cao nhất ở vế trái:

$$\dddot{C}(t) = -2\ddot{c}(t) - 3\dot{c}(t) - c(t) + 2r(t) \qquad (4.8)$$

Bây giờ phương trình 4.6 và 4.7, thay thế các hệ thức định nghĩa của biến trạng thái vào 4.8 . Ta sẽ có những phương trình trạng thái:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \qquad (4.9a)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_3(t) \qquad (4.9b)$$

$$\dot{x}_3(t) = -x_1(t) - 3x_2(t) - 2x_3(t) + 2r(t) \qquad (4.9c)$$

Chỉ có phương trình (4.9c) là tương đương phương trình ban đầu (4.3). còn hai phương trình kia chỉ là phương trình định nghĩa biến trạng thái.

Trong trường hợp này, output c(t) cũng được định nghĩa như là biến trạng thái $x_1(t)$, (không phải luôn luôn như vậy). Vậy phương trình (4.5) là phương trình output.

Tổng quát hơn, nếu áp dụng phương phương pháp mô tả ở trên, thì phương trình vi phân cấp n:

$$\frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dc(t)}{dt} + a_n c(t) = r(t) \qquad (4.10)$$

Sẽ được trình bày bởi các phương trình trạng thái sau :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \vdots \quad & \quad \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) &= x_n(t) \\ \dot{x}_n(t) &= -a_n x_1(t) - a_{n-1} x_2(t) - \cdots - a_2 x_{n-1}(t) - a_1 x_1(t) + r(t) \end{aligned} \qquad (4.11)$$

Và phương trình output giản dị là :

$$C(t) = x_1(t) \qquad (4.12)$$

Phương pháp định nghĩa các biến trạng thái được mô tả ở trên không thích hợp khi vế phải của (4.10) có chứa những đạo hàm của r(t).

$$\frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dc(t)}{dt} + a_n c(t) = b_0 \frac{d^n r(t)}{dt^n} + b_1 \frac{d^{n-1} r(t)}{dt^{n-1}} + \cdots$$

$$\cdots + b_{n-1} \frac{dr(t)}{dt} + b_n r(t) \qquad (4.13)$$

Trong trường hợp này, những hệ thức của các biến trạng thái cũng phải chứa r(t).
Các biến trạng thái được định nghĩa như sau:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= c(t) - b_0 r(t) \\ x_2(t) &= \dot{x}_1(t) - h_1 r(t) \\ &\vdots \\ x_k(t) &= \dot{x}_{k-1}(t) - h_k r(t) \qquad (k = 2,3,\cdots,n) \end{aligned} \qquad (4.14)$$

Với các giá trị ở đó :

$$\begin{aligned} h_1 &= b_1 - a_1 b_0 \\ h_2 &= (b_2 - a_2 b_0) - a_1 h_1 \\ h_3 &= (b_3 - a_3 b_0) - a_2 h_1 - a_1 h_2 \\ &\vdots \\ h_k &= (b_k - a_k b_0) - a_{k-1} h_1 - a_{k-2} h_2 - \cdots - a_2 h_{k-1} - a_1 h_k \end{aligned} \qquad (4.15)$$

Dùng (14) và (15) ta đưa phương trình vi phân cấp n(4.13) vào n phương trình trạng thái sau đây dưới dạng bình thường :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) + h_1 r(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) + h_2 r(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) &= x_n(t) + h_{n-1} r(t) \\ \dot{x}_n(t) &= -a_n x_1(t) - a_{n-1} x_2(t) - \cdots - a_2 x_{n-1}(t) - a_1 x_n(t) + h_n r(t) \end{aligned} \qquad (4.16)$$

Phương trình output, có được từ biểu thức thứ nhất của(4.14):

$$C(t) = x_1(t) + b_0 r(t) \qquad (4.17)$$

III. SỰ BIỂU DIỄN BẰNG MA TRẬN CỦA PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI .

Những phương trình trạng thái của một hệ thống động có thể được viết dưới dạng ma trận, để sử dụng ma trận để trình bày trong các hệ phức tạp làm cho các phương trình có dạng cô đông hơn. Phương trình (4.1) viết dưới dạng ma trận thì đơn giản sau:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = f[\mathbf{X}(t), \mathbf{R}(t)] = \mathbf{AX}(t) + \mathbf{BR}(t) \qquad (4.18)$$

Trong đó **X**(t) là ma trận cột biểu diễn các biến số trạng thái gọi là các véctơ trạng thái.
R(t) là ma trận cột, biểu diễn input gọi là các véctơ input.

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad \mathbf{R}(t) = \begin{bmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \\ \vdots \\ r_p(t) \end{bmatrix} \qquad (4.19)$$

A là ma trận vuông n x n :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} \ a_{1n} \cdots a_{1n} \\ a_{21} \ a_{22} \cdots a_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1} \ a_{n2} \cdots a_{nn} \end{bmatrix} \qquad (4.20)$$

B là ma trận n x p (vì có p input r)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} \ b_{12} \cdots\cdots b_{1p} \\ b_{21} \ b_{22} \cdots\cdots b_{2p} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ b_{n1} \ b_{n2} \cdots\cdots b_{np} \end{bmatrix} \qquad (4.21)$$

Tương tự như vậy, q phương trình trong (4.2) cũng có thê được trình bày bằng một ma trận duy nhất

$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{g}[X(t) + \mathbf{R}(t)] = \mathbf{DX}(t) + \mathbf{ER}(t) \qquad (4.22)$$

Trong đó **D** là ma trận q x n và **E** là ma trận q x p.

Thí dụ, các phương trình trạng thái của phương trình (4.11) được viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{array}{cccc} n\times 1 & n\times n & n\times 1 & n\times 1 \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0\cdots\cdots 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\cdots\cdots 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\cdots\cdots 0 \\ \cdots\cdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\cdots\cdots 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots\cdots & & -a_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_1(t) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \end{array} \qquad (4.23)$$

Khi so sánh phương trình (4.23) với phương trình (4.18), các ma trận **A** và B sẽ được đồng nhất dễ dàng. Trường hợp này, phương trình output (4.22) là một phương trình vô hướng.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\cdots 0 \end{bmatrix} \qquad (4.24)$$

Và **E** = 0 (ma trận không (4.25)

Tương tự các ma trận **A, B,C,D** đối với phương trình (4.13) sẽ là

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0\cdots\cdots 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\cdots\cdots 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\cdots\cdots 0 \\ \cdots\cdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\cdots\cdots 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots\cdots & & -a_1 \end{bmatrix} \qquad (4.26)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \qquad (4.27)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\cdots 0 \end{bmatrix} \qquad (4.28)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} b_0 \end{bmatrix} \qquad (4.29)$$

IV. VÀI THÍ DỤ.

Thí dụ 4.1:

Xem một hệ thống tuyến tính, có hàm chuyển cho bởi:

$$G(S) = \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{5}{S^3 + 8S^2 + 9S + 2} \qquad (4.30)$$

Phương trình vi phân tương ứng diễn tả hệ thống là:

$$\frac{d^3c}{dt^3} + 8\frac{d^2c}{dt^2} + 9\frac{dc}{dt} + 2c = 5r \qquad (4.31)$$

Các biến số trạng thái được định nghĩa:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= c(t) \\ \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -2x_1 - 9x_2 - 8x_3 + 5r \end{aligned} \qquad (4.32)$$

Do đó hệ thống có thể được diễn tả bằng ma trận:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{BR} \qquad (4.33)$$

và $\mathbf{C} = \mathbf{DX} + \mathbf{ER}$ (4.34)

Với

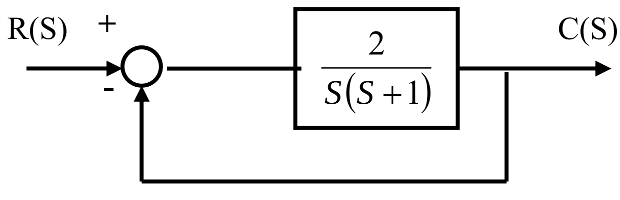
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -9 & -8 \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad ; \quad \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{E} = 0$$

Thí dụ 4.2:

Xem một hệ thống điều khiển như H.4.2. Hàm chuyển vòng kín của hệ là:



Hình 4.2

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{2}{S^2 + S + 2} \qquad (4.35)$$

Phương trình vi phân tương ứng

$$\frac{d^2c}{dt^2} + \frac{dc}{dt} + 2c = 2r \qquad (4.36)$$

Các biến trạng thái:

$$x_1 = c$$
$$\dot{x}_1 = x_2 \qquad (4.37)$$
$$\dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + 2r$$

Vậy hệ thống có thể diễn tả bằng hệ thống véctơ:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{Br} \qquad (4.38)$$
$$\mathbf{C = DX + Er}$$

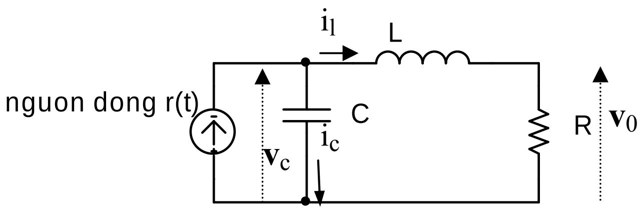
Trong đó :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \; ; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \; ; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \; ; \quad \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} ;$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

<u>Thí dụ 4.3 :</u>

Xem một mạch RLC như H. 4.3



Trạng thái của hệ có thể mô tả bởi tập hợp các biến trạng thái

$$x_1 = v_c(t) \qquad (4.39)$$

$$x_2 = i_L(t) \qquad (4.40)$$

Đối với mạch RLC thụ động, số các biến số trạng thái cần thiết thì bằng với số các bộ phận tích trữ năng lượng độc lập. Các định luật Kirchhoff cho:

$$i_c = c\frac{dv_c}{dt} = r(t) - i_L \qquad (4.41)$$

$$L\frac{di_L}{dt} = -Ri_L + v_C \qquad (4.42)$$

Output của hệ : $v_0 = Ri_L$ (4.43)

Viết lại(4.41) và (4.42) như là tập hợp các phương trình vi phân cấp 1:

$$\dot{x}_1 = \frac{dv_c}{dt} = -\frac{1}{C}x_2 + \frac{1}{C}r(t) \qquad (4.44)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{L}x_1 - \frac{R}{L}x_2 \qquad (4.45)$$

Tín hiệu ra $c(t) = v_0 = Rx_2$ (4.46)

Dùng các phương trình (4.44), (4.45), (4.46) và các điều kiện đầu của mạch $x_1(t_0)$, $x_2(t_0)$ ta có thể xác định trạng thái tương lai của mạch và tín hiệu ra của nó.

Dưới dạng véctơ, trạng thái của hệ được trình bày:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{Br}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{DX} + \mathbf{Er}$$

Trong đó:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{vmatrix} \;;\quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix} \;;\quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & R \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \;;\quad \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \;;\quad \mathbf{E}=0$$

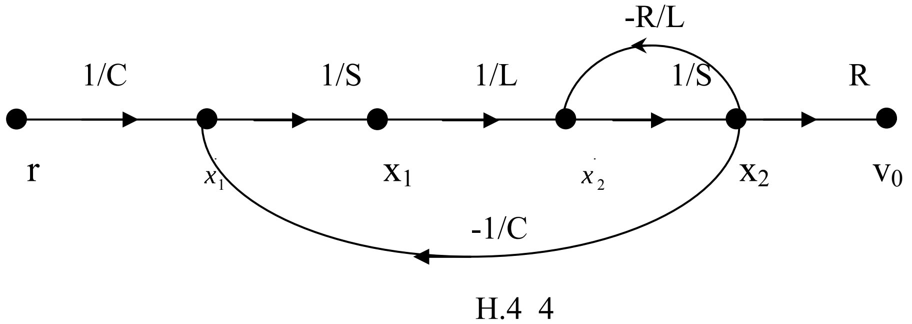
Lưu ý là các biến trạng thái của hệ thống không phải là duy nhất. Tùy theo cách chọn lựa, có thể có những tập hợp khác của các biến trạng thái.

V. ĐỒ HÌNH TRẠNG THÁI .

Đồ hình truyền tín hiệu mà ta đã nói ở chương 3 chỉ áp dụng cho các phương trình đại số. Ở đây, ta sẽ đưa vào các phương pháp đồ hình trạng thái, như là một sự mở rộng cho đồ hình truyền tín hiệu để mô tả các phương trình trạng thái ,và các phương trình vi phân. Ý nghĩa quan trọng của đồ hình trạng thái là nó tạo được một sự liên hệ kín giữa phương trình trạng thái, sự mô phỏng trên máy tính và hàm chuyển.

Một đồ hình trạng thái được xây dựng theo tất cả các qui tắc của đồ hình truyền tín hiệu. Nhưng đồ hình trạng thái có thể được dùng để giải các hệ tuyến tính hoặc bằng giải tích hoặc bằng máy tính.

Trở lại mạch RLC ở ví dụ 4.3. Để diễn tả đồng lúc 3 phương trình (4.44) (4.45), (4.46), ta có thể dùng giãn đồ hình trạng thái như hình H.4_4 sau đây :



H.4_4

Ở đó, 1/s chỉ một sự lấy tích phân.

Dùng công thức Mason về độ lợi tổng quát, ta có hàm chuyển:

$$\frac{V_0(S)}{R(S)} = \frac{R/LCS^2}{1+(R/LS)+(1/LCS^2)} = \frac{R/LC}{S^2+(R/L)S+1/LC} \qquad (4.48)$$

Nhưng rủi thay, hầu hết các mạch điện, các hệ thống điện cơ hay những hệ điều khiển đều không đơn giản như mạch RLC trên đây, và thường khó xác định một tập hợp các phương trình vi phân cấp 1 diễn tả hệ thống.Vì vậy, để đơn giản hơn ,ta thường chuyển hóa kiểu mẩu trạng thái từ hàm chuyển.

Một cách tổng quát một hệ được mô tả bằng hàm chuyển như sau:

$$G(S) = \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{S^m + b_{m-1}S^{m-1} + \ldots + b_1 S + b_0}{S^n + a_{n-1}S^{n-1} + \ldots + a_1 S + a_0} \qquad (4.49)$$

Ở đó n>=m và mọi hệ số a đều thực dương. Nếu nhân tử và mẫu cho S^{-n} ta được:

$$G(S) = \frac{S^{-(n-m)} + b_{m-1}S^{-(n-m+1)} + \ldots + b_1 S^{-(n-1)} + b_0 S^{-n}}{1 + a_{n-1}S^{-1} + \ldots + a_1 S^{-(n-1)} + a_0 S^{-n}} \qquad (4.50)$$

Công thức Mason quen thuộc giúp ta thừa nhận dễ dàng rằng tử số là tổng độ lợi trực tiếp, và mẫu số là tổng độ lợi vòng hồi tiếp.

Ta viết lại công thức Mason.

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{C(S)}}{\mathbf{R(S)}} = \frac{\sum_{\mathbf{i}} \mathbf{p}_{\mathbf{i}} \Delta_{\mathbf{i}}}{\Delta} \qquad (4.51)$$

Nếu tất cả các vòng hồi tiếp đều chạm nhau và tất cả các đường trực tiếp đều chạm vòng hồi tiếp thì (4.51) thu lại

$$\mathbf{T} = \frac{\sum_{\mathbf{i}} \mathbf{P_i}}{\mathbf{1} - \sum_{\mathbf{j}} \mathbf{P_{j1}}} = \frac{\text{Toång ñoä lôïi caùc ñöôøng tröïc tieáp}}{1 - \text{Toång ñoä lôïi caùc voøng hoài tieáp}} \qquad (4.52)$$

Thí dụ 4.4 :

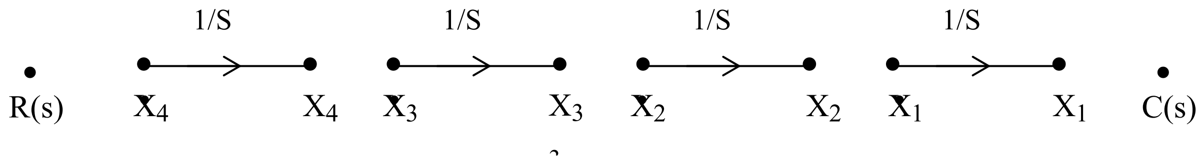
- Trước hết xem hàm chuyển của hệ thống cấp 4:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \qquad (4.53)$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^{-4}}{1 + a_3 s^{-1} + a_2 s^{-2} + a_1 s^{-3} + a_0 s^4}$$

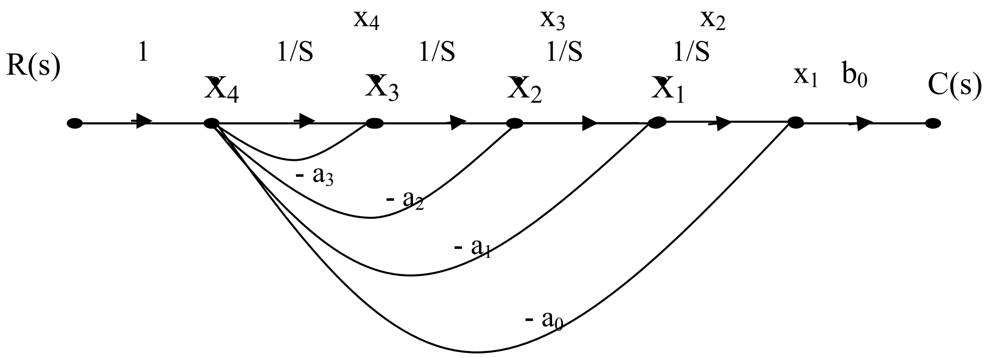
Vì hệ thống cấp 4, ta sẽ định nghĩa 4 biến trạng thái (x_1,x_2,x_3,x_4). Gợi ý từ công thức Mason, ta có thể tháy rằng mẫu số của (4.53) có thể được xem như là 1 cộng với độ lợi vòng, và tử số của hàm chuyển thì bằng với đô lợi đường trực tiếp của đồ hình.

Đồ hình trạng thái phải dùng số lần lấy tích phân bằng với cấp số của hệ thống. Vậy cần lấy tích phân 4 lần.



H.4-5

Ghép các nút lại. Nhớ rằng $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = x_3$, $\dot{x}_3 = x_4$
Ta có đồ hình trạng thái của (4.53)



H.4_6

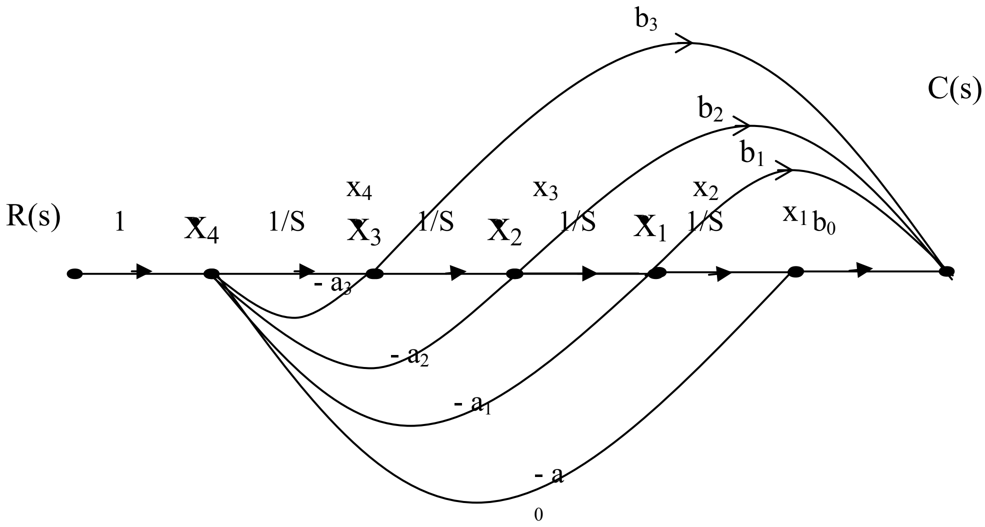
Thí dụ 4.5 :

- Bây giờ ta xem hàm chuyển cấp 4 khi tử số là một đa thức theo S:

$$G(s) = \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s^1 + b_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \tag{4.54}$$

$$G(s) = \frac{b_3 s^{-1} + b_2 s^{-2} + b_1 s^{-3} + b_0 s^{-4}}{1 + a_3 s^{-1} + a_2 s^{-2} + a_1 s^{-3} + a_0 s^{4}} \tag{4.55}$$

Tử số của G(s) là tổng độ lợi các đường trực tiếp trong công thức Mason. Đồ hình trạng thái (ĐHTT) vẽ ở hình H.4_7. Trong đó độ lợi các đường trực tiếp là b_3/s; b_2/s^2; b_1/s^3 và b_0/s^4.



H.4_7

Từ ĐHTT, ta suy ra một tập hợp phương trình vi phân cấp 1, diễn tả trạng thái của hệ:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -a_0x_1 - a_1x_2 - a_2x_3 - a_3x_4 + r \end{aligned} \tag{4.56}$$

Ngoài ra, phương trình output là

$$C(t) = b_0\,x_1 + b_1\,x_2 + b_2\,x_3 + b_3\,x_4 \tag{4.57}$$

Từ đo, dưới dạng ma trận, ta có:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{B}r$$

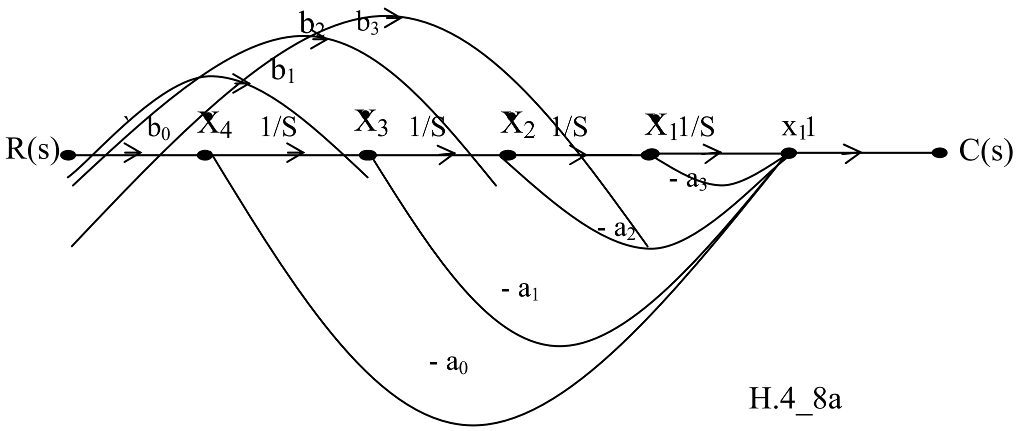
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \tag{4.58}$$

và output là:

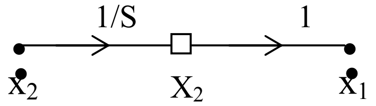
$$\mathbf{C}(t) = \mathbf{DX} + \mathbf{E}r \tag{4.59}$$

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \qquad (4.60)$$

- Lưu ý: Để diễn tả phương trình (4.54), ĐHTT vẽ ở hìmh H.4_7 không phải là duy nhất. Ta hãy xem hình H.4_8.



H.4_8a



H.4_8b

Từ ĐHTT ở hình H.4_8a, ta có một tập hợp phương trình trạng thái :

$$C(t) = x_1(t)$$

$$\dot{x}_1(t) = -\,a_3\,x_1 + x_2 + b_3\,r$$

$$\dot{x}_2(t) = -\,a_2\,x_1 + x_3 + b_2\,r \qquad (4.61)$$

$$\dot{x}_3(t) = -\,a_1\,x_1 + x_4 + b_1\,r$$

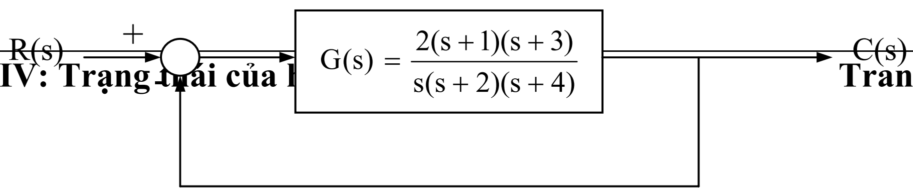
$$\dot{x}_4(t) = -\,a_0\,x_1 + b_0\,r$$

Để viết phương trình (4.61a), ta hãy tham khảo hình H.4_8b. Giữa hai nút $\dot{x}_1$ và $\dot{x}_2$, ta thêm một nút mới x_2. Các phương trình khác cũng làm tương tự.

Đồ hình H.4_8a trình bày cùng một hàm chuyển như đồ hình H.4_7. Nhưng các biến trạng thái của mỗi đồ hình thì không giống nhau.

Thí dụ 4.6 :

- Ta hãy xem một hệ thống điều khiển như hình H.4_9 có thể dùng ĐHTT để xác định trạng thái của hệ.



H.4_9

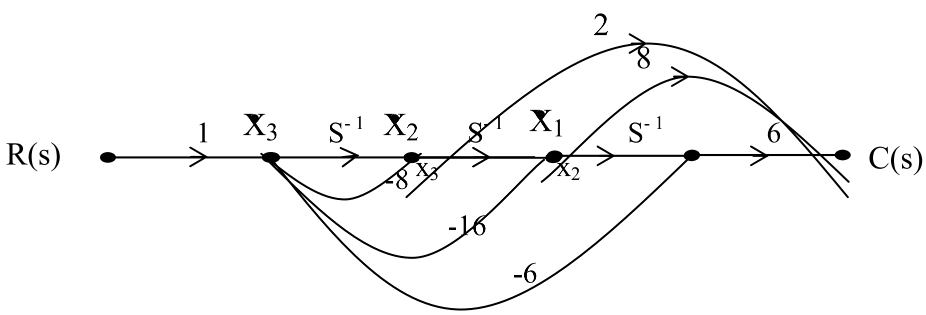
Hàm chuyền vòng kín của hệ :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2s^2 + 8s + 6}{s^3 + 8s^2 + 16s + 6} \qquad (4.64)$$

Nhân tử và mẫu với s^{-3} :

$$\frac{C}{R} = \frac{2s^{-1} + 8s^{-2} + 6s^{-3}}{1 + 8s^{-1} + 16s^{-2} + 6s^{-3}} \qquad (4.47)$$

Đồ hình ,trạng thái cho bởi hình H.4_10



H.4_10

Từ đồ hình suy ra các phương trình trạng thái.

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \qquad (4.66)$$

$$\dot{x}_3 = -6x_1 - 16x_2 - 8x_3 + r$$

Và phương trình output :

$$C(t) = 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 \qquad (4.67)$$

Dưới dạng ma trận :

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -16 & -8 \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \qquad (4.68)$$

Và

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} 6 & 8 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{X} \tag{4.69}$$

Với

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \qquad \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}$$

Chương V: MÔ HÌNH HOÁ CÁC HỆ THỐNG VẬT LÝ

- ĐẠI CƯƠNG.
- PHƯƠNG TRÌNH CỦA CÁC HỆ THỐNG CƠ KHÍ.

I) ĐẠI CƯƠNG.

Một trong những công việc quan trọng nhất trong việc phân giải và thiết kế các hệ tự kiểm là mô hình hóa hệ thống. Ở những chương trước, ta đã đưa vào một số phương pháp mô hình hóa hệ thống thông dụng. Hai phương pháp chung nhất là hàm chuyển và phương trình trạng thái. Phương pháp hàm chuyển chỉ có giá trị đối với các hệ tuyến tính, không đổi theo thời gian. Trong khi các phương trình trạng thái, là những phương trình vi phân cấp một có thể dùng mô tả các hệ tuyến tính và cả phi tuyến. Vì trong thực tế, tất cả các hệ vật lý đều phi tuyến trong một vài phạm vi hoạt động. Nên để có thể sử dụng hàm chuyển chuyển và các phương trình trạng thái tuyến tính, hệ thống phải được tuyến tính hoá, hoặc là hoạt động của nó phải được hạn chế trong vùng tuyến tính.

Dù sự phân giải và thiết kế các hệ điều khiển tuyến tính đã được phát triển tốt, nhưng bản sao của nó cho các hệ phi tuyến thì thường rất phức tạp.

Kỹ thuật điều khiển thường phải xác định không chỉ việc làm sao để mô tả chính xác hệ thống một cách toán học, mà còn phải, quan trọng hơn, làm sao để đặt các giả thuyết đúng, và phép tính xấp xỉ (nếu cần thiết) sao cho hệ thống có thể được đặc trưng hóa một cách tương xứng bởi một mô hình toán học tuyến tính.

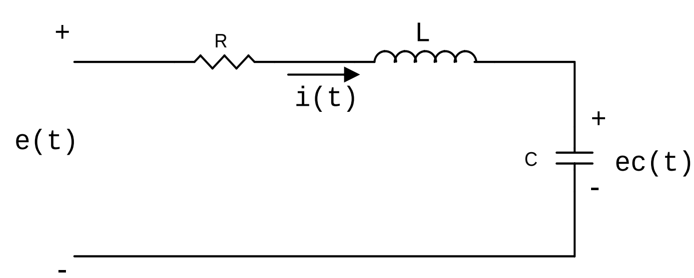
Thật quan trọng để thấy rằng, kỹ thuật điều khiển hiện đại phải dựa trên sự mô hình hoá hệ thống sao cho vấn đề phân giải và thiết kế có thể phù hợp với các lời giải nhờ máy tính. Như vậy, chủ đích của chương này là:

- Để chứng tỏ sự mô hình hoá toán học của các hệ thông điều khiển và các bộ phận.
- Để chứng tỏ bằng cách nào sự mô hình hoá sẽ dẫn đến các lời giải trên máy tính.

II. PHƯƠNG TRÌNH CỦA CÁC MẠCH ĐIỆN.

Phương pháp cổ điển để viết các phương trình của mạch điện được đặt trên cơ sở hai định luật về nút và vòng của kirchhoff. Tuy hai định luật này thì đơn giản nhưng các phương trình kết quả thì không tự nhiên đối với máy tính.

Một phương pháp mới để viết các phương trình mạch điện là phương pháp biến trạng thái. Vì các mạch điện trong phần lớn các hệ tự kiểm thì không phức tạp lắm, ta sẽ trình bày ở đây chỉ ở mức độ giới thiệu. Những lý giải chi tiết về các phương trình trạng thái cho mạch điện có thể tìm ở các giáo trình lý thuyết mạch.



H.5_1.

Xem mạch RLC như hình H.5_1. Phương cách thực hành là xem dòng điện trong cuộn cảm L và điện thế ngang qua tụ C là các biến trạng thái (tức i(t) và $e_c(t)$). Lý do của sự chọn lựa này là vì các biến trạng thái thì liên hệ trực tiếp với bộ phận tích trữ năng lượng của một hệ thống. Trong trường hợp này, cuộn cảm tích trữ động năng và tụ tích trữ thế năng.

Bằng cách chọn i(t) và $e_c(t)$ là các biến trạng thái, ta có một sự mô tả hoàn toàn về quá khứ (tức trị giá đầu của chúng) hiện tại và trạng thái tương lai của mạch.

Ta có:

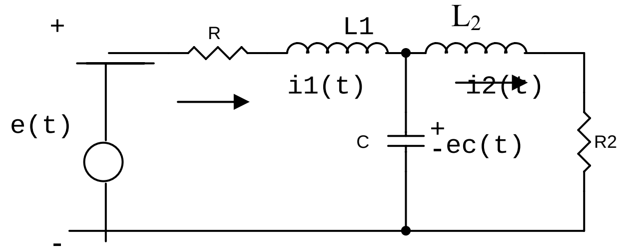
Dòng điện trong tụ C : $$C\frac{de_c(t)}{dt} = i(t) \qquad (5.1)$$

Điện thế ngang qua L : $$L\frac{di(t)}{dt} = -e_c(t) - Ri(t) + e(t) \qquad (5.2)$$

Các phương trình trạng thái dưới dạng ma trận, được viết:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{de_C(t)}{dt} \\ \dfrac{di(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{1}{C} \\ \dfrac{-1}{L} & \dfrac{-R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_C(t) \\ i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} e(t) \qquad (5.3)$$

Thí dụ5_1 : Xem mạch điện như hình H.5_2.



H.5_2

Điện thế ngang qua tụ $e_c(t)$, các dòng điện trong các cuộn cảm $i_1(t)$ và $i_2(t)$ được xem như là các biến số trạng thái.

Các phương trình trạng thái có được bằng cách viết điện thế ngang qua các cuộn cảm và dòng trong tụ.

$$L_1\frac{di_1(t)}{dt} = -R_1 i_1(t) - e_C(t) + e(t) \qquad (5.4)$$

$$L_2\frac{di_2(t)}{dt} = -R_2 i_2(t) + e_C(t) \qquad (5.5)$$

$$C\frac{de_C(t)}{dt} = i_1(t) - i_2(t) \qquad (5.6)$$

Sắp xếp lại các hệ số hằng, các phương trình trạng thái được viết dưới dạng chính tắc như sau:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{di_1(t)}{dt} \\ \dfrac{di_2(t)}{dt} \\ \dfrac{de_c(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-R_1}{L_1} & 0 & \dfrac{-1}{L_1} \\ 0 & \dfrac{-R_2}{L_2} & \dfrac{1}{L_2} \\ \dfrac{1}{C} & \dfrac{-1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ e_c(t) \end{bmatrix} + \frac{1}{L_1}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e(t) \qquad (5.7)$$

III. MÔ HÌNH HOÁ CÁC BỘ PHẬN CỦA HỆ THỐNG CƠ.

Hầu hết các hệ tự kiểm đều có chứa các bộ phận cơ khí cũng như các bộ phận điện. Trên quan điểm toán học, sự mô tả các bộ phận cơ và điện thì tương đương nhau. Thật vậy, ta có thể chứng minh rằng một bộ phận cơ khí thường là một bản sao của một bộ phận điện tương đương, và ngược lại. Dĩ nhiên, sự tương đương chỉ trên ý nghĩa toán học. Hai hệ thống thì tương đương nhau nếu chúng được diễn tả bằng các phương trình giống nhau.

Sự chuyển động của các bộ phận cơ có thể là tịnh tiến, quay hoặc phối hợp cả hai. Các phương trình chỉ ra chuyển động của các hệ cơ thì thường được viết một cách trực tiếp hay gián tiếp từ định luật chuyển động của Newton.

1. Chuyển động tịnh tiến.

Chuyển động tịnh tiến được định nghĩa như là một chuyển động dời chổ dọc theo một đường thẳng. Các biến được dùng mô tả chuyển động tịnh tiến là gia tốc, vận tốc và độ dời.

Định luật Newton chứng tỏ rằng tổng đại số các lực tác động lên một c th theo một phương đã cho thì bằng tích số của khối lượng của c th và gia tốc của nó theo cùng phương đó.

$$\sum \textbf{lực} = \textbf{Ma} \qquad (5.8)$$

Trong đó: M là khối lượng và a là gia tốc.

Trong chuyển động tịnh tiến, các bộ phận sau đây thường được đưa vào:

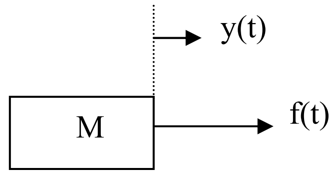
a) Khối lượng.

Khối lượng được xem như là một đặc trưng của một bộ phận tích trữ động năng trong chuyển động tịnh tiến. Nó tương đương với cuộn cảm của mạch điện. Nếu W là trọng lượng của c th, thì M được cho bởi:

$$M = \frac{W}{g} \qquad (5.9)$$

g: Gia tốc trọng trường.

Trong hệ thống SI, đơn vị của M là kg, của g là m/s^2; của lực là Newton(N).



Hình H.5_3: Hệ thống lực- khối lượng.

HìnhH. 5_3 mô tả vị trí mà ở đó một lực tác động lên một c th có khối lượng M.
Phương trình được viết:

$$f(t) = M\,a(t) = M\frac{d^2y(t)}{dt^2} = M\frac{dv(t)}{dt} \qquad (5.10)$$

Trong đó y(t) chỉ độ dời; v(t): vận tốc; a(t): gia tốc.
Tất cả được tham chiếu theo hướng của lực áp dụng.

b) Lò xo tuyến tính.

Một cách tổng quát, là xo được xem như là một bộ phận tích trữ thế năng. Nó tương đương với tụ điện trong các mạch điện.

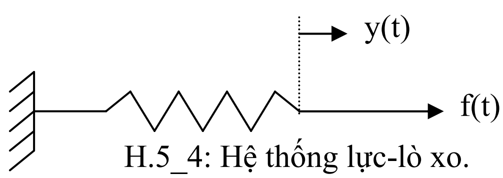
Trong thực tế, lò xo tuyến tính có thể là một lò xo thực sự, hoặc một dây courroir. Dù tất cả các lò xo đều phi tuyến ở vài vùng hoạt động. Nhưng, nếu sự biến dạng của lò xo nhỏ, trạng thái của nó có thể được xấp xỉ hoá (approximated) bằng một hệ thức tuyến tính:

$$f(t)= Ky(t) \qquad (5.11)$$

Với K là hằng số lò xo, hoặc hằng số đàn hồi (Stifness)

Đơn vị của K: N/m

Phương trình (5.11) cho thấy lực tác động lên lò xo thì tỷ lệ trực tiếp với độ dời (độ biến dạng) của lò xo. Mô hình biểu diễn một bộ phận lò xo tuyến tính vẽ ở hình H.5_4.



H.5_4: Hệ thống lực-lò xo.

Nếu lò xo có mang trước một sức căng T thì (5.12) sẽ được cải biến thành:

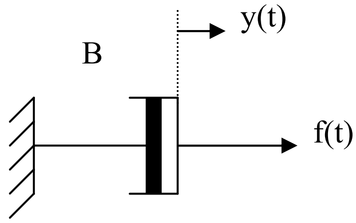
$$f(t)-T= Ky(t) \qquad (5.12)$$

2. Lực ma sát trong chuyển động tịnh tiến.

Mỗi khi có sự chuyển động hoặc khuynh hướng chuyển động giữa hai vật, lực ma sát sẽ xuất hiện. Lực ma sát gặp trong các hệ vật lý thường là phi tuyến. Những đặc tính của các loại lực ma sát giữa hai bề mặt tiếp xúc thường phụ thuộc vào các hệ số như là sự phối hợp bề mặt, áp suất giữa các bề mặt, vận tốc tương đối của chúng và những thứ khác, làm cho việc mô tả toán học một cách chính xác lực ma sát thì rất khó. Tuy nhiên, với chủ đích thực hành, lực ma sát có thể chia thành ba loại như sau: Ma sát trượt, ma sát nghĩ và ma sát coulomb.

a) Ma sát trượt **(ma sát nhớt-Vicous Friction)**

Ma sát trượt biểu diễn một lực cản có liên hệ tuyến tính giữa lực tác dụng và vận tốc. Lực ma sát trượt thường được mô hình hoá bằng một dashpot (ống đệm), có ký hiệu như hình H.5_5.



Hình H.5_5: Dashpot của ma sát trượt.

Phương trình biểu diễn lực ma sát trượt:

$$f(t) = B\frac{dy(t)}{dt} \qquad (5.13)$$

Trong đó: B là hệ số ma sát trượt. (N/m/sec)
Hình H.5_5a, trình bày sự tương quan giữa lực ma sát trượt và vận tốc.

b) Ma sát nghĩ **(Static Friction).**

Ma sát nghĩ biểu diễn một lực cản, có khuynh hướng ngăn cản chuyển động lúc vừa bắt đầu (khi chuyển động bắt đầu ma sát nghĩ có trị cực đại bằng ma sát trượt). Ma sát nghĩ được biểu diễn bởi biểu thức:

$$f(t) = \pm(Fs)_{y'=0} \qquad (5.14)$$

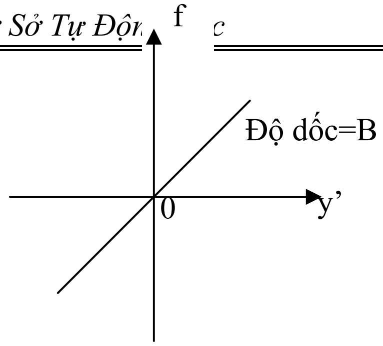
Trong đó: $(Fs)_{y'} = 0$ được định nghĩa như là lực ma sát nghĩ tồn tại chỉ khi vật đứng yên nhưng đang có khuynh hướng chuyển động. Dấu của lực tùy thuộc và chiều chuyển động hoặc chiều ban đầu của vận tốc. Sự tương quan giữa lực và vận tốc vẽ ở hình H.5_5b. Nhớ là một khi chuyển động bắt đầu, lực ma sát nghĩ biến mất, và loại lực ma sát khác xuất hiện.

c) Ma sát coulomb.

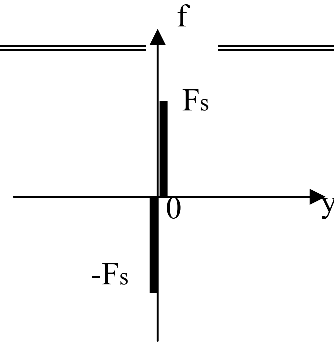
Lực ma sát coulomb là một lực cản, có độ lớn không đổi đối với sự biến thiên của vận tốc. Dấu của lực thì thay đổi khi vận tốc đổi chiều. Phương trình toán học của lực ma sát coulomb:

$$f(t) = Fc\left(\frac{dy}{dt}\Big/\left|\frac{dy}{dt}\right|\right) \qquad (5.15)$$

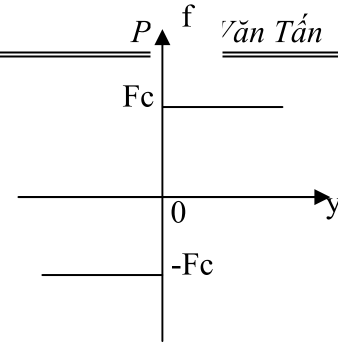
Trong đó Fc là hệ số ma sát coulomb. Sự tương quan giữa lực và vận tốc vẽ ở hình H.5_5c.



H.5_5a.



H.5_5b.



H.5_5c.

3. Chuyển động quay.

Chuyển động quay của một vật có thể được định nghĩa như là chuyển động của vật quanh một trục cố định. Các biến số thường dùng để mô tả chuyển động quay là moment; gia tốc góc α; vận tốc góc ω; và góc dời θ.

Các bộ phận sau đây thường được đưa vào để mô hình hoá chuyển động quay.

a) Quán tính (Inertia).

Quán tính J, được xem như là chỉ thị tính chất của một bộ phận tích trữ động năng trong chuyển động quay. Quán tính của vật phụ thuộc vào sự tổng hợp hình học quanh trục quay và khối lượng của nó. J còn gọi là moment quán tính.

***Thí dụ**:* quán tính của một dĩa tròn hoặc một trục tròn quay quanh trục hình học là:

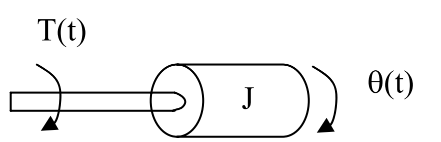
$$J=\frac{1}{2}Mr^2 \qquad (5.16)$$

Trong đó, M là khối lượng của dĩa hoặc của trục và r là bán kính của chúng.

Khi một moment được áp dụng vào một cố thể với quán tính J, như hình H.5_7, thì phương trình moment được viết:

$$T(x)= T(x) = J\alpha(t) J\frac{d\omega(t)}{dt} = J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \qquad (5.17)$$

J : $Kg.m^2$; T :N.m ; θ :radian.

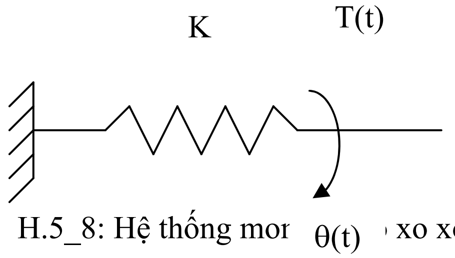


H.5_7: Hệ thống moment _quán tính.

b) *Lò xo xoắn (*torsional spring).

Khi áp dụng một moment lên một thanh hay một trục quay có khối lượng không đáng kể, trục quay một góc θ. Nếu k là hằng số xoắn, moment trên một đơn vị góc dời, thì hệ thống có thể biểu diễn bằng hình H.5_8 và phương trình:

T(t)=Kθ(t) (5.18)



H.5_8: Hệ thống mor xo xoắn.

Nếu lò xo xoắn có mang trước một moment Tp, thì phương trình trên được cải tiến.

$T(t) - TP = K\theta(t)$ (5.19)

c) Ma sát trong chuyển động quay.

Cả ba loại ma sát đã mô tả trong chuyển động tịnh tiến đều có thể áp dụng cho chuyển động quay. Do đó các phương trình (5.13), (5.14) và (5.15) có thể viết lại trong trường hợp này như sau:

$$T(t) = B\frac{d\theta}{dt} \qquad (5.20)$$

$$T(t) = \pm (F_s)_{\theta'=0} \qquad (5.21)$$

$$T(t) = F_c\left(\frac{d\theta}{dt} \Big/ \left|\frac{d\theta}{dt}\right| \right) \qquad (5.22)$$

Trong đó, B :Hệ số ma sát nhớt, moment trên một đơn vị vận tốc góc.

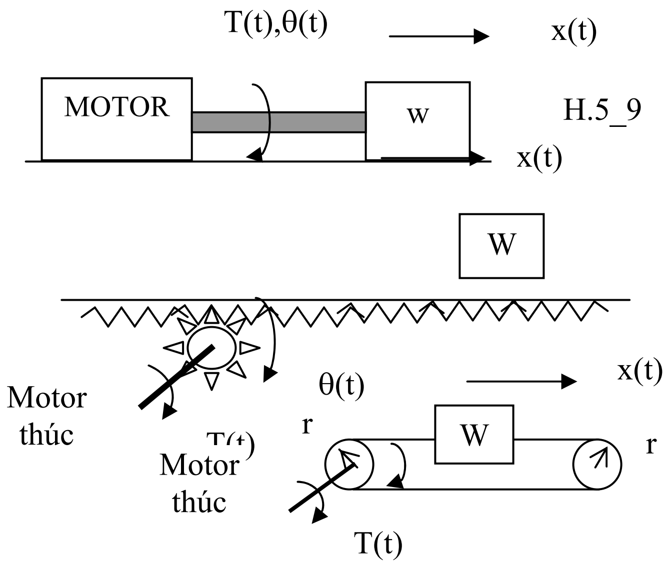
$(F_s)_{\theta=0}$ là ma sát nghỉ.

F_c : là ma sát coulomb.

4. Sự tương quan giữa chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay.

Trong vấn đề điều khiển chuyển động, thường khi ta cần đổi một chuyển động quay thành một chuyển động tịnh tiến. Thí dụ,

- Hình H.5_9 : bộ điều khiển đổi một chuyển động quay thành một chuyển động thẳng nhờ motor và bộ screw (Vis Faraday)
- Hình H.5_10: cũng có chức năng tương tự, nhưng sự chuyển đổi thực hiện nhờ thanh răng (rack) và pinion(nhông)./
- Hình H.5_11: Một bộ điều khiển chuyển động thông dụng khác, dùng pulley (ròng rọc) và dây couroir .



H.5_9

H.5_10

H.5_11

Các hệ thống trên điều có thể được biểu diễn bằng một hệ thống đơn giản với một quán tính tương đương mắc trực tiếp vào một motor thúc.

Thí dụ, khối lượng ở hình H.5_11, có thể xem như là một khối điểm (point mass) chuyển động quanh ròng rọc, bán kính r. Bỏ qua quán tính của ròng rọc, thì quán tính tương đương do motor là: $J = Mr^2 = \frac{w}{g} r^2$ (5.23)

- Nếu bán kính của pinion ở hình H.5_10 là r, quán tính tương đương do motor cho bởi phương trình (5.23).

Bây giờ ta xem hệ thống ở hình H.5_9. Gọi L là khoảng di chuyển thẳng của khối lượng khi khoảng cách space convis xoay một vòng. Về nguyên tắc, hai hệ thống ở hình H.5_10 và H.5_11 thì tương đương. Ở hình H.5_10 khoảng di chuyển thẳng của khối lượng trên mỗi vòng quay của pinion làL=2πr.

Do đó, dùng phương trình (5.23) để tính quán tính tương đương của hệ ở hình H.5_9.

$$J = \frac{w}{g}\left(\frac{L}{2\pi}\right)^2 \qquad (5.24)$$

5. Cơ năng và công suất.

Năng lượng và công suất giữ vai trò quan trọng trong việc thiết kế các hệ thống điện cơ.

Năng lượng được tích trữ dưới dạng động năng và thế năng iưu khin tính "động" của hệ thống. Tuy nhiên, năng lượng tiêu tán thường ở dạng nhiệt, cũng cần được kiểm soát.

* Khối lượng hoặc quán tính của một vật chỉ khả năng tích trữ động năng. Động năng của một khối lượng di chuyển với vận tốc v là:

$$W_k = \frac{1}{2}Mv^2 \qquad (5.25)$$

W_k: Joule, hoặc Nm ; M: N/m/sec^2 ;v: m/s.

đối với một hệ thống quay, động năng được viết:

$$W_k = \frac{1}{2}J\omega^2 \qquad (5.26)$$

J: moment quán tính Kg.m^2

ω: vận tốc góc rad/s.

* lò xo tuyến tính bị biến dạng một chiều dài y , sẽ tích trữ một thế năng:

$$W_k = \frac{1}{2}Ky^2 \qquad (5.27)$$

* lò xo xoắn, tích trữ thế năng:

$$W_p = \frac{1}{2}K\theta^2 \qquad (5.28)$$

θ : Góc xoắn.

Đối với một bộ phận ma sát, năng lượng biểu diễn một sự mất hoặc tiêu hao bởi hệ thống khi đối kháng với lực ma sát. Công suất tiêu tán trong bộ phận có ma sát là tích số của lực và vận tốc.

$$P = f.v \qquad (5.29)$$

Vì f= B.v, với B là hệ số ma sát, nên:

$$P = B.v^2 \qquad (5.30)$$

(P: N.m/s^2 hoặc watt (w)).

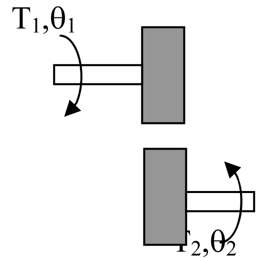
Vậy năng lượng tiêu tán trong bộ phận ma sát la:

$$W_d = B\int v^2 dt \qquad (5.31)$$

6. Bánh răng - đòn bẩy – dây courroir.

Bánh răng, đòn bẩy hoặc dây courroir và pu-li là những cơ phận truyền năng lượng từ một bộ phận này đến một bộ phận khác của hệ thống để thay đổi lực, moment, vận tốc và độ dời. Chúng cũng được xem như là những bộ phận phối hợp nhằm đạt đến sự truyền công suất tối đa.

Hai bánh răng nối nhau như hình H.5_12. Quán tính và ma sát của chúng được xem như không đáng kể trong trường hợp lý tưởng.



H.5_12

Những hệ thức giữa moment T_1 và T_2, góc dời θ_1 vàθ_2 , số răng N_1 và N_2 của bộ bánh răng được dẫn xuất từ các sự kiện sau đây:

1_ Số răng trên bề mặt các bánh răng tỉ lệ với bán kính $r_1$và r_2 của bánh răng:

$$r_1N_2=r_2N_1 \qquad (5.32)$$

2_ Khoảng dịch dọc theo bề mặt của mỗi bánh răng thì bằng nhau.

$$\theta_1r_1=\theta_2r_2 \qquad (5.33)$$

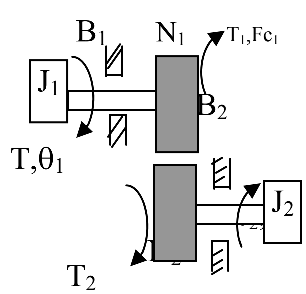
3_ Giả sử không có sự mất năng lượng, công tạo bởi bánh răng này bằng công của bánh răng kia.

$$T_1\theta_1=T_2\theta_2 \qquad (5.34)$$

Nếu ω_1 và ω_2 là vận tốc góc của chúng thì:

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\theta_2}{\theta_1}=\frac{N_1}{N_2}=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{r_1}{r_2} \qquad (5.35)$$

Thực tế, các bánh răng đều có quán tính và lực ma sát thỉing không bỏ qua.



H.5_13

T= moment áp dụng
θ_1, θ_2: góc dời.
T_1, T_2: moment được truyền đến bánh răng
J_1, J_2; quán tính của bánh răng
N_1, N_2: số răng
Fc_1,Fc_2: Hệ số ma sát coulomb.
B_1, B_2: Hệ số ma sát nhớt (trượt).
Phương trình moment của bánh răng 2 được viết:

$$T_2(t) = J_2 \frac{d^2\theta_2(t)}{dt^2} + B_2 \frac{d\theta_2(t)}{dt} + Fc_2 \frac{\dot{\theta}_2}{\left|\dot{\theta}_1\right|} \tag{5.36}$$

Phương trình moment của bánh răng 1 là:

$$T_2(t) = J_1 \frac{d^2\theta_1(t)}{dt^2} + B_1 \frac{d\theta_1(t)}{dt} + Fc_1 \frac{\dot{\theta}_1}{\left|\dot{\theta}_1\right|} + T_1(t). \tag{5.37}$$

Dùng (5.35), phương trình (5.36) đổi thành:

$$T_1(t) = \frac{N_1}{N_2} T_2(t) = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 J_2 \frac{d^2\theta_1(t)}{dt^2} + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 B_2 \frac{d\theta_1(t)}{dt} + \frac{N_1}{N_2} Fc_2 \frac{\dot{\theta}_1}{\left|\dot{\theta}_1\right|} \tag{5.38}$$

Phương trình (5.38) chứng tỏ rằng có thể phản xạ quán tính, ma sát,momen,vận tốc và độ dời từ phía naỳ sang phía kia của bộ bánh răng.

Như vậy, các đại lượng sau đây sẽ có được khi phản xạ từ bánh răng 2 sang bánh răng 1 :

Quán tính : $\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 J_2$

Hệ số ma sát nhớt : $\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 B_2$

Momen : $\frac{N_1}{N_2} T_2$

Góc dời : $\frac{N_2}{N_1} \theta_2$

Vận tốc góc : $\frac{N_2}{N_1} \omega_2$

Momen ma sát coulomb : $\frac{N_1}{N_2} \; Fc_2 \frac{\omega_2}{|\omega_2|}$

Nếu có sự hiện diện của lò xo xoắn, hằng số lò xo cũng được nhn bởi $\left(N_1/N_2\right)^2$, khi phản xạ từ bánh răng 2 sang bánh răng 1.

Bây giờ, thay (5.38) vào (5.37) :

$$T(t)=J_{1e}\frac{d^2\theta_1(t)}{dt^2} + B_{1e}\frac{d\ \theta_1(t)}{dt} + T_F \qquad (5.39)$$

Trong đó :

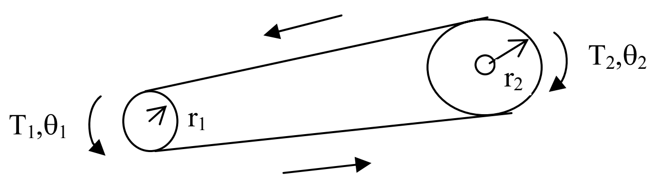
$$J_{1e} = J_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 J_2 \qquad (5.40)$$

$$B_{1e} = B_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 B_2 \qquad (5.41)$$

$$T_F = Fc_1\frac{\dot{\theta}_1}{\left|\dot{\theta}_1\right|} + \frac{N_1}{N_2}Fc_2\frac{\dot{\theta}_2}{\left|\dot{\theta}_2\right|} \qquad (5.42)$$

Dây courroir và dy chain được dùng cùng mục đích như bộ bánh răng. Nhưng nó cho phép chuyển năng lượng với khoảng cách xa hơn mà không dùng các bánh răng với số răng quá lớn. Hình H.5_14 vẽ sơ đồ của một dây courroir (hoặc chain) giữa hai ròng rọc (pulley). Giả sử không có sự trượt giữa chúng. Dễ thấy rằng phương trình (5.41) vẫn còn được áp dụng trong trường

hợp này. Thật vậy, sự phản xạ (hay sự truyền dẫn) của momen, quán tính ma sát thì tương tự như trong một bộ bánh răng.

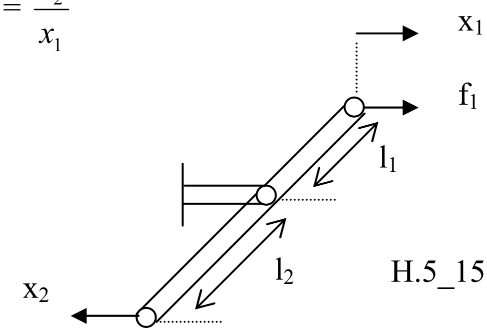


H.5_14

Đòn bẩy (lever) như trong hình H.5_15 truyền chuyển động thẳng và lực tương tự cách thức mà bộ bánh răng truyền chuyển động quay.

Hệ thức giữa lực và khoảng cách là :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{x_2}{x_1} \qquad (5.43)$$



H.5_15

IV) PHƯƠNG TRÌNH CỦA CỦA CÁC HỆ THỐNG CƠ KHÍ.

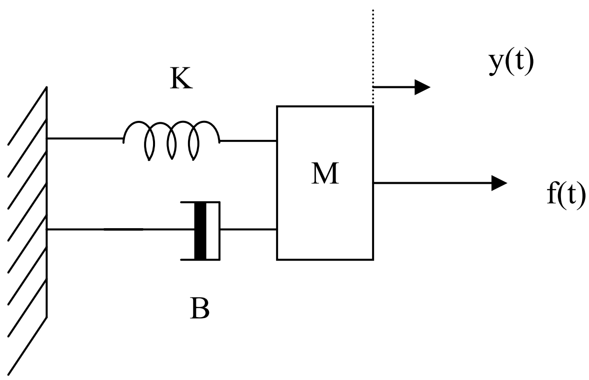
Để viết các phương trình của một hệ cơ tuyến tính , trước nhất phải xây dựng trước một mô hình của hệ, bao gồm các bộ phận tuyến tính nối nhau. Sau đó áp dụng định luật Newton.

Thí dụ 5.2 :

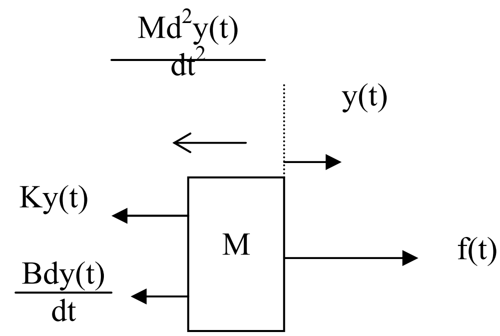
Xem một hệ thống vẽ ở hình H. 5_16a . Sơ đồ vật thể tự do của hệ vẽ ở hình H.5_16b.

Phương trình lực của hệ được viết :

$$f(t) = M\frac{d^2y(t)}{dt^2} + B\frac{dy(t)}{dt} + Ky(t) \qquad (5.44)$$



H.5_16a



H.5_16b

Phương trình cấp 2 (5.44) có thể phân thành hai phương trình trạng thái cấp một. Đặt x_1=y và $x_2 = \frac{dy}{dt}$ như là các biến số trạng thái.

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t) \qquad (5.45)$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{K}{M}x_1(t) - \frac{B}{M}x_2(t) + \frac{1}{M}f(t) \qquad (5.46)$$

Để hệ thống cơ trên đây tương đương với mạch RLC nối tiếp của mạch điện.

Với sự tương đương giữa một hệ thống cơ và một hệ thống điện, việc thành lập trực tiếp các phương trình trạng thái cho một hệ thống cơ sẽ trở nên đơn giản.

Nếu ta xem khối lượng thì tương đương với điện cảm, hằng số lò xo K thì tương đương với nghịch đảo của điện dung 1/C .

Vậy có thể chỉ định v(t): vận tốc và $f_k(t)$: lực tác động lên lò xo như là các biến số trạng thái. Lý do là cái trước tương tự dòng điện trong cuộn cảm, và cái sau tương tự như điện thế ngang qua tụ.

Do đó phương trình trạng thái của hệ được viết bằng:

Lực trên khối lượng:

$$M\frac{dv(t)}{dt} = -Bv(t) - f_k(t) + f(t) \qquad (5.47)$$

Vận tốc của lò xo :

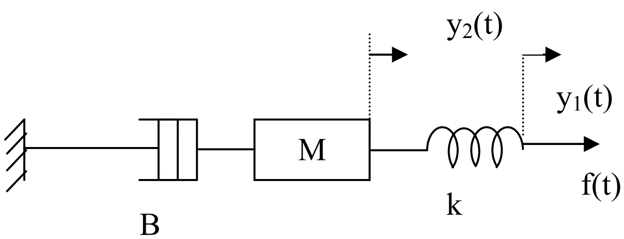
$$\frac{1}{k}\frac{df_k(t)}{dt} = v(t) \qquad (5.48)$$

Phương trình trên thì giống như cách viết phương trình điện thế ngang qua 1 cuộn cảm. Còn phương trình dưới giống như phương trình ngang qua tụ.

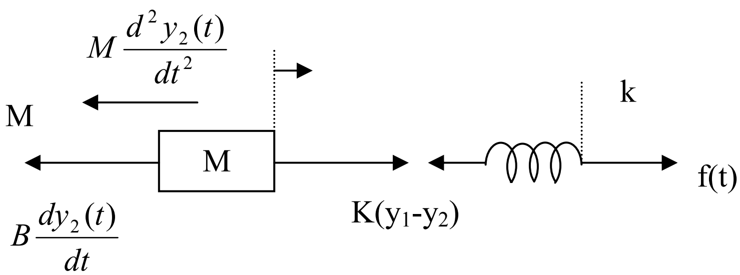
Thí dụ đơn giản trên cho thấy các phương trình trạng thái và biến số trạng thái của 1 hệ thống động thì không duy nhất.

Thí dụ 5.3:

Xem 1 hệ thống như hình H.5_17a. Vì lò xo bị biến dạng khi chịu tác dụng của lực f(t) hai độ dời y_1 và y_2 phải được chỉ định cho 2 đầu mút của lò xo. Sơ đồ vật thể tự do của hệ vẽ ở hình H.5_17b.



H.5_17a: Hệ thống khối lượng lò xo- ma sát.



H.5_17b : Sơ đồ vật thể tự do.

Từ H.5_17b, các phương trình lực được viết :

$$f(t)=K[y_1(t)-y_2(t)] \qquad (5.49)$$

$$K[y_1(t) - y_2(t)] = M\frac{d^2y_2(t)}{dt^2} + B\frac{dy_2(t)}{dt} \qquad (5.50)$$

Để viết các phương trình trạng thái của hệ thống, ta đặt:

$$X_1(t)=y_2(t)$$

$$X_2(t)=\frac{dy_2(t)}{dt}$$

Thì các phương trình (5.49) và (5.50) được viết lại:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t) \qquad (5.51)$$

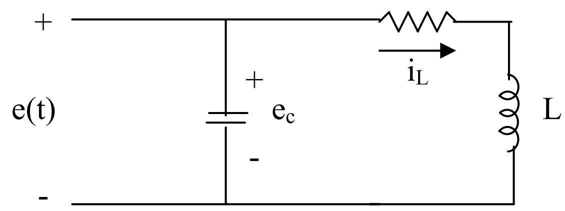
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{B}{M}x_2(t) + \frac{1}{M}f(t) \qquad (5.52)$$

Nếu ta chỉ định vận tốc v(t) của khối lượng M là 1 trạng thái biến số , lực $f_k(t)$ trên lò xo là 1 biến số, thì:

$$\frac{dv(t)}{dt} = -\frac{B}{M}v(t) + \frac{1}{M}f_k(t) \qquad (5.53)$$

$$f_k(t)=f(t) \qquad (5.54)$$

Mạch điện tương đương với hệ cơ trên được vẽ ở hình H.5_18.



H.5_18

Nếu muốn tìm độ dời $y_1(t)$ tại điển mà y(t) áp dụng vào, ta dùng hệ thức:

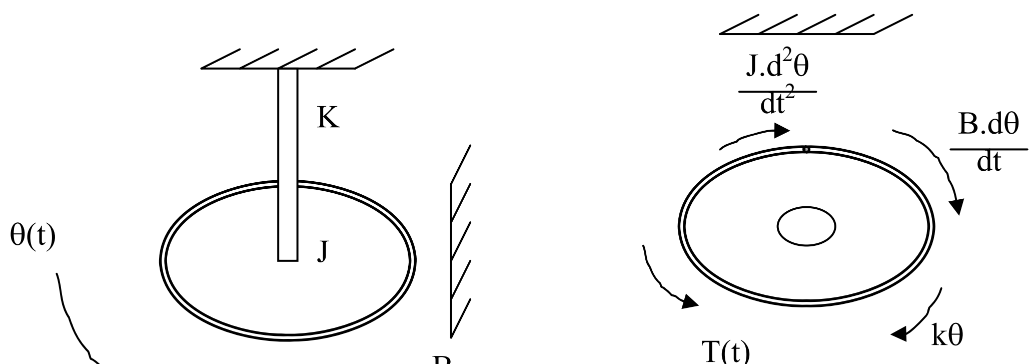
$$y_2 = \frac{f_k(t)}{k} + y_2(t) = \frac{f(t)}{k} + \int_0^t v(\tau)d\tau + y_2(0) \qquad (5.55)$$

Trong đó $y_2(0)$ là độ dời ban đầu của khối lượng M .

Mặt khác, có thể giải cho $y_2(t)$ từ 2 phương trình trạng thái (5.51) và (5.52) và $y_1(t)$ được xác định bằng (5.49).

Thí dụ 5.4:

Hệ thống quay vẽ ở hình H.5_19 gồm 1 đầu thì cố định. Moment quán tính của dĩa quanh trục là J. Rìa của dĩa được lướt trên mặt phẳng và hệ số ma sát trượt là B. Bỏ qua quán tính của trục. Hằng số xoắn là K.



H.5_19a

H.5_19b

Giả sử 1 moment áp dụng vào hệ thống như hình vẽ:

Phương trình momen quanh trục được viết từ hình H.5_19b

$$T(t) = J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B\frac{d\theta(t)}{dt} + K\theta(t) \qquad (5.62)$$

Hệ thống này tương tự như hệ thống chuyển động tịnh tiến ở H.5_16. Các phương trình trạng thái có thể viết bằng các định nghĩa các biến. $x_1(t)=\theta(t)$

Và $\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t)$

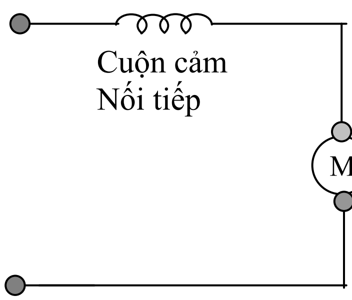
Ngươi đọc có thể thực hiện các bước tiếp theo để viết phương trình trạng thái như là 1 bài tập.

V. MÔ HÌNH HÓA ĐỘNG CƠ DC.

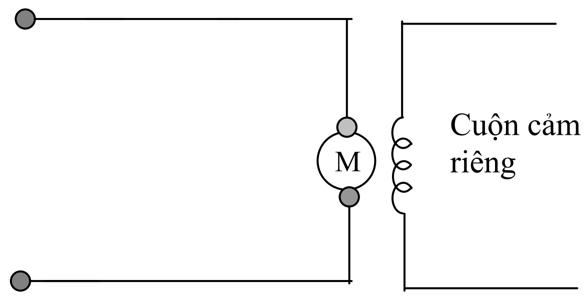
1. Sơ lược về các lọai động cơ DC:

Motor DC có thể được xếp thành 2 loại : loại có từ thông thay đổi được và loại không có từ thông thay đổi được.

-Trong loại thứ nhất: Từ trường được tạo bởi cuộn cảm. Mà cuộn cảm thì đấu với 1 từ trường ngoài. Loại động cơ này lại được có thể chia làm 2 loại: kích từ nối tiếp và kích từ riêng.



H.5_19a:Kích từ nối tiếp



H.5_19b:Kích từ riêng

H.5_19a, ký hiệu của động cơ DC kích từ nối tiếp. Cuộn cảm đấu nối tiếp với phần ứng.

H.5_19b động cơ nối tiếp kích từ riêng. Cuộn cảm cách ly với phần ứng và được cấp điện bởi 1 nguồn điện khác.

+ Trong loại kích từ nối tiếp, từ thông trong động cơ thì tỷ lệ với dòng điện cảm, mà dòng này thì thay đổi, sự liên hệ giữa moment và vận tốc thường là phi tuyến. Như vậy loại động cơ này chỉ dùng trong những ứng dụng đặt biệt cần đến moment lớn với vận tốc thấp. Momen của motor giảm rất nhanh khi vận tốc tăng.

+ Đối vối loại kích từ riêng từ thông thì độc lập với dòng điện ứng. Vì vậy nó có thể được điều khiển từ bên ngoài trong 1 phạm vi rộng.

-Trong loại thứ 2 motor DC có từ thông không đổi, từ trường phần cảm là do 1 nam châm vĩnh cửu và không thay đổi . Loại này gọi là PM motor.

Điều này khiến đặc tuyến moment-vận tốc tương đối tuyến tính.

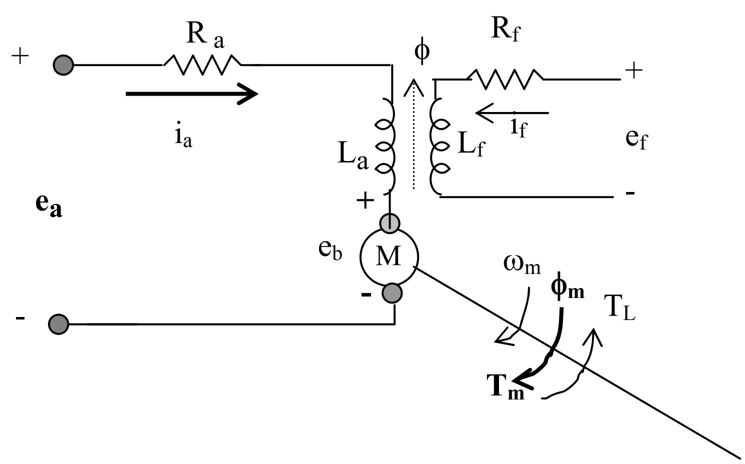
Các động cơ DC qui ước đều có chổi và cổ góp. Nhưng hiện nay có loại động cơ DC mà cổ góp được thay bằng bộ phận điện tử . Loại này được gọi là động cơ DC không chổi(DC brushless motor).

2. Mô hình hóa động cơ DC:

Vì các động cơ DC được dùng rất nhiều trong các hệ điều khiển ta cần quan tâm tới việc thiếp lập 1 mô hình toán học cho chúng.

Sau đây ta khai triển mô hình toán học cho 2 lọai động cơ DC kích từ riêng và loại kích từ bằng nam châm vĩnh cữu (PM.motor).

a. Động cơ DC kích từ riêng:



H.5_20: Mô hình của động cơ DC kích từ riêng

Phần ứng được mô hình hóa như là 1 mạch với điện trở R_a, nối tiếp với 1 cuộn cảm L_a. Một nguồn điện thế E_b biểu diễn cho sức điện động sinh ra trong phần ứng khi rotor quay.

Phần cảm được biểu diễn bằng 1 điện trở R_f nối tiếp với 1 cuộn điện cảm L_f . Từ thông trong khe từ là rỗng.

Các biến số và thông số tóm tắt như sau:

$E_a(t)$: điện thế phần ứng.
$E_f(t)$: điện thế phần cảm.
R_a: điện trở phần ứng.
$E_b(t)$: suất điện động trong phần ứng.
R_f: điện trở phần cảm.

L_a: điện cảm phần ứng.
L_f: điện cảm phần cảm.
$I_a(t)$: dòng điện phần ứng.
$I_f(t)$: dòng điện phần cảm.
K_i: hằng số moment.
K_b: hằng số suất điện động phần ứng.
$T_m(t)$: moment được khai triển bởi động cơ.
J_m: quán tính của rotor.
B_m: hệ số ma sát trượt.
$\theta_m(t)$: góc dời của rotor.
$\omega_m(t)$: vận tốc dài của rotor.
$T_L(t)$: moment tải.

Giả sử $e_f(t)$ được cung cấp 1 cách hiệu quả để cho $i_f(t)$ không đổi. Sự điều khiển được đặt lên 2 đầu phần ứng dưới dạng điện thế $e_a(t)$. Và để phân giải tuyến tính ta giả sử thêm:

1- Từ thông ở khe từ thì tỷ lệ với dòng điện cảm.

2- Moment khai triển bởi động cơ thì tỷ lệ với từ thông trong khe từ và dòng điện ứng .

Vì $K_m K_f I_f$ là hằng số, nên:

$$T_m(t)=K_i\, i_a(t) \qquad (5.65)$$

K_i là hằng số moment.

Bắt đầu với điện thế điều khiển ở ngõ vào các phương trình nhân quả của hệ được viết lại:

$$\frac{di_a(t)}{dt} = \frac{1}{L_a} e_a(t) - \frac{R_a}{L_a} i_a(t) - \frac{1}{L_a} e_b(t) \qquad (5.66)$$

$$T_m(t)=K_i\, i_a(t) \qquad (5.67)$$

$$e_b(t) = K_b \frac{d\theta_m(t)}{dt} = K_b \omega_m(t) \qquad (5.68)$$

$$\frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} = \frac{1}{J_m} T_m(t) - \frac{1}{J_m} T_L(t) - \frac{B_m}{J_m}\frac{d\theta_m(t)}{dt} \qquad (5.69)$$

Trong đo, $T_L(t)$ là moment tải(cản). Một cách tổng quát $T_L(t)$ biểu diễn 1 moment mà động cơ phải vuợt quá mới có thể thay đổi được. $T_L(t)$ cũng có thể là moment ma sát không đổi thí dụ ma sát culomb.

**** Các phương trình (5.66) đến (5.69) là nguyên nhân của các nguyên nhân***.

Phương trình (5.56) xem $di_a t)/dt$ là hậu quả trung gian do $e_a(t)$ gây ra. Trong phương trình (5.57) $i_a(t)$ tạo nên moment $T_m(t)$.

Phương trình (5.68) định nhgĩa suất điện động phần ứng và cuối cùng trong phương trình (5.69) moment gây ra góc dời θ_m.

Các biến số trạng thái của hệ có thể được định nhgĩa là θ_m , W_m và i_a.

Các phương trình trạng thái của động cơ DC , được viết dưới dạng ma trận (5.70):

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a(t)}{dt} \\ \frac{d\omega_m(t)}{dt} \\ \frac{d\theta_m(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_a}{L_a} & \frac{-K_b}{L_a} & 0 \\ \frac{K_i}{J_m} & \frac{-B_m}{J_m} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \omega_m(t) \\ \theta_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} . e_a(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_m} \\ 0 \end{bmatrix} . T_L(t) \qquad (5.70)$$

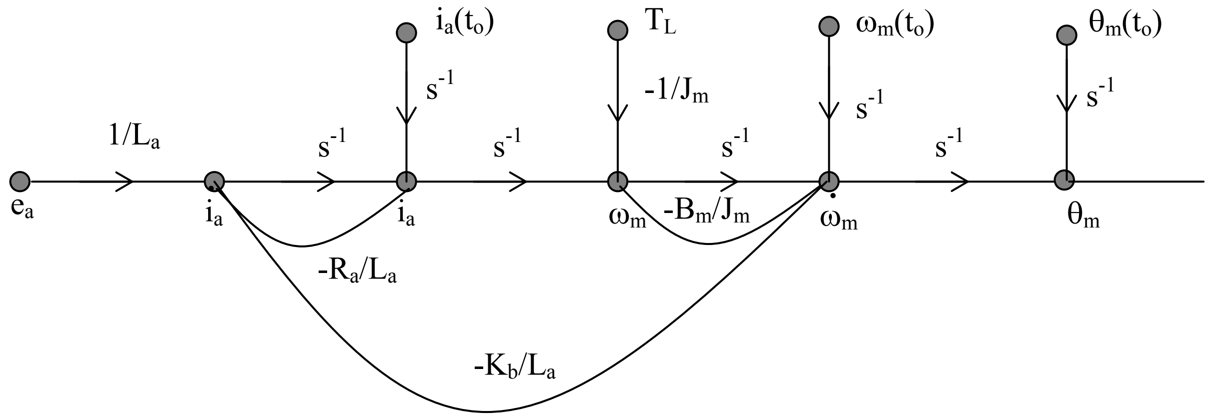
Nhớ là trong trường hợp này $T_L(t)$ là input thứ 2 trong các phương trình trạng thái.

Đồ hình trạng thái của hệ được vẽ ở hình H.5_27, bằng cách dùng phương trình (5.70).

Hàm chuyển giữa độ dời và điện thế suy được từ đồ hình trạng thái.

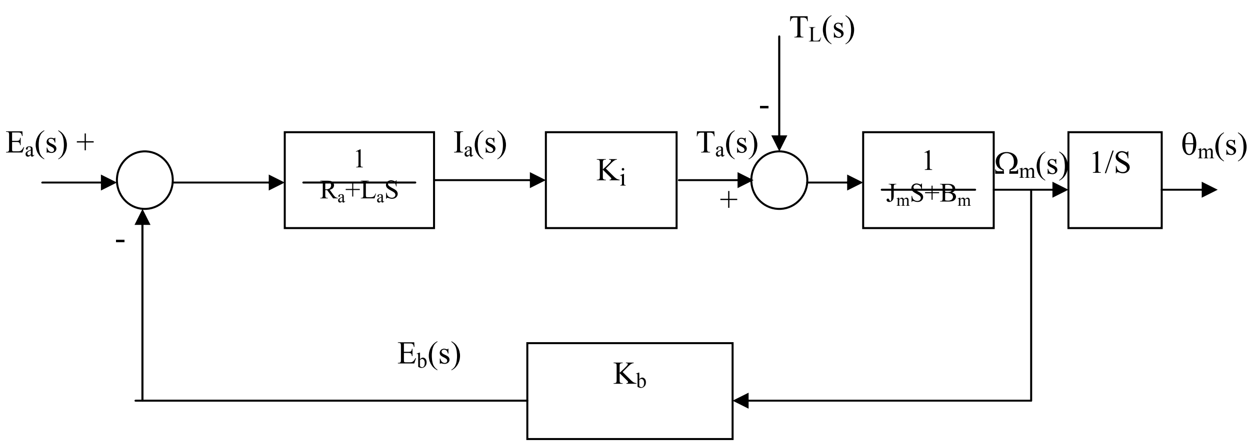
$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_i}{L_a J_m S^3 + (R_a J_m + B_m L_a) S^2 + (K_b K_i + R_a B_m) S} \quad (5.71)$$

Trong đó T_L đặt ở Zero.



H.5_21**:** Đồ hình trạng thái

Một sơ đồ khối của hệ thống được trình bày như hình H.5_22.



H.5_22: Sơ đồ khối của hệ thống**.**

Chương VI: TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG

- ĐẠI CƯƠNG.
- ĐỊNH NGHĨA TÍNH ỔN ĐỊNH.
- KHAI TRIỂN PHÂN BỐ TỪNG PHẦN.
- MẶC PHẲNG PHỨC VÀ SỰ ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG.
- CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG.
- TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ROUTH.
- TIÊU CHUẨN HURWITZ.

I. ĐẠI CƯƠNG.

Có nhiều đặc tính được dùng trong thiết kế hệ thống tự kiểm. Nhưng yêu cầu quan trọng nhất, đó là hệ thống có ổn định theo thời gian hay không?
Nói chung, tính ổn định được dùng để phân biệt hai loại hệ thống: Hữu dụng và vô dụng. Trên quan điểm thực tế, ta xem một hệ thống ổn định thì hữu dụng, trong khi một hệ thống bất ổn thì vô dụng.

Đối với nhiều hệ thống khác nhau: tuyến tính, phi tuyến, không đổi theo thời gian và thay đổi theo thời gian, tính ổn định có thể được định nghĩa theo nhiều hình thức khác nhau. Trong chương này, ta sẽ chỉ xét tính ổn định của những hệ tuyến tính, không đổi theo thời gian.

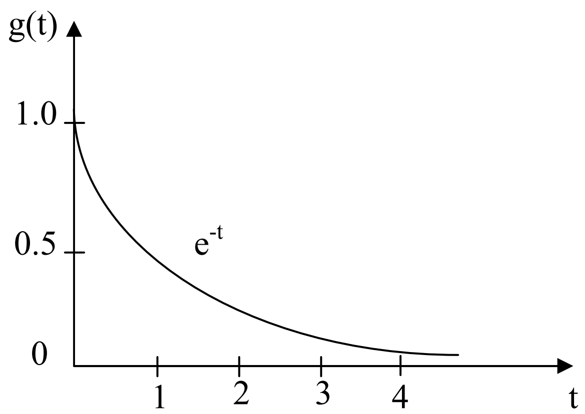
Một cách trực giác, tính ổn định của một hệ là khả năng quay trở về trạng thái ban đầu sau khi đã lệch khỏi trạng thái này, khi tác động của các nguồn kích thích từ bên ngoài(hay các nhiễu) chấm dứt.

II. ĐỊNH NGHĨA TÍNH ỔN ĐỊNH

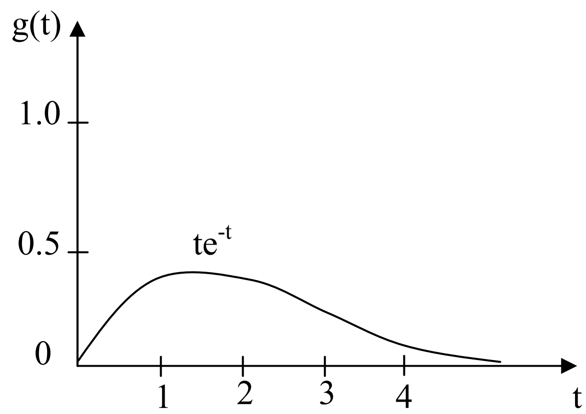
Một hệ thống là ổn định nếu đáp ứng xung lực giảm tới zero khi thời gian tiến tới vô cực.

*** *<u>Thí dụ 6.1:</u>*** cho đáp ứng xung lực của vài hệ điều khiển sau đây. Trong mỗi trướng hợp, hãy xác định tính ổn định của hệ thống.

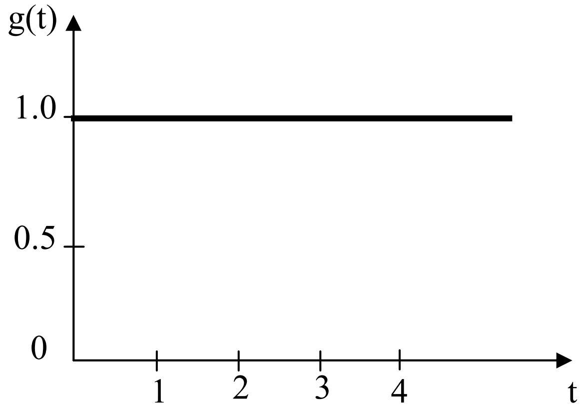
a) $g(t) = e^{-t}$.
b) $g(t) = t.e^{-t}$.
c) $g(t) = 1$.
d) $g(t) = e^{-t}.\sin 3t$.
e) $g(t) = \sin\omega t$.



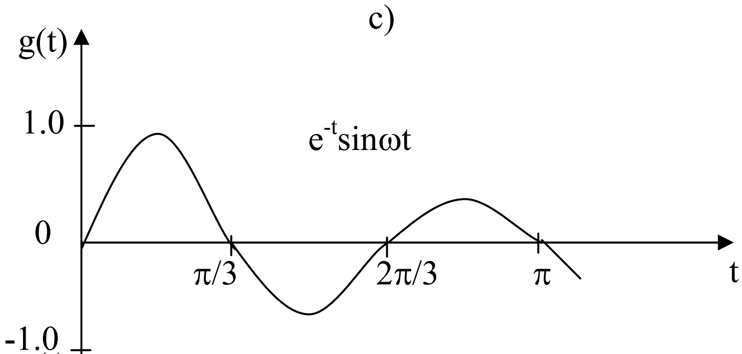
a)



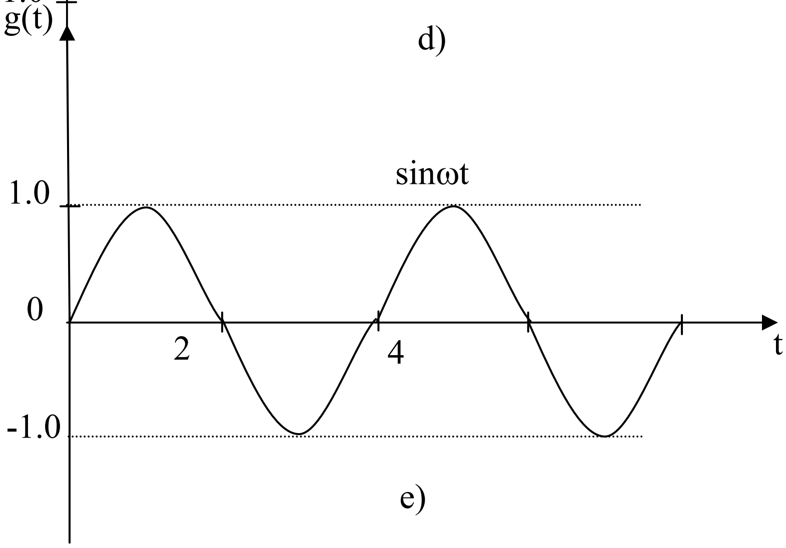
b)



c)



d)



e)

Hình .6_1.

Theo định nghĩa, hệ thống:

a) ổn định.
b) ổn định.
c) bất ổn.
d) ổn định.
e) bất ổn.

III. KHAI TRIỂN PHÂN BỐ TỪNG PHẦN (Parial Fraction expansion)

Có thể tìm đáp ứng xung lực của một hệ thống bằng cách lấy biến đổi laplace ngược hàm chuyễn của hệ.

Và để không phải dùng đến tích phân biến đổi laplace ngược.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st}\,dt$$

ta có thể dùng phương pháp khai triển phân số từng phần

Xem hàm chuyển $G(s) = C(s)/R(s)$. (6.1)

Trong đó, C(s) và R(s) là những đa thức theo s. Giả sữ R(s) có bậc lớn hơn C(s). Đa thức R(s) gọi là đa thức đặc trưng và có thể viết:

$$R(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + ... + a_{n-1}s + a_n. \quad (6.2)$$

Trong đó, $a_1, ... a_n$ là những hệ số thực.

Những nghiệm của phương trình đặc trưng R(s) = 0 có thể là thực, hay những cặp phức liên hợp đơn hay đa cấp (có lũy thừa hay không).

Ta xem trường hợp những nghiệm này thực và đơn cấp, phương trình (6.1) có thể được viết:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{C(s)}{(s+s_1)(s+s_2)...(s+s_n)} \quad (6.3)$$

Trong đó, $-s_1$, $-s_2$,....$-s_n$ là những nghiệm của phương trình đặc trưng zero của R(s) hay là những cực của G(s).

$$G(s) = \frac{k_{S_1}}{s+s_1} + \frac{k_{S_2}}{s+s_2} + ... + \frac{k_{S_n}}{s+s_n} \quad (6.4)$$

Những hệ số K_{si} (i=1, 2, 3,...n) được xác định bằng cách nhóm 2 vế của (6.3) hoặc (6.4) cho $(s+s_i)$ rồi đặt $s = -s_i$.

Thí dụ, để tìm hệ số K_{s1}, ta nhóm cả hai vế (6.3) cho $(s+s_1)$ và đặt $s = -s_1$.

$$K_{S1} = \left[(s+s_1)\frac{C(s)}{R(s)}\right]_{S=-S1} = \frac{C(-s_1)}{(s_2-s_1)(s_3-s_1)....(s_n-s_1)} \quad (6.5)$$

* ***<u>thí dụ 6.2:</u>*** xem hàm chuyển của một hệ thống.

$$G(s) = \frac{5s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)} \quad (6.6).$$

Hãy tìm đáp ứng xung lực của hệ.

Trước hết, ta áp dụng kỹ thuật khai triển phân số từng phần.

$$G(s) = \frac{K_{-1}}{s+1} + \frac{K_{-2}}{s+2} + \frac{K_{-3}}{s+3} \qquad (6.7)$$

các hệ số K_{-1}, K_{-2}, K_{-3} được xác định như sau:

$$K_{-1} = \left[(s+1)G(s)\right]_{S=-1} = \frac{5(-1)+3}{(-1+2)(-1+3)} = -1$$

$$K_{-2} = \left[(s+2)G(s)\right]_{S=-2} = \frac{5(-2)+3}{(-2+1)(-2+3)} = 7$$

$$K_{-3} = \left[(s+3)G(s)\right]_{S=-3} = \frac{5(-3)+3}{(-3+1)(-3+2)} = -6$$

Vậy (6.7) trở thành:

$$G(s) = \frac{-1}{s+1} + \frac{7}{s+2} + \frac{-6}{s+3} \qquad (6.8).$$

Bây giờ ta có thể dùng bảng biến đổi để tính đáp ứng xung lực của hệ thống.

$g(t) = L^{-1}[G(s)]$.

$$g(t) = -L^{-1}\left[\frac{1}{s+1}\right] + 7L^{-1}\left[\frac{1}{s+2}\right] - 6L^{-1}\left[\frac{1}{s+3}\right] \qquad (6.9)$$

$$g(t) = -e^{-t} + 7e^{-2t} - 6e^{-3t}. \qquad (6.10)$$

*** *Thí dụ 6.3*:** bài toán tương tự như trên, với hàm chuyển như sau:

$$G(s) = \frac{s^2 + 9s + 19}{(s+1)(s+2)(s+4)} \qquad (6.11)$$

$$G(s) = \frac{11}{3(s+1)} - \frac{5}{2(s+2)} - \frac{1}{6(s+4)} \qquad (6.12)$$

$$g(t) = \frac{11}{3}e^{-t} - \frac{5}{2}e^{-2t} - \frac{1}{6}e^{-4t}. \qquad (6.13)$$

*** *Thí dụ 6.4:***

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s+2)}$$

Khai triển phân số từng phần:

$$G(s) = \frac{K_{11}}{s+1} + \frac{K_{12}}{(s+1)^2} + \frac{K_{21}}{s+2}$$

$$K_{11} = \frac{d}{ds}\left[(s+1)^2 G(s)\right]_{S=-1} = \frac{d}{ds}\left[\frac{1}{s+2}\right]_{S=-1} = -1$$

$$K_{12} = \left[(s+1)^2 G(s)\right]_{S=-1} = 1$$

$$K_{21} = \left[(s+2)\ G(s)\right]_{S=-2} = 1$$

$$\Rightarrow G(s) = -\frac{1}{s+1} + \frac{1}{(s+1)^2} + \frac{1}{s+2}$$

Biến đổi Laplace ngược : $g(t) = -\,e^{-t} + t\,e^{-t} + e^{-2t}$.

IV. MẶT PHẲNG PHỨC VÀ SỰ ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG

1. Hàm chuyển là một hàm hữu tỷ, bao gồm tỷ số của những đa thức theo biến số phức s.

$$G(s) = \frac{b_m \sum_{i=0}^{m} \frac{b_i}{b_m} s^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i s^i} = \frac{m \prod_{i-1}^{m} (s+z_i)}{\prod_{i=1}^{n} (s+p_i)} \qquad (6.14)$$

Trong đó các $(s+z_i)$ là những thừa số của đa thức tử và $(s+p_i)$ là những thừa số của đa thức mẫu.

a) Những giá trị của s làm cho trị tuyệt đối của |G(s)| bằng zero thì gọi là các zero của G(s).

b) Những giá trị của s làm cho trị tuyệt đối của |G(s)| tiến tới vô cực thì gọi là các cực (pole) của G(s).

* ***<u>Thí dụ 6.5</u>*** : Xem một hệ thống có hàm chuyển

$$G(s) = \frac{2s^2 - 2s - 4}{s^3 + 5s^2 + 8s + 6}$$

Có thể viết lại:

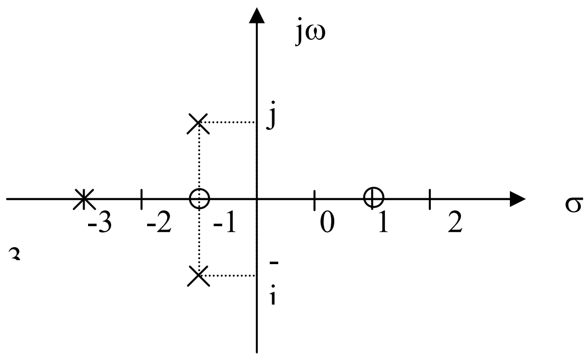
$$G(s) = \frac{2(s+1)(s-2)}{(s+3)(s+1+j)(s+1-j)} \qquad (6.16)$$

G(s) có các zero tại s = -1 và s = 2

G(s) có các cực tại s = -3 ; s = -1-j và s = -1+j

Cực và zero là những số phức, được xác định bởi hai biến số s = + j. Một để biểu diễn phần thực và một để biểu diễn phần ảo cho số phức.

Một cực hay một zero có thể được biểu diễn trong tọa độ vuông góc. Trục hoành chỉ trục thực và trục tung chỉ trục ảo. Mặt phẳng xác địnhbởi hệ trục này gọi là mặt phẳng phức hoặc mặt phẳng s.



H.6-2

Nữa mặt phẵng mà trong đó σ < 0 gọi là nữa trái của mặt phẵng s. và nữa kia trong đó σ > 0 gọi là nữa phải của mặt phẵng s.

Vị trí của một cực trong mặt phẳng s được kí hiệu bằng dấu (X) và vị trí một zero bằng dấu (o).

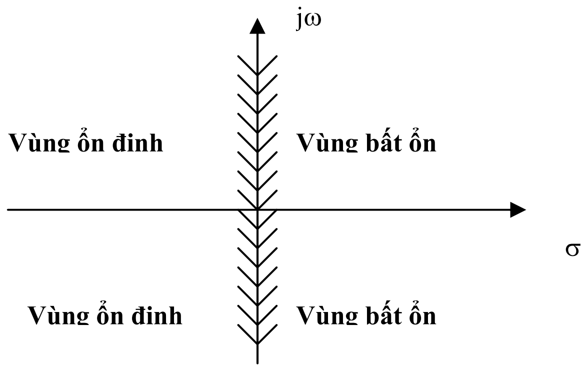
2. Ở trên ta thấy đáp ứng xung lực của một hệ thống tuyến tính không thay đổi theo thời gian thì gồm tổng các hàm expo theo thời gian, mà các số mũ của chúng là nghiệm của phương trình đặc trưng.

Vậy để đảm bảo hàm xung lực giãm theo hàm expo theo thời gian thì các nghiệm của phương trình đặc trưng phải có **phần thực âm.**

Nghiệm của phương trình đặc trưng của hệ thống cũng là cực của hàm chuyễn.

Vậy có thể kết luận rằng, điều kiện cần để một hệ ổn định là **các cực của hàm chuyển phải nằm ở nữa trái của mặt phẵng s.**

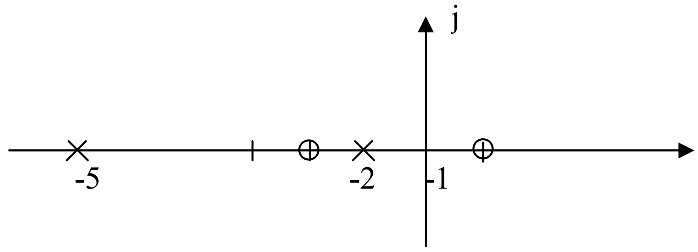
Trục ảo, bao gồm gốc tọa độ, thì thuộc về vùng bất ổn.



H.6-3

Thí dụ 6.5 :

Xem một hệ thống có hàm chuyễn mà các cực ở tại -1 và -5 và các zero ở tại 1 và -2



H.6-4

Các cực đều nằm nữa trái mặt phẵng s. vậy hệ thống ổn định. Mặc dù có một zero nằm ở nữa phải, nhưng đều đó không tác động lên tính ổn định của hệ thống.

V. CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG

Ta đã thấy tính ổn định của một hệ tự kiểm tuyến tính không đổi theo thời gian có thể xét bằng cách khảo sát đáp ứng xung lực, hoặc tìm vị trí các nghiệm của phương trình đặc trưng trong mặt phẳng s. Nhưng các tiêu chuẩn ấy thường là khó thực hiện trong thực tế. Thí dụ, đáp ứng xung lực có được bằng cách lấy biến đổi Laplace ngược của hàm chuyễn, nhưng không phải lúc nào cũng đơn giãn. Còn việc tìm nghiệm của phương trình bậc cao chỉ có thể nhờ vào máy tính.

Vì vậy, trong thực tế phân giãi tính ổn định cho hệ thống, người ta có thể dùng phương pháp sau đây mà không cần đến việc giãi các phương trình đặc trưng.

1. Tiêu chuẩn ROUTH và HURWITZ : là một phương pháp đại số, cho dữ kiện về tính ổn định tuyệt đối của một hệ tuyến tính không đổi theo thời gian. Các tiêu chuẩn này sẽ thử để chỉ có bao nhiêu nghiệm của phương trình đặc trưng nằm ở nữa trái, nữa phải và trên trục ảo.
2. Đồ hình quĩ tích nghiệm số (Root Locus Plot): trình bày một đồ hình của quĩ tích các nghiệm của phương trình đặc trưng khi một thông số nào đó của hệ thống bị thay đổi. Khi quĩ tích nghiệm số nằm trên nữa phải mặt phẳng s, hệ thống vòng kính bị bất ổn.
3. Tiêu chuẩn NYQUIST : là một phương pháp bán - đồ - họa (Semi graphical), cho dữ kiện trên sự khác biệt giữa số cực và zero của hàm chuyễn vòng kín bằng cách quan sát hình trạng của đồ hình NYQUIST. Phương pháp này cần biết vị trí tương đối của các zero.
4. Sơ đồ Bode : sơ đồ Bode của hàm chuyễn vòng kín G(s) H(s) có thể được dùng để xác định tính ổn định của hệ vòng kín. Tuy nhiên, chỉ có thể dùng khi G(s) H(s) không có các cực và zero trong nữa phải mặt phẳng s.
5. Tiêu chuẩn LYAPUNOV : là phương pháp xác định tính ổn định của hệ phi tuyến, nhưng vẫn có thể áp dụng cho các hệ tuyến tính. Sự ổn định của hệ được xác định bằng cách kiểm tra các tính chất của hàm Lyapunov.

VI. TIÊU CHẨN ỔN ĐỊNH ROUTH

Tiêu chuẩn Routh có thể xác định tính ổn định của hệ mà phương trình đặc trưng đến bậc n.

$$a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots.. + a_1 s + a_0 = 0$$

Tiêu chuẩn này được áp dụng bằng cách dùng bảng Routh định nghĩa như sau :

$$\begin{array}{c|llll}
s^n & a_n a_{n-2} & a_{n-4} & \ldots\ldots & \\
s^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \ldots\ldots \\
. & b_1 & b_2 & b_3 & \ldots\ldots \\
. & c_1 & c_2 & c_3 & \ldots\ldots \\
. & . & . & . & \ldots\ldots
\end{array}$$

Trong đó a_n , a_{n-1} , …… , a_0 là các hệ số của phương trình đặc trưng, và :

$$b_1 \equiv \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}} \qquad b_2 \equiv \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}} \qquad \ldots.v\ldots v$$

$$c_1 \equiv \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1}b_2}{b_1} \qquad c_2 \equiv \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1}b_3}{b_1} \qquad \ldots..v\ldots v$$

Bảng được tiếp tục theo chiều ngang chiều dọc cho đến khi được toàn zero.

Tấc cả nghiệm của phương trĩnh đặc trưng có phần thực âm nếu và chỉ nếu các phần tử ở cột thứ nhất của bảng Routh có cùng dấu (không đổi dấu). Nói cách khác số nghiệm có phần thực dương bằng với số lần đổi dấu.

* ***<u>Thí dụ 6 -6</u> :*** Hệ thống có phương trình đặc trưng

$$s^3 + 6s^2 + 12s + 8 = 0$$

Xét tính ổn định

Bảng Routh :

$$\begin{array}{c|ccc}
s^3 & 1 & 12 & 0 \\
s^2 & 6 & 8 & 0 \\
s^1 & \frac{64}{6} & 0 & \\
s^0 & 8 & &
\end{array}$$

vì không có đổi dấu ở cột thứ nhất, nên tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng đều có phần thực âm. Vậy hệ ổn định.

* ***<u>Thí dụ 6 -7</u> :*** Phương trình đặc trưng của một hệ thống là :

$$s^3 + 3s^2 + 3s + 1 + k = 0$$

Hãy xác định điều kiện để hệ ổn định

Bảng Routh :

$$\begin{array}{c|ccc}
s^3 & 1 & 3 & 0 \\
s^2 & 3 & 1+k & 0 \\
s^1 & \frac{8-k}{3} & 0 & \\
s^0 & 1+k & &
\end{array}$$

Để hệ ổn định, cần có sự không đổi dấu ở cột 1. Vậy các điều kiện là :

$$8\text{-}k > 0 \text{ và } 1+k > 0$$

vậy phương trình đặc trưng có các nghiệm với phần thực âm nếu :

$$-1 < k < 8$$

* ***Thí dụ 6 -8*** : Lập bảng Routh và xác định số nghiệm có phần thực dương của phương trình đặc trưng

$$2s^3 + 4s^2 + 4s + 12 = 0$$

Bảng Routh :

s^3	2	4	0
s^2	1	3	0
s^1	-1	0	
s^0	3		

Hàng s^2 được chia 4 trước khi tính hàng s^1. Hàng s^1 được chia 2 trước khi tính hàng s^0

Vì có hai lần đổi dấu ở cột 1, nên phương trình trên có hai nghiệm có phần thực dương.

* ***Thí dụ 6 -9 :*** Xét tính ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng :

$$s^4 + s^3 - s - 1 = 0$$

Bảng Routh :

s^4	1	0	-1	0
s^3	1	-1	0	0
s^2	1	-1	0	
s^1	0	0		
s^0	-1			

Hệ số ở hàng s^0 được tính bằng cách thay 0 ở hàng s^1 bằng ε, rồi tính hệ số của hàng s^0 như sau :

$$\frac{\varepsilon(-1) - 0}{\varepsilon} = -1$$

Cần phương cách này khi có một zero ở cột một. Vì có một lần đổi dấu ở cột một, nên phương trình đặc trưng có một nghiệm có phần thực dương. Do đó, hệ thống không ổn định.

VII. TIÊU CHUẨN HURWITZ

Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz là phương pháp khác để xác định tất cả nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực âm hay không . Tiêu chuẩn này được áp dụng thông qua việc sử dụng các định thức tạo bởi những hệ số của phương trình đặc trưng.

Giả sử hệ số thứ nhất, a_n dương. Các định thức A_i với i = 1, 2, ... , n-1 được tạo ra như là các định thức con (minor determinant) của định thức :

$$A_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & \ldots & \begin{vmatrix} a_0 \text{ nếu n lẻ} \\ a_1 \text{ nếu n chẳn} \end{vmatrix} & 0 & \ldots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & \ldots & \begin{vmatrix} a_1 \text{ nếu n lẻ} \\ a_0 \text{ nếu n chẳn} \end{vmatrix} & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & & & & \\ \ldots & \ldots & \ldots & 0 & & & \\ 0 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \ldots & \ldots & \ldots \\ & & & & & & \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix}$$

0

a_{n-5} ……………

0

Các định thức con được lập nên như sau :

$$\Delta_1 = a_{n-1}$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{bmatrix} = a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{bmatrix} = a_{n-1}a_{n-2}\,a_{n-3} + a_n a_{n-1} a_{n-5}$$

$$- a_n a_{n-3}^2 - a_{n-4} a_{n-1}^2$$

Và tăng dần đến Δ_n

Tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực âm nếu và chỉ nếu $\Delta_i > 0$ với $i = 1 , 2 , \ldots\ldots , n$.

* ***<u>Thí dụ 6 -10:</u>*** Với n = 3

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = a_2\,a_1\,a_0 - a_0^2\,a_3$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_2\,a_1 - a_0\,a_3$$

$$\Delta_1 = a_2$$

Tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng có phần thực âm nếu

$a_2 > 0$, $a_2 a_1 - a_0 a_3 > 0$

$a_2 a_1 a_0 - a_0^2 a_3 > 0$

* ***Thí dụ 6 -11 :*** Xét sự ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng

$$s^3 + 8s^2 + 14s + 24 = 0$$

Lập các định thức Hurwitz

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 8 & 24 & 0 \\ 1 & 14 & 0 \\ 0 & 8 & 24 \end{vmatrix} = 88 \times 24 > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 8 & 24 \\ 1 & 14 \end{vmatrix} = 88 > 0$$

$$\Delta_1 = 8 > 0$$

Các định thức đều lớn hơn không, các nghiệm của phương trình đặc trưng đều có phần thực âm, nên hệ thống ổn định.

* ***Thí dụ 6 –12 :*** Với khoãng giá trị nào của k thì hệ thống sau đây ổn định :

$$s^2 + ks + (2k - 1) = 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} k & 0 \\ 1 & 2k-1 \end{vmatrix} = k(2K-1)$$

$$\Delta_1 = k$$

Để hệ ổn định, cần có : $\begin{cases} k(2k-1) > 0 \\ k > 0 \end{cases}$

Vậy $k > \dfrac{1}{2}$

* ***Thí dụ 6 – 13 :***

Một hệ thống thiết kế đạt yêu cầu khi mạch khuếch đại của nó có độ lợi k = 2 . Hãy xác định xem độ lợi này có thể thay đổi bao nhiêu trước khi hệ thống trở nên bất ổn, nếu phương trình đặc trưng của hệ là :

$$s^3 + s^2(4+k) + 6s + 16 + 8k = 0$$

- Thay các tham số của phương trình đã cho vào điều kiện Hurwitz tổng quát ở thí dụ 6 –10. Ta được những điều kiện để hệ ổn định :

$4 + k > 0$, $(4+k)6 - (16+8k) > 0$

$(4+k)\,6\,(16+8k) - (16+8k)^2 > 0$

Giã sử độ lợi k không thể âm, nên điều kiện thứ nhất thỏa.

Điều kiện thứ nhì và thứ ba thỏa nếu k < 4

Vậy với một độ lợi thiết kế có giá trị là 2, hệ thống có thể tăng độ lợi lên gấp đôi trước khi nó trở nên bất ổn.

Độ lợi cũng có thể giãm xuống không mà không gây ra sự mất ổn định.

BÀI TẬP CHƯƠNG VI

VI. 1 Xem nghiệm của phương trình đặc trưng của vài hệ thống điều khiển dưới đây. Hãy xác định trong mỗi trường hợp sự ổn định của hệ. (ổn định, ổn định lề, hay bất ổn)

a) –1 ,-2

b) –1 , +1

c) –3 , +2

d) –1 + j , -1 – j

e) –2 +j , -2 – j

f) 2 , -1 , -3

f) 2 , -1 , -3

g) -6 , -4 , 7

h) -2 + 3j , -2 – 3j , -2

i) -j , j , -1 , 1

VI. 2 Môt hệ thống có các cực ở –1 , -5 và các zero ở 1, -2 . Hệ thống ổn định không?

VI. 3 Xét tính ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng :

$$(s + 1) (s + 2) (s - 3) = 0$$

VI. 4 Phương trình của một mạch tích phân được viết bởi :

$$dy/dt = x$$

Xác định tính ổn định của mạch tích phân.

VI. 5 Tìm đáp ứng xung lực của hệ thống có hàm chuyễn :

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 2}{(s+1)(s+2)}$$

Xét tính ổn định của hệ dựa vào định nghĩa.

VI. 6 Khai triển G(s) thành phân số từng phần. Rồi tìm đáp ứng xung lực và xét tính ổn định.

a) $$G(s) = \frac{-(s^2 + s - 2)}{s(s+1)(s+2)}$$

b) $$G(s) = \frac{s^2 + 9s + 19}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$$

VI. 7 Dùng kỹ thuật biến đổi laplace, tìm đáp ứng xung lực của hệ thống diễn tả bởi phương trình vi phân :

$$\frac{d^3y}{dt^3} + \frac{dy}{dt} = x$$

ĐS : y(t) = 1 – cost

VI. 8 Xác định tất cả các cực và zero của :

$$G(s) = \frac{s^2 - 26}{s^5 - 7s^4 - 30s^3}$$

ĐS : s^3 (s+3)(s-10)

VI. 9 Với mỗi đa thức đặc trưng sau đây, xác định tính ổn định của hệ thống.

a) $2s^4 + 8s^3 + 10s^2 + 10s + 20 = 0$

b) $s^3 + 7s^2 + 7s + 46 = 0$

c) $s^5 + 6s^4 + 10s^2 + 5s + 24 = 0$

d) $s^3 - 2s^2 + 4s + 6 = 0$

e) $s^4 + 8s^3 + 24s^2 + 32s + 16 = 0$

f) $s^6 + 4s^4 + 8s^2 + 16 = 0$ ĐS : b , f : ổn định

VI.10 với giá trị nào của k làm cho hệ thống ổn định, nếu đa thức đặc trưng là :

$s^3 + (4+k)\,s^2 + 6s + 12 = 0$ ĐS : $k > 2$

VI. 11 có bao nhiêu nghiệm có phần thực dương, trong số các đa thức sau đây :

a) $s^3 + s^2 - s + 1$

b) $s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 2s + 1$

c) $s^3 + s^2 - 2$

d) $s^4 - s^2 - 2s + 2$

e) $s^3 + s^2 + s + 6$ ĐS : a(2) , b(0) , c(1) , d(2) , e(2)

VI. 12 Với giá trị dương nào của k làm cho đa thức :

$s^4 + 8s^3 + 24s^2 + 32s + k = 0$

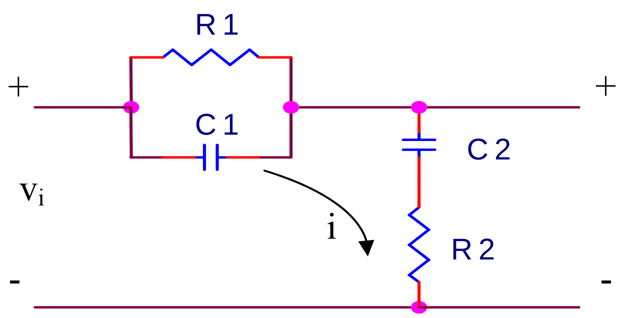
Có các nghiệm với phần thực là zero? Đó là những nghiệm nào?

ĐS : $k = 80$, $s = \pm j2$

VI. 13 Hệ thống có phương trình đặc trưng sau đây thì ổnh định?

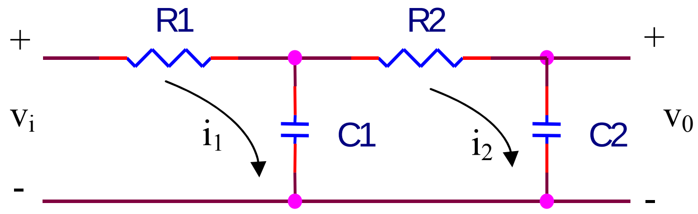
$s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 9s + 12 = 0$

VI. 14 Xác định hàm chuyễn và tìm điều kiện để mạch sau đây ổn định.



ĐS : $$\frac{v_0(s)}{v_i(s)} = \frac{(s + \frac{1}{R_1C_1})(s + \frac{1}{R_2C_2})}{s^2 + (\frac{1}{R_2C_2} + \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_1C_1})s + \frac{1}{R_1C_1R_2C_2}}$$

VI. 15 Xác định hàm chuyễn và tìm điều kiện để mạch sau đây ổn định.



$$ĐS: \quad \frac{v_0(s)}{v_i(s)} = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2s^2 + (R_1C_1 + R_1C_2 + R_2C_2)s + 1}$$

(Dùng bảng Routh)

VI.16 Xác định những điều kiện Hurwith cho sự ổn định của hệ thống có phương trình đặc trưng cấp 4. Giả sử $a_4 > 0$

$$a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

ĐS : $a_3 > 0$, $a_3 a_2 - a_4 a_1 > 0$, $a_3 a_2 a_1 - a_0 a_3^2 - a_4 a_1^2 > 0$

$a_3 (a_2 a_1 a_0 - a_3 a_0^2) - a_0 a_1^2 a_4 > 0$

****

Chương VII: PHƯƠNG PHÁP QUĨ TÍCH NGHIỆM SÔ

- ĐẠI CƯƠNG.
- QUĨ TÍCH NGHIỆM SỐ.
- TIÊU CHUẨN VỀ GÓC PHA VÀ XUẤT.
- SỐ ĐƯỜNG QUỸ TÍCH.
- QUỸ TÍCH TRÊN TRỤC THỰC.
- CÁC ĐƯỜNG TIỆM CẬN.
- ĐIỂM TÁCH.
- GÓC XUẤT PHÁT VÀ GÓC ĐẾN.
- PHƯƠNG PHÁP VẼ QTNS.
- HÀM CHUYỂN VÒNG KÍN VÀ ĐÁP ỨNG TRONG MIỀN THỜI GIAN.

I . ĐẠI CƯƠNG

Trong việc thiết kế và phân giải các hệ điều khiển, người ta thường cần phải quan sát trạng thái của hệ khi một hay nhiều thông số của nó thay đổi trong một khỏang cho sẵn nào đó. Nhờ đó, ta có thể chọn một cách xấp xỉ trị gần đúng cho thông số (chẳng hạn, chọn độ lợi cho hệ, hoặc khảo sát những biến đổi thông số do sự lão hóa của các bộ phận của hệ).

Để thực hiện mục đích ấy, ta có thể dùng kỹ thuật **quĩ tích nghiệm số** (Root – locus).

Ta đã biết, các cực của hàm chuyển là nghiệm của phương trình đặc trưng, có thể hiển thị trên mặt phẳng S.

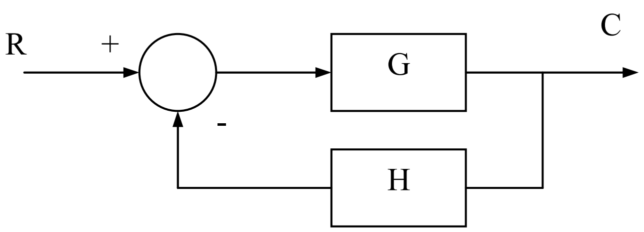
Hàm chuyển vòng kín của hệ: $\dfrac{G(S)}{1+G(S).H(S)}$ là một hàm của độ lợi vòng hở K. Khi K thay đổi, các cực của hàm chuyển vòng kín di chuyển trên một qũi đạo gọi là qũi tích nghiệm số (QTNS).

Trong chương này, ta đưa vào những tích chất cơ bản của QTNS và phương pháp vẽ qũi tích dựa vào vài định luật đơn giản.

Kỹ thuật QTNS không chỉ hạn chế trong việc khảo sát các hệ tự kiểm. Phương trình khảo sát không nhất thiết là phương trình đặc trưng của hệ tuyến tính. Nó có thể được dùng để khảo sát nghiệm của bất kỳ một phương trình đại số nào. Và ngày nay, việc khảo sát – thiết kế một hệ tự điều khiển (trong đó có kỹ thuật QTNS) trở nên dễ dàng, nhanh chóng và thuận tiện nhiều nhờ các phần mềm chuyên dùng trên máy tính, chẳng hạn Matlab.

II. QUĨ TÍCH NGHIỆM SỐ

Xem một hệ tự điều khiển chính tắc:



H.7-1

- Hàm chuyển vòng kín:

$$\frac{C}{R}=\frac{G}{1+GH}$$

- Hàm chuyển vòng hở:

$$GH=\frac{K(S^m+a_{m-1}S^{m-1}+...+a_0)}{S^n+b_{n-1}S^{n-1}+...+b_0}=\frac{KN(S)}{D(S)}$$

N(S) và D(S) là các đa thức hữu hạn theo biến phức S

m≤n ; K là độ lợi vòng hở.

Các cực của hàm chuyển vòng kín là nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$D(S) + KN(S) = 0 \qquad (7.1)$$

Vị trí của các nghiệm này trên mặt phẳng S sẽ thay đổi khi K thay đổi. Qũi đạo của chúng vẽ trên mặt phẳng s là một hàm của K.

- Nếu K = 0, nghiệm của (7.1) là nghiệm của đa thức D(S), cũng là cực của hàm chuyển vòng hở GH. Vậy các cực của hàm chuyển vòng hở là các cực của hàm chuyển vòng kín.
- Nếu K trở nên rất lớn, nghiệm của (7.1), nghiệm của (7.1) là nghiệm của đa thức N(S), đó là các zero của hàm chuyển vòng hở GH.

Vậy khi K tăng từ 0 đến ∞, qũi tích của các cực vòng kín bắt đầu từ các cực vòng hở và tiến đến chấm dứt ở các zerocủa vòng hở. Vì lý do đó, ta quan tâm đến hàm chuyển vòng hở G(S).H(S) khi vẽ QTNS của các hệ vòng kín.

Thí dụ 7.1: Xem hàm chuyển vòng hở của một hệ hồi tiếp đơn vị:

$$GH = \frac{KN}{D} = \frac{K(S+1)}{S^2+2S}$$

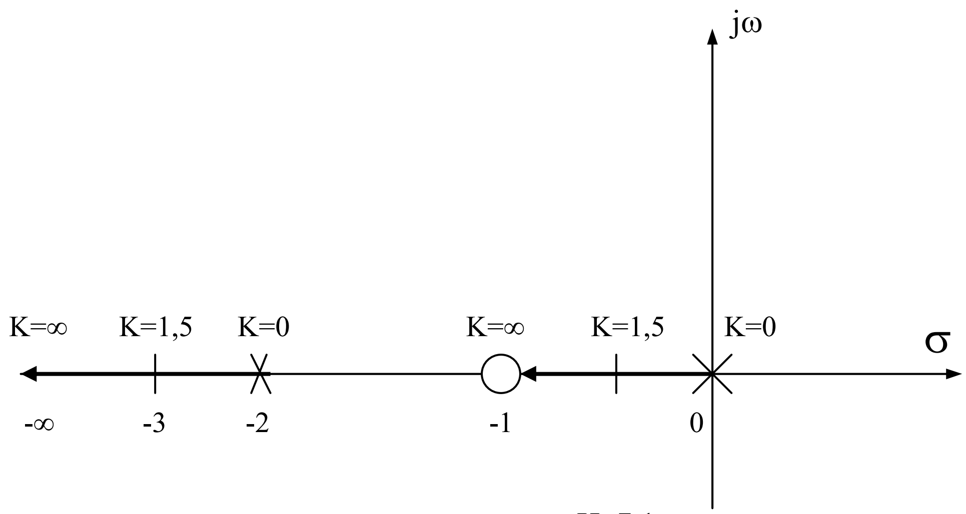
Với H=1, hàm chuyển vòng kín: $\dfrac{C}{R} = \dfrac{K(S+1)}{S^2+2S+K(S+1)}$

Các cực vòng kín: $S_1 = -\frac{1}{2}(2+K) + \sqrt{1+\frac{1}{4}K^2}$

$$S_2 = -\frac{1}{2}(2+K) - \sqrt{1+\frac{1}{4}K^2}$$

- Khi K=0 ; $S_1=0$; $S_2= -2$
- Khi K=∞ ; $S_1= -1$; $S_2= -\infty$

Qũi tích các nghiệm này được vẽ như là một hàm của K (với K > 0)



H. 7.1

QTNS gồm hai nhánh:

- Nhánh 1: di chuyển từ cực vòng hở tại gốc tọa độ (ứng với K=0) đến zero vòng hở tại -1 (ứng với K=∞).
- Nhánh 2: di chuyển từ cực vòng hở tại -2 (ứng với K=0) đến zero vòng hở tại -∞ (ứng với K=∞).

III. TIÊU CHUẨN VỀ GÓC PHA VÀ SUẤT

Để một nhánh của QTNS đi ngang qua một điểm S_1 trong mặt phẳng S, điều kiện cần là S_1 phải là nghiệm của phương trình (7.1) với vài trị gia thực của K.

$$D(S_1) + KN(S_1) = 0 \qquad (7.2)$$

Suy ra:
$$G(S_1).H(S_1) = \frac{KN(S_1)}{D(S_1)} = -1 \qquad (7.3)$$

Phương trình (7.3) chứng tỏ:

- Suất: $\left|G(S_1).H(S_1)\right| = 1 \quad \Rightarrow \quad |K| = \left|\frac{D(S_1)}{N(S_1)}\right| \qquad (7.4)$

- Góc pha: arg $G(S_1).H(S_1) = 180^0 + 360^0 l$; $l = 0, \pm 1, \pm 2$ …..

$$\arg G(S_1).H(S_1) = (2l + 1)\pi \quad \text{rađ} \qquad (7.5)$$

$$\arg\left|\frac{N(S_1)}{D(S_1)}\right| = \begin{cases} (2l+1)\pi & \text{rad} \quad ; K > 0 \\ 2l\pi & \text{rad} \quad ; K < 0 \end{cases} \qquad (7.6)$$

Phương trình (7.4) gọi là tiêu chuẩn của suất và (7.6) gọi là tiêu chuẩn về góc để một điểm S_1 nằm trên QTNS.

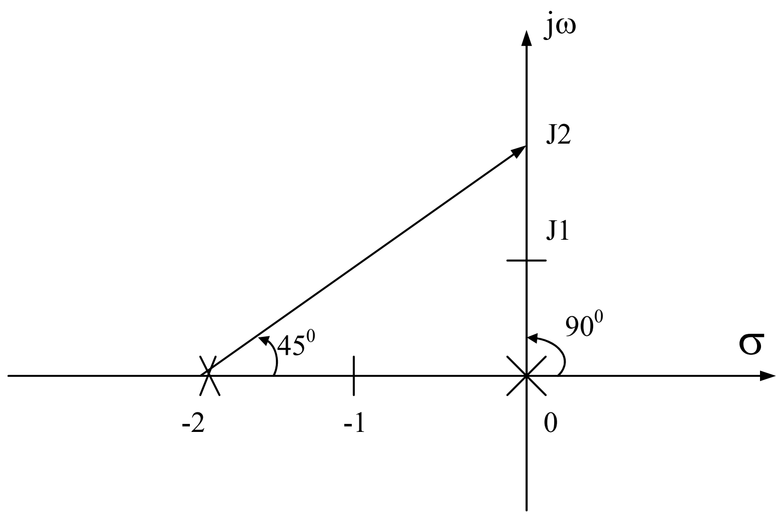
Góc và suất của G(S).H(S) tại một điểm bất kỳ nào trong mặt phẳng S đều có thể xác định được bằng hình vẽ. Với cách ấy, có thể xây dựng QTNS theo phương pháp thử và sửa sai (Trial and error) nhiều điểm trên mặt phẳng S.

* ***<u>Thí dụ 7.2</u>*:** Xem hàm chuyển vòng hở của thí dụ 7.1, chứng tỏ S_1=-0,5 là một điểm nằm trên QTNS, khi K=1.5

$$GH(S_1) = \frac{1.5(0.5)}{-0.5(1.5)} = -1$$

Vậy thỏa tiêu chẩn về suất và pha, nên S_1 nằm trên QTNS. Ở H.7.1, điểm S_1=-0.5 nằm trên QTNS, đó là một cực của vòng kín với K=1.5.

- ***<u>Thí dụ 7.3:</u>*** Hàm chuyển vòng hở của hệ là $GH(S) = \frac{K}{S(S+2)^2} = \omega$. Tìm arg GH(j2) và $|GH(j2)|$. Trị giá nào của K làm j2 nằm trên QTNS?



Hình 7.2

$$GH(j2) = \frac{K}{j2(j2+2)^2}$$

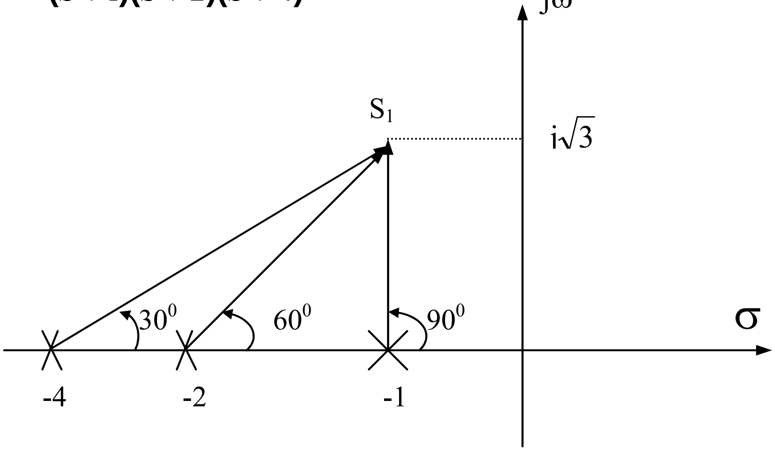
arg GH(j2) = $-90^0-45^0-45^0 = -180^0$

$$\left|GH(j2)\right| = \frac{|K|}{2(2\sqrt{2})^2} = \frac{|K|}{16}$$

Để điểm j2 nằm trên QTNS, thì $\left|GH(j2)\right| = 1$ khi đó K=16

* ***Thí dụ7.4:*** Chứng tỏ điểm $S_1 = -1 + j\sqrt{3}$ nằm trên QTNS. Cho

$GH(S) = \dfrac{K}{(S+1)(S+2)(S+4)}$ với K > 0, và xác định trị K tại điểm đó.



$$\arg\frac{N(S_1)}{D(S_1)} = \arg\frac{1}{j\sqrt{3}(1+j\sqrt{3})(3+j\sqrt{3})} = -90^0 - 60^0 - 30^0 = -180^0$$

Để thỏa tiêu chuẩn suất, $\left|GH(S_1)\right| = 1$ thì:

$$|K| = \left|\frac{D(S_1)}{N(S_1)}\right| = \left|j\sqrt{3}(1+j\sqrt{3})(3+j\sqrt{3})\right| = \sqrt{3}.\sqrt{4}.\sqrt{12} = 12$$

SỐ ĐƯỜNG QUĨ TÍCH:

Số đường quĩ tích, hay là số nhánh QTNS, bằng với số cực của hàm chuyển vòng hở GH.

- ***Thí dụ 7.4:*** Với $GH(S) = \dfrac{K(S+2)}{S^2(S+4)}$, QTNS sẽ có 3 nhánh.

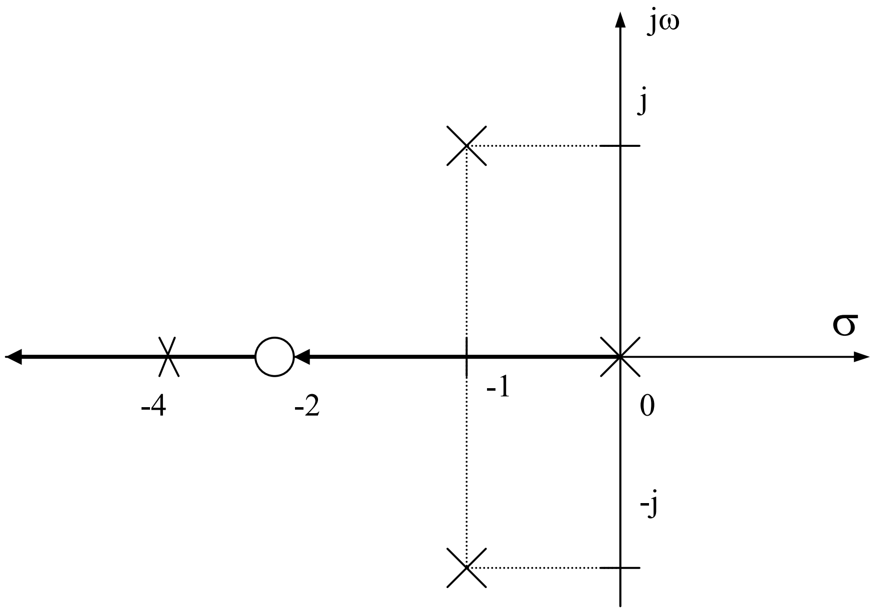
IV. QUĨ TÍCH TRÊN TRỤC THỰC

Nhánh của QTNS nằm trên trục thực của mặt phẳng S được xác định bằng cách đếm toàn bộ số cực hữu hạn và số zero của GH.

1. Nếu K>0: Nhánh của QTNS trên trục thực nằm bên trái của một số lẻ các cực và zero.
2. Nếu K<0: Nhánh của QTNS trên trục thực nằm bên trái của một số chẵn các cực và zero.

Nếu không có điểm nào trên trục thực nằm bên trái một số lẻ các cực và zero, thì có nghĩa là không có phần nào của QTNS với K>0 nằm trên trục thực. Điều tương tự cũng đúng với K<0.

* ***Thí dụ 7.5:*** Xem sơ đồ cực và zero của một hàm chuyển vòng hở GH như hình vẽ



H. 7.3

- Phần đậm trên trục thực, từ 0 đến -2 và từ -4 đến -∞ là QTNS với K>0
- Phần còn lại của trục thực, từ -4 đến -2 và từ -0 đến +∞ là QTNS với K<0

V. CÁC ĐƯỜNG TIỆM CẬN .

Với những khoãng xa gốc trong mặt phẳng s, các nhánh của QTNS tiếp cận với một tập hợp các đường thẳng tiệm cận (asymptote)

Các đường tiệm cận này xuất phát từ một điểm trên trục thực của mặt phẳng s, và gọi là **tâm tiệm cận** σ_c.

$$\sigma_c = -\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{i=1}^{m} z_i}{n-m} \qquad (7.6)$$

Trong đó : $-p_i$ là các cực ; $-z_I$ là các zero của GH.
n là số cực ; m là số zero .

Góc tạo các đường tiệm cận và trục thực cho bởi :

$$\beta = \begin{cases} \dfrac{(2l+1)180}{n-m} & \text{Với } k > 0 \\ \dfrac{(2l)180}{n-m} & \end{cases} \qquad (7.7)$$

$l = 0, 1, 2, \ldots\ldots, n-m-1$

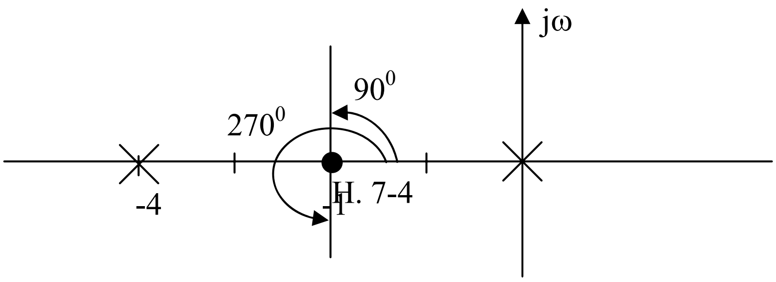
Đưa đến kết quả : số đường tiệm cận = n – m (7.8)

* ***<u>Thí dụ 7–6 :</u>*** Tâm tiệm cận của $GH = \dfrac{k(s+2)}{s^2(s+4)}$ cho bởi :

$$\sigma_c = -\frac{4-2}{2} = -1$$

n – m =2 ⇒ có hai đường tiệm cận. Góc của cúng đối với trục trực là :

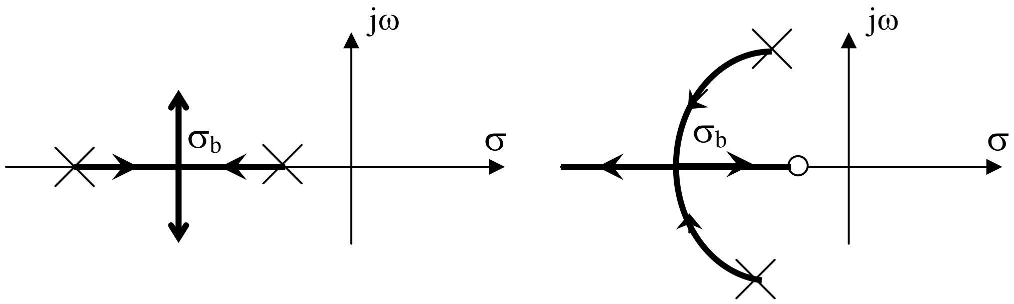
$\beta = 90^o$; $\beta = 270^0$; $k > 0$



H. 7-4

VI. ĐIỂM TÁCH (Break away point, saddle point).

Điểm tách σ_b là một điểm trên trục thực, tại đó hai hay nhiều nhánh QTNS đi khỏi (hoặc đến) trục thực.



Hai nhánh rời khỏi trục thực **Hai**

Điểm tách là nghiệm của phương trình :

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_b + p_i} = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_b + z_i} \qquad (7.8)$$

Trong đó : $-p_i$: các cực ; $-z_i$: các zero

* ***Thí dụ 7-7 :*** Xác định điểm tách của :

$$GH = \frac{k}{s\,(s+1)\,(s+2)}$$

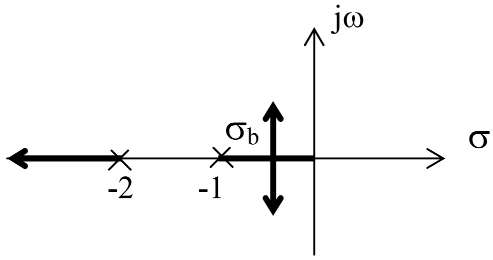
Giải phương trình :

$$\frac{1}{\sigma_b} + \frac{1}{\sigma_b + 1} + \frac{1}{\sigma_b + 2} = 0$$

$\Rightarrow 3\sigma_b^2 + 6\sigma_b + 2 = 0$. Phương trình có hai nghiệm :

$\sigma_{b1} = -0.423$; $k > 0$

$\sigma_{b2} = -1,577$; $k < 0$



VII. GÓC XUẤT PHÁT VÀ GÓC ĐẾN

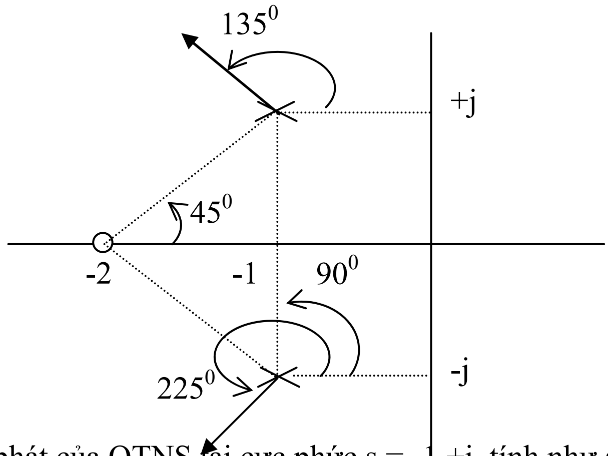
1). Góc xuất phát của QTNS từ một cực phức cho bởi :

$$\theta_D = 180^0 + \arg GH' \qquad (7.9)$$

Trong đó arg GH' là góc pha của GH được tính tại cực phức, nhưng bỏ qua sự tham gia của cực này.

* ***Thí dụ 7-8 :*** Xem hàm chuyễn vòng hở :

$$GH = \frac{k\,(s+2)}{(s+1+j)(s+1-j)} \quad , \quad k > 0$$



H.7-7

- Góc xuất phát của QTNS tại cực phức s = -1 +j tính như sau :
  $\arg GH' = 45^0 - 90^0 = -45^0$
  $\theta_D = 180^0 - 45^0 = 135^0$
- Góc xuất phát của QTNS tại cực phức s = -1 -j tính như sau :
  $\arg GH' = 315^0 - 270^0 = 45^0$
  $\theta_D = 180^0 + 45^0 = 225^0$

2). Góc đến một zero phức của QTNS cho bởi :

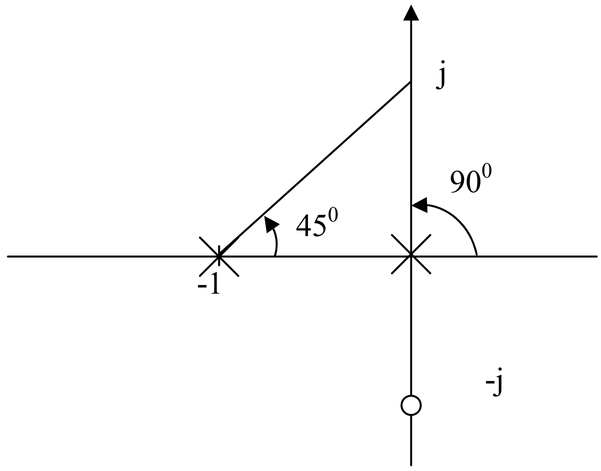
$$\theta_A = 180^0 - \arg GH'' \qquad (7.10)$$

Trong đó GH'' là góc pha của GH được tính tại zero phúc đó, nhưng bỏ qua sự tham gia của zero này.

* ***Thí dụ 7-9 :*** Xem :

$$GH = \frac{k\,(s+j)(s-j)}{s(s+1)} \quad ; \quad k > 0$$

- Góc đến tại zero phức s = j tính như sau :
  $\arg GH'' = 90^0 - 90^0 - 45^0 = -45^0$
  $\theta_A = 180^0 - (-45^0) = 225^0$



H.7-8

VIII. PHƯƠNG PHÁP VẼ QTNS .

Để ve QTNS chính xác và dễ dàng, có thể theo các bước sau :

- Xác định các nhánh nằm trên trục thực.
- Tính tâm, góc tiệm cận. Vẽ các đường tiệm cận.
- Xác định các góc xuất phát từ các cực phức và góc đến các zero phức (nếu có).
- Xác định điểm tách.
- Vẽ các nhánh sao cho mỗi nhánh xuất phát tại 1 cực rồi chấm dứt tại một zero, hoặc tiến về ∞ dọc theo một đường tiệm cận.
- Ap dụng tiêu chuẩn về góc pha cho các điểm nằm trên QTNS để hình vẽ được chính xác.
- Tiêu chuẩn về suất dùng để xác định các trị giá của k dọc theo các nhánh.

Vì các cực phức của hệ xuất hiện từng cặp phức liên hợp, nên QTNS thì đối xứng qua trục thực. Vậy chỉ cần vẽ nữa trên của QTNS. Tuy nhiên, cần nhớ là các cực phức và zero phức nữa dưới của QTNS cũng phải thỏa điều kiện về suất và góc pha.

Thông thường, với chủ đích phân tích và thiết kế, một QTNS chính xác chỉ cần thiết ở một vài vùng của mặt phẳng s. Khi đó, tiêu chuẩn về góc và suất chỉ áp dụng cho những vùng này để có thể vẽ dạng chính xác của quĩ tích.

Thí dụ 7-10 : QTNS của hệ kín có hàm chuyễn vòng hở là :

$$GH = \frac{k}{s(s+2)\,(s+4)} \;,\; k>0$$

Được vẽ như sau :

- Nhánh trên trục thực nằm từ 0 đến -2 và từ -4 đến -∞
- Tâm tiệm cận, được xác định bởi phương trình (7.6).

$\sigma_c = -\,(2+4)\,/3 = -2$

Có 3 đường tiệm cận, định vị bằng các góc β được xác định bởi (7.7) :

$\beta = 60^0\ ,\ 180^0$ và 300^0

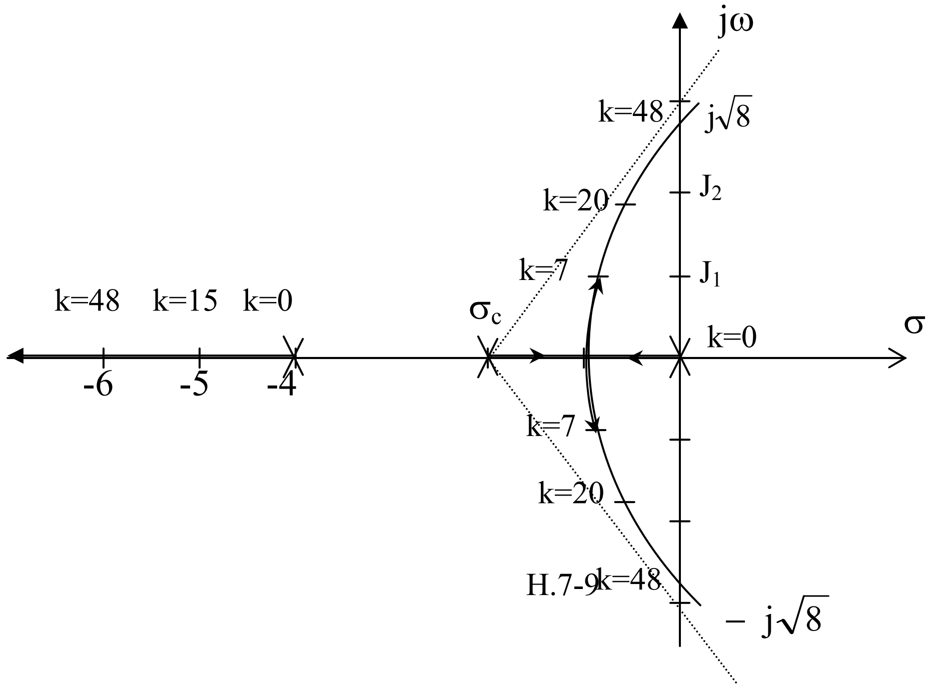
- Vì có hai nhánh cùng nằm trên trục thực giữa 0 và 2, nên có một điểm tách tồn tại trong đoạn này. Vị trí điểm tách xác định bởi :

$$\frac{1}{\sigma_b} + \frac{1}{\sigma_b + 2} + \frac{1}{\sigma_b + 4} = 0$$

$$3\sigma_b^2 + 12\sigma_b + 8 = 0$$

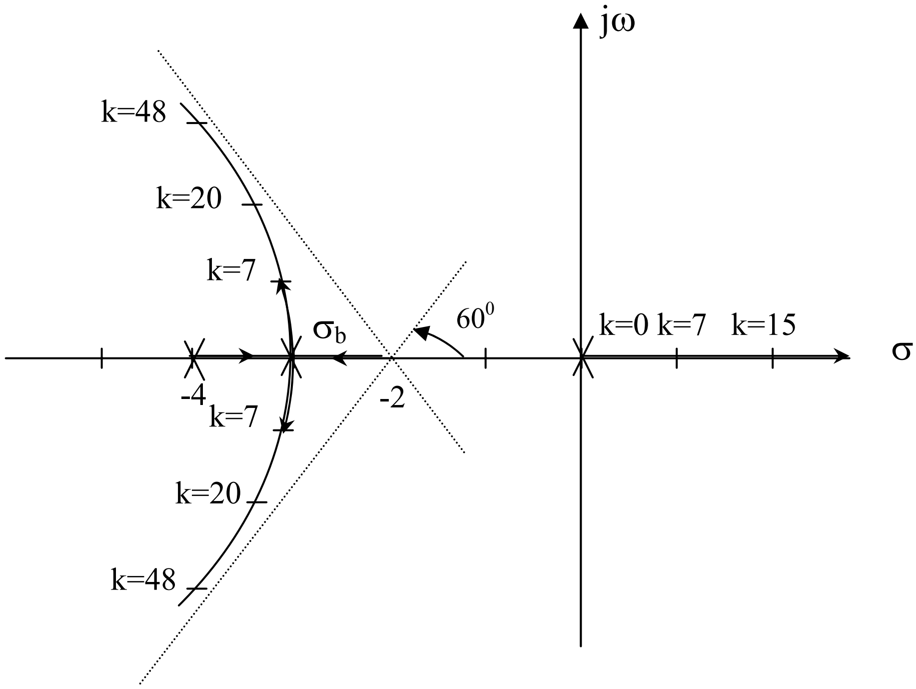
$$\sigma_b = -0.845$$

- Tiêu chuẩn về góc và suất được áp dụng lên từng điểm lân cận của đường quĩ tích vẽ phỏng, để xác định vị trí chính xác của các nhánh trong phần phức của mặt phẳng s.



H.7-9

Hình 7.10 Vẽ QTNS cho thí dụ 7-10 trong trường hợp k < 0



H.7-10

Cách vẽ cũng tương tự mhư trường hợp k>0.

$\sigma_b = -3.115$;

$\beta = 0^0$; 120^0 ; 240^0

IX. HÀM CHUYỂN VÒNG KÍN VÀ ĐÁP ỨNG TRONG MIỀN THỜI GIAN

Hàm chuyển vòng kín C/R được xác định dễ dàng từ QTNS với một trị giá riêng của k.

Từ đó, ta có thể tìm được đáp ứng của hệ ở miền thời gian C(t) bằng cách lấy biến đổi laplace ngược C(s)

Xem hàm chuyển vòng kín C/R của một hệ hồi tiếp đơn vị :

$$\frac{C}{R} = \frac{G}{1+G} \qquad (7.9)$$

Hàm chuyển vòng hở là biểu thưc hữu tỷ

$$G = k\,\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{k(s+z_1)(s+z_2)......(s+z_n)}{(s+p_1)(s+p_2)\,.......\,(s+p_n)} \qquad (7.10)$$

$-z_i$ là các zero ; $-p_i$ là các cực của G

$$\frac{C}{R} = \frac{kN}{D+kN} \qquad (7.11)$$

Rõ ràng C/R và G có cùng zero, nhưng không cùng cực (trừ khi k=0).

$$\frac{C}{R} = \frac{k(s+z_1)(s+z_2)....(s+z_m)}{(s+\alpha_1)(s+\alpha_2)....(s+\alpha_n)} \qquad (7.12)$$

với $-\alpha_i$ là n cực vòng kín. Vị trí các cực này được xác định trực tiếp từ QTNS với vị trí giá riêng của độ lợi vòng hở k.

Thí dụ 7.11:

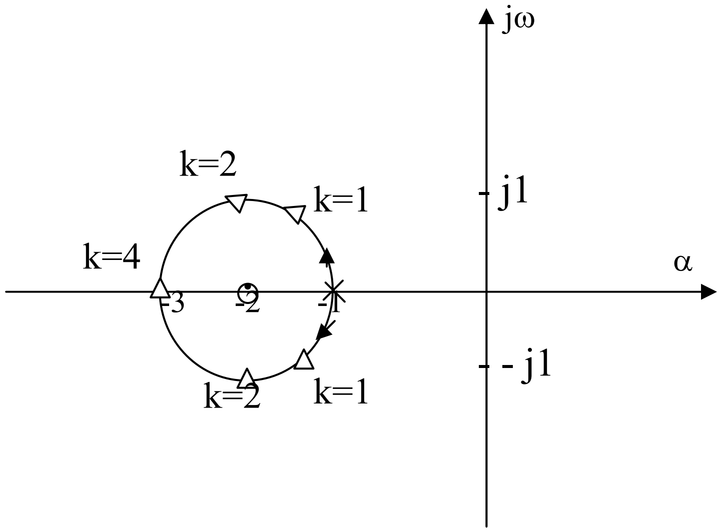
Xem hệ thống có hàm chuyển vòng hở là

$$GH = \frac{k(s+2)}{(s+1)^2}; \quad k>0$$

QTNS được vẽ ở hình 7.11

Vài trị giá của k được chỉ tại những điểm ký hiệu bằng một tam giác nhỏ. Đây là các cực vòng kín tương ứng với những trị riêng của k.

Với k=2, các cực là $-\alpha_1 = -2 + j$ và $-\alpha_2 = -2 - j$



H.7.11

Vậy $\dfrac{C}{R} = \dfrac{2(s+2)}{(s+2+j)(s+2-j)}$

Khi hệ có hồi tiếp đơn vị: $\dfrac{C}{R} = \dfrac{G}{1+GH}$

$$GH = \frac{k}{D} \quad (7.13)$$

X. NGƯỠNG ĐỘ LỢI VÀ NGƯỠNG PHA TỪ QTNS .

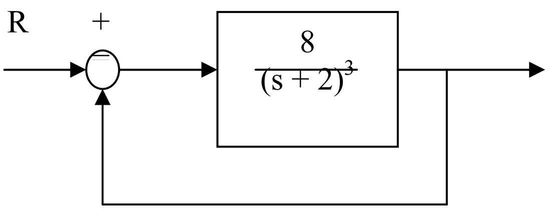
- Ngưỡng độ lợi là hệ số mà trị thiết kế của k có thể nhận vào trước khi hệ vòng kín trở nên bất ổn. Nó có thể được xác định từ QTNS.

$$\text{Ngưỡng độ lợi} = \frac{\text{Trị của k tại giao điểm của QTNS với trục ảo}}{\text{Trị thiết kế của k}}$$

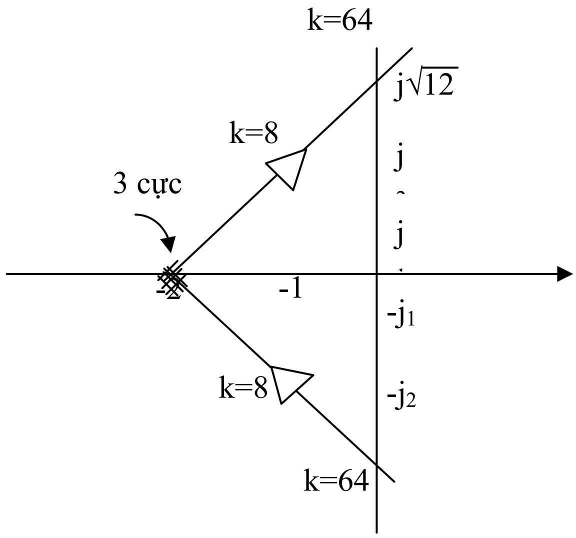
Nếu QTNS không cắt trục ảo, ngưỡng là độ lợi của ∞.

Thí dụ 7.12:

Xem hệ hình 7.12. Trị thiết kế của k là 8. Tại giao điểm của QTNS và trục ảo, k = 64. Vậy ngưỡng độ lợi là 64/8 = 8.



H.7.12



H.7.13

- Ngưỡng pha của hệ cũng được xác định từ QTNS. Cần thiết phải tìm điểm $j\omega_1$ trên trục ảo để cho $|GH(j\omega 1)| = 1$, với trị thiết kế của k

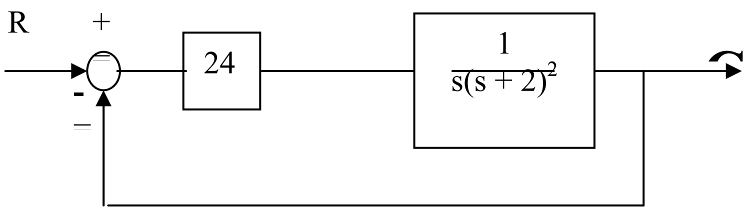
  $|D(j\omega 1)/N(j\omega 1)| = k$ thiết kế

Thường cần đến phương pháp thử- và-sữa sai để định vi $j\omega_1$. Vậy ngưỡng pha được tính từ argGH($j\omega$) là:

$$\omega_{PM} = 180^0 + \arg GH(j\omega_1) \qquad (7.15)$$

Thí dụ 7.13:

Xem hệ như hình 7.14. QTNS vẽ ở hình H.7.15.



Điểm trên trục ảo là làm cho $|GH(j\omega 1)| = \left|\dfrac{24}{j\omega 1(j\omega 1+4)^2}\right| = 1.$

với $\omega_1 = 1.35$

Góc pha của GH(j1.35) là 129.6^0

Vậy ngưỡng pha là $\omega_{PM} = 180^0 - 129.6^0 = 50.4^0$

- Lưu ý:

  Để xác định tần số và độ lợi tại giao điểm của trục ảo với QTNS, có thể dùng bảng Routh.

Ta đã biết rằng một hàng các zero trong hàng s^1 của bảng Routh cho biết đa thức của một cặp nghiệm thoả phương trình hổ trợ :

$$AS^2 + B = 0 \qquad (7.16).$$

Trong đó A, B là phần tử thứ nhất và thứ hai của hàng S^2.

Nếu A và B cùng dấu, nghiệm của phương trình (7.16) là ảo (nằm trên trục jω)

Vậy nếu bảng Routh được viết cho hàm đặc trưng của hệ, các trị của k và ω ứng với giao điển QTNS và trục ảo có thể được xác định.

Thí dụ : Xem hệ với GH như sau $GH = \dfrac{k}{S(S+2)^2}$

Phương trình đặc trưng vòng kín là: $S^3 + 4S^2 + 4S + k = 0$.

Bảng Routh:

S^3	1	4
S^2	4	k
S^1	(16-k)/4	
S^0	k	

Hàng S^1 thì bằng không ứng với k=16.
Vậy phương trình hỗ trợ trở nên:

$$4S^2 + 16 = 0.$$

Vậy với k=16 phương trình đặc trưng có các nghiệm $s = \pm j2$ và QTNS cắt trục ảo tại j2

BÀI TẬP CHƯƠNG VII

VII.1: Xác định nhánh của **QTNS** nằm trên trục thực trong các trường hợp:

a. $GH = \dfrac{k(s+2)}{(s+1)(s+3+j)(s+3-j)}$; k>0

b. $GH = \dfrac{k}{s(s+1)^2(s+2)}$; k>0

VII.2: Tìm tâm, góc và vẽ các đường tiệm cận cho

$$GH = \frac{k(s+2)}{(s+1)(s+3+j)(s+3-j)(s+4)}; \quad k>0$$

VII.3: Vẽ các đường tiệm cận khi k>0 và k<0 cho

$$GH = \frac{k}{s(s+2)(s+1+j)(s+1-j)}$$

VII.4: Tìm điểm tách cho

$$GH = \frac{k(s+2)}{(s+1+j\sqrt{3})(s+1-j\sqrt{3})}$$

VII.5: Xác định góc xuất phát và góc đến tại các cực và zero phức của hàm chuyển vòng hở.

$$GH = \frac{k(s+1+j)(s+1-j)}{s(s+2j)(s-2j)}; \qquad k>0$$

VII.6: Vẽ QTNS cho

$$GH = \frac{k}{(s+1)(s+2-j)(s+2+j)}; \qquad k>0$$

VII.7: Vẽ **QTNS** cho

$$GH = \frac{k(s+2)}{(s+1)(s+3+j)(s+3-j)}; \qquad k>0$$

VII.8: Vẽ QTNS với k>0 và k<0 cho

$$GH = \frac{k}{s(s+1)(s+3)(s+4)}$$

VII.9: Vẽ **QTNS** với k>0 cho hàm chuyển vòng hở trong các trường hợp sau:

a) $GH = \dfrac{k}{s(s+6)(s+8)}$

b) $GH = \dfrac{k(s+1)}{s^2(s+9)}$

c) $GH = \dfrac{k(s+8)}{(s+14)(s+10+j10)(s+10-j10)}$

d) $GH = \dfrac{k}{(s+5)(s+10)(s+15+j9)(s+15-j9)}$

VII.10: Xác định ngưỡng độ lợi và pha cho hệ thống với hàm chuyển vòng hở của bài tập 7.9d nếu độ lợi k được thiết kế là 20,000.

****

THAM KHẢO

1. BENJAMIN C. KUO. *Automatic Control Systems.* Prentice - Hall Company Ltd.

2. BRUCE A. CHUBB. *Modem Analytical and Desin of Instrument Servomechanism.* Addison-Wesley publising company.

3. GEORGE J.THALER & ROBERT G. BROWN. *Analytical and Desin of Feedback Control System.* Mc Graw-Hill Book Company.

4. JOSEPH.J. DISTEFANO, ALLEN R. STUBBERUD & JVAN J. WILLIAMS. *Feedback Control System.* Mc Graw-Hill Book Company.

5. M. GOPAL. *Digital control and stase variable methods*. Mc Graw-Hill Book Company.

6. RICHART C. DORF. *Time Domain Analysis and Desin of Control System* - Addison-Wesley publising company.

7. Y.H.KU. *Analysis and Control of Linear Systems.* International Texbook Company.

PHỤ LỤC

Những cặp biến đổi Laplace thường dùng
trong việc phân tích các hệ tự động.

$F(s)$	$f(t) \qquad t > 0$	
1	$\delta(t)$	unit impulse
e^{-Ts}	$\delta(t-T)$	delayed impulse
$\dfrac{1}{s+a}$	e^{-at}	
$\dfrac{1}{(s+a)^n}$	$\dfrac{1}{(n-1)!}t^{n-1}e^{-at}$	$n = 1, 2, 3, \ldots$
$\dfrac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{b-a}(e^{-at}-e^{-bt})$	
$\dfrac{s}{(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{a-b}(ae^{-at}-be^{-bt})$	
$\dfrac{s+z}{(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{b-a}[(z-a)e^{-at}-(z-b)e^{-bt}]$	
$\dfrac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\dfrac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\dfrac{e^{-bt}}{(c-b)(a-b)}+\dfrac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	
$\dfrac{s+z}{(s+a)(s+b)(s+c)}$	$\dfrac{(z-a)e^{-at}}{(b-a)(c-a)}+\dfrac{(z-b)e^{-bt}}{(c-b)(a-b)}+\dfrac{(z-c)e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$	
$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\sin \omega t$	
$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$	$\cos \omega t$	
$\dfrac{s+z}{s^2+\omega^2}$	$\sqrt{\dfrac{z^2+\omega^2}{\omega^2}}\sin(\omega t+\phi) \qquad \phi = \tan^{-1}(\omega/z)$	
$\dfrac{s\sin\phi+\omega\cos\phi}{s^2+\omega^2}$	$\sin(\omega t+\phi)$	
$\dfrac{1}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\dfrac{1}{\omega}e^{-at}\sin \omega t$	

$\dfrac{1}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	$\dfrac{1}{\omega_d}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\omega_d t \qquad \omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$	
$\dfrac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$e^{-at}\cos\omega t$	
$\dfrac{s+z}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\sqrt{\dfrac{(z-a)^2+\omega^2}{\omega^2}}\,e^{-at}\sin(\omega t+\phi) \qquad \phi=\tan^{-1}\left(\dfrac{\omega}{z-a}\right)$	
$\dfrac{1}{s}$	$u(t)$ or 1	unit step
$\dfrac{1}{s}e^{-Ts}$	$u(t-T)$	delayed step
$\dfrac{1}{s}(1-e^{-Ts})$	$u(t)-u(t-T)$	rectangular pulse
$\dfrac{1}{s(s+a)}$	$\dfrac{1}{a}(1-e^{-at})$	
$\dfrac{1}{s(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{ab}\left(1-\dfrac{be^{-at}}{b-a}+\dfrac{ae^{-bt}}{b-a}\right)$	
$\dfrac{s+z}{s(s+a)(s+b)}$	$\dfrac{1}{ab}\left(z-\dfrac{b(z-a)e^{-at}}{b-a}+\dfrac{a(z-b)e^{-bt}}{b-a}\right)$	
$\dfrac{1}{s(s^2+\omega^2)}$	$\dfrac{1}{\omega^2}(1-\cos\omega t)$	
$\dfrac{s+z}{s(s^2+\omega^2)}$	$\dfrac{z}{\omega^2}-\sqrt{\dfrac{z^2+\omega^2}{\omega^4}}\cos(\omega t+\phi) \qquad \phi=\tan^{-1}(\omega/z)$	
$\dfrac{1}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$	$\dfrac{1}{\omega_n^2}-\dfrac{1}{\omega_n\omega_d}e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t+\phi)$ $\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \qquad \phi=\cos^{-1}\zeta$	
$\dfrac{1}{s(s+a)^2}$	$\dfrac{1}{a^2}(1-e^{-at}-ate^{-at})$	
$\dfrac{s+z}{s(s+a)^2}$	$\dfrac{1}{a^2}[z-ze^{-at}+a(a-z)te^{-at}]$	
$\dfrac{1}{s^2}$	t	unit ramp
$\dfrac{1}{s^2(s+a)}$	$\dfrac{1}{a^2}(at-1+e^{-at})$	
$\dfrac{1}{s^n} \qquad n=1,2,3,\ldots$	$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!} \qquad 0!=1$	