

$$\vec{W}_M = \vec{W}_{O_1} + \vec{W}_{MO_1}^r + \vec{W}_{MO_1}^n$$

Định lý đã được chứng minh.

Ví dụ 6. Một bánh xe lăn không trượt trong ví dụ 5. Cho biết ở thời điểm khảo sát tâm O có vận tốc \vec{V}_o và gia tốc \vec{W}_o . Tìm gia tốc điểm A và P?

Giải:

Gia tốc góc ε_{SP} của bánh xe:

$$\varepsilon_{SP} = \dot{\Omega}_{SP} = \frac{d}{dt} \left(\frac{V_o(t)}{R} \right) = \frac{1}{R} W_o$$

$$\left(\frac{dV_o}{dt} = W_o^r = W_o \text{ vì "O" chuyển động} \right.$$

trên đường thẳng).

Với "O" làm cực thì theo (2-20) ta có:

$$\vec{W}_A = \vec{W}_o + \vec{W}_{AO}^r + \vec{W}_{AO}^n$$

trong đó: $\vec{W}_{AO}^r \perp AO$, chiều phụ thuộc ε_{SP} , trị số $W_{AO}^r = R\varepsilon_{SP} = W_o$.

$$\vec{W}_{AO}^n \text{ chiều hướng về cực "O", trị số } W_{AO}^n = R\Omega_{SP}^2 = R \frac{V_o^2}{R^2} = \frac{V_o^2}{R}$$

Từ hình 2-21 gia tốc của A có giá trị:

$$W_A = \sqrt{(W_o + W_{AO}^n)^2 + (W_{AO}^r)^2} = \sqrt{\left(W_o + \frac{V_o^2}{R} \right)^2 + W_o^2}$$

Tương tự với "O" làm cực ta có (hình 2-21):

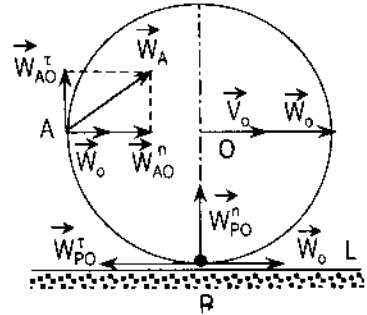
$$\vec{W}_P = \vec{W}_o + \vec{W}_{PO}^r + \vec{W}_{PO}^n$$

trong đó: $\vec{W}_{PO}^r \perp PO$, chiều phụ thuộc ε_{SP} , trị số $W_{PO}^r = W_o$.

$$\vec{W}_{PO}^n \text{ chiều hướng về tâm "O", trị số } W_{PO}^n = \frac{V_o^2}{R}$$

Từ hình vẽ dễ thấy:

$$\vec{W}_P = \vec{W}_{PO}^n \text{ và có trị số } W_P = \frac{V_o^2}{R}$$



Hình 2-21

I. CƠ CẤU BỐN KHÂU BẢN LỀ PHẪNG**1. Các định nghĩa**

Một cơ cấu phẳng gồm bốn khâu nối với nhau bằng các khớp quay gọi là cơ cấu bốn khâu bản lề phẳng.

Trong cơ cấu này khâu cố định gọi là giá (4), khâu đối diện với giá gọi là thanh truyền (2), các khâu nối giá (1) và (3) gọi là tay quay hoặc thanh lắc tùy thuộc khâu đó có quay toàn vòng hay không. Đường tâm của một khâu là đường thẳng nối hai tâm khớp quay của khâu đó (hình 3-1).

2. Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá

Nếu đòi hỏi cơ cấu có tay quay thì khâu nối giá của nó phải quay được toàn vòng. Ví dụ hãy tìm điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá 1 nghĩa là tìm điều kiện để điểm A_1 thuộc khâu (1) vẽ nên một vòng tròn tâm O, bán kính OA, trong quá trình chuyển động (hình 3-1b).

Ta hình dung rằng nếu khớp A được giải phóng thì khâu (1) quay tự do quanh O. Điều này cho thấy nếu có khớp A mà vẫn muốn khâu (1) quay được toàn vòng thì vết chờ A_1 tới đâu, vết chờ A_2 cũng phải tới đó. Theo nghĩa đó ta có thể viết $\{A_1\} \subset \{A_2\}$.

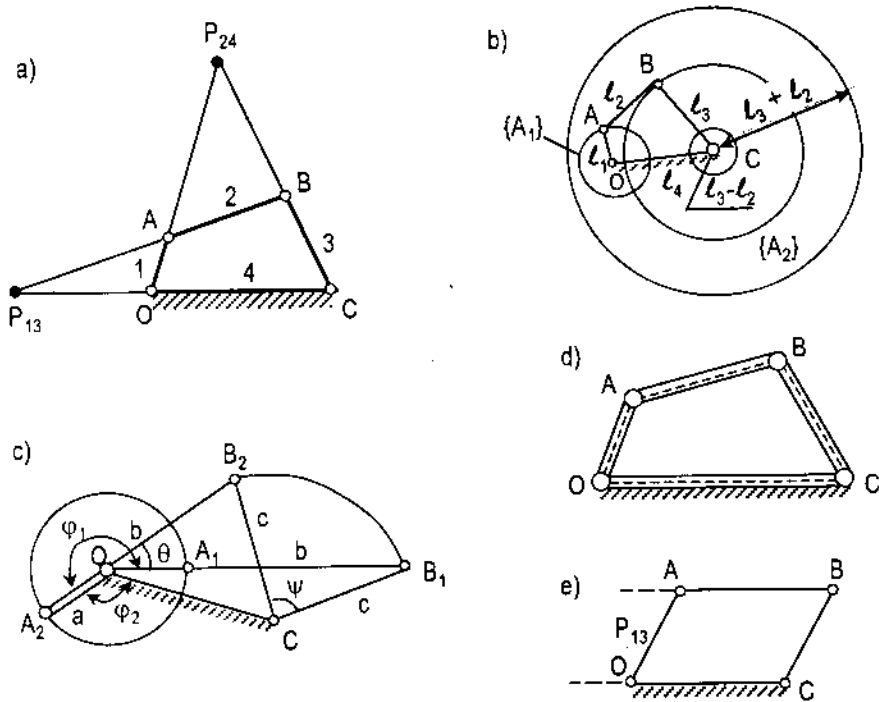
Những phân tích trên cho phép phát biểu điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá dưới dạng hai định lý sau:

a) Định lý (định tính):

Khâu nối giá (1) quay được toàn vòng khi và chỉ khi tập vết chờ $\{X_i\}$ chứa trong tập vết chờ $\{X_j\}$ của thanh truyền (j) kề nó.

$$\{X_i\} \subset \{X_j\}$$

X_i là khớp nối khâu (i) với khâu (j).



Hình 3-1

b) Định lý (định lượng):

Trong cơ cấu bốn khâu bản lề

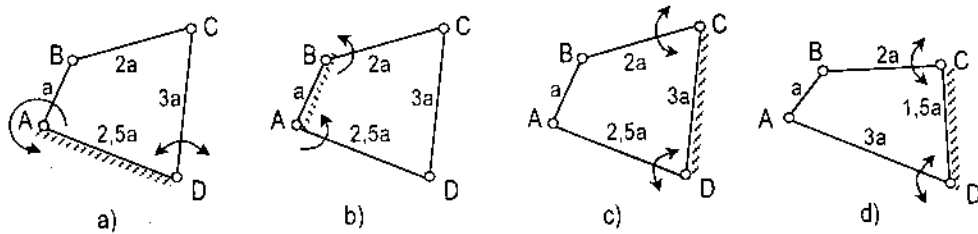
1) Nếu tổng chiều dài của khâu ngắn nhất và khâu dài nhất nhỏ hơn tổng chiều dài của hai khâu còn lại thì (hình 3-2a, b, c):

a. Nếu chọn khâu kề với khâu ngắn nhất làm giá thì khâu ngắn nhất là tay quay, khâu nối giá còn lại là thanh lắc (hình 3-2a).

b. Nếu chọn khâu ngắn nhất làm giá thì cả hai khâu nối giá đều là tay quay (hình 3-2b).

c. Nếu lấy khâu đối diện với khâu ngắn nhất làm giá thì cả hai khâu nối giá đều là cần lắc (hình 3-2c).

2) Nếu tổng chiều dài của khâu ngắn nhất và khâu dài nhất lớn hơn tổng chiều dài của hai khâu còn lại với bất kỳ khâu nào làm giá thì hai khâu nối giá đều là cần lắc (hình 3-2d).



Hình 3-2

3. Tỷ số vận tốc giữa hai khâu nối giá

Trong chương 2 ta đã nghiên cứu kỹ tâm vận tốc tức thời (TVT). Đó là điểm có vận tốc tương đối bằng không, hoặc có thể nói là điểm mà vận tốc tuyệt đối của nó thuộc mỗi vật bằng nhau.

a. Tâm vận tốc tức thời tương đối:

Trở lại cơ cấu bốn khâu bản lề OABC trong đó OC (khâu 4) là giá. Thanh truyền AB (khâu 2) có chuyển động song phẳng. TVT của khâu 2, ký hiệu P_{24} , là giao của OA (đường tâm của khâu 1) và CB (đường tâm của khâu 3).

Nếu bây giờ ta lấy CB (khâu 3) làm giá thì ta lại có OA (khâu 1) có chuyển động phẳng (CĐP). Lúc này TVT của khâu 1, ký hiệu là P_{13} lại là giao của AB (đường tâm của khâu 2) với OC (đường tâm của khâu 4), (hình3-1a).

* Định lý A. B. N. Kennedy:

Trong cơ cấu bốn khâu bản lề tâm vận tốc tức thời tương đối giữa hai khâu không kề nhau là giao điểm của hai đường tâm của hai khâu còn lại.

b. Tỷ số vận tốc của hai khâu nối giá:

Theo tính chất của TVT: $V_{P_{13}}^{(1)} = V_{P_{13}}^{(3)}$ (a)

Nhưng $V_{P_{13}}^{(1)} = \omega_1 \cdot OP_{13}$ và $V_{P_{13}}^{(3)} = \omega_3 \cdot CP_{13}$

Thay vào (a) ta có: $\omega_1 \cdot OP_{13} = \omega_3 \cdot CP_{13}$

hay: $i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{CP_{13}}{OP_{13}}$

Kết quả này được phát biểu dưới tên gọi định lý Willis:

*** Định lý R. Willis:**

Trong cơ cấu bốn khâu bản lề, đường tâm của thanh truyền chia đường tâm của giá làm hai đoạn thẳng tỷ lệ nghịch với vận tốc góc của hai khâu nối giá.

Nhận xét:

- P_{13} nói chung luôn luôn thay đổi nên i_{13} là một đại lượng biến thiên, như vậy nếu khâu dẫn (1) quay đều ($\omega_1 = \text{hằng}$) khâu bị dẫn 3 sẽ quay không đều ($\omega_3 \neq \text{hằng}$).

- Khi P_{13} chia ngoài đoạn OC, $i_{13} > 0$ các khâu (1) và (3) quay cùng chiều. Khi P_{13} chia trong đoạn OC, $i_{13} < 0$ các khâu (1) và (3) quay ngược chiều nhau.

- Khi tay quay và thanh truyền đuổi thẳng hay chập nhau, P_{13} trùng với O, $\omega_3 = 0$, thanh lắc (3) đổi chiều quay. Lúc này các vị trí CB_1 và CB_2 gọi là các vị trí biên của thanh lắc (hình 3-1b).

Đặc biệt, ở cơ cấu hình bình hành P_{13} ở xa ∞ , lúc này $i_{13} = 1$, khâu bị dẫn (3) có cùng vận tốc góc với khâu dẫn (1) (hình 3-1e).

II. CÁC BIẾN THỂ CỦA CƠ CẤU BỐN KHẤU BẢN LỀ

Từ cơ cấu bốn khâu bản lề bằng những lập luận toán học và các giải pháp cấu tạo phù hợp, ta có thể tạo ra những cơ cấu mới và được gọi là những biến thể của cơ cấu bốn khâu bản lề. Vì thế phương pháp nghiên cứu cơ cấu bốn khâu bản lề sẽ được áp dụng cho các cơ cấu biến thể dưới đây.

II.1. Cơ cấu tay quay con trượt (CCTQCT)

1. Sự hình thành của CCTQCT:

Cho cơ cấu bốn khâu bản lề OABC với tay quay (1) và thanh lắc (3) (hình 3-1a).

Giả sử tâm quay C dẫn ra vô tận theo hướng BC. Khi ấy quỹ đạo tròn của B thành một đường thẳng. Thanh lắc CB bây giờ chuyển động tịnh tiến qua lại theo phương vuông góc BC. Vì khâu (3) bây giờ chuyển động tịnh tiến nên chỉ cần xét một đoạn của nó. Cơ cấu bốn khâu bản lề trở thành cơ cấu tay quay con trượt với tay quay (1), thanh truyền (2) và con trượt (3) chạy trong rãnh (4). (Khớp quay C(3,4) đã được thay bằng khớp tịnh tiến).

Cơ cấu tay quay con trượt trong đó quỹ đạo của tâm con trượt B không chạy qua tâm của tay quay gọi là cơ cấu tay quay con trượt lệch tâm. Khoảng cách e từ tâm của tay quay đến quỹ đạo của tâm con trượt gọi là tâm sai. Nếu $e = 0$ ta có cơ cấu tay quay con trượt chính tâm (hình 3-3a, b).

2. Đặc điểm động học của cơ cấu tay quay con trượt

a. Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá (hình 3-3b)

Chỉ xét điều kiện quay toàn vòng của khâu (1). Tháo khớp quay B. Tập vết chờ $\{B_1\}$ là tập điểm phủ đường tròn tâm A bán kính $AB = l_1$. Tập vết chờ $\{B_2\}$ là một tập điểm phủ dải mặt phẳng rộng $2l_2$ nhận quỹ đạo của C làm trục đối xứng. Khâu (1) chỉ quay toàn vòng khi: $\{B_1\} \subseteq \{B_2\}$ (dạng tập hợp).

Hay là $l_1 + e \leq l_2$ (dạng metric)

b. Tỷ số vận tốc giữa hai khâu nối giá

Khâu (1) có chuyển động quay, đặc trưng vận tốc của nó là ω_1 . Khâu (3) có chuyển động tịnh tiến, đặc trưng vận tốc của nó là v_3 . Để tìm tỷ số vận tốc ta dựa vào TVT P_{13} .

Theo định lý Kennedy, TVT P_{13} là giao của đường tâm thanh truyền (2) và đường tâm của giá (4). Đường tâm thanh truyền (2) là đường nối khớp quay A và B. Đường tâm của giá (4) là đường nối tâm quay O với tâm quay C ở ∞ trên đường vuông góc với quỹ đạo của B (con trượt B chuyển động tịnh tiến nên được xem như chuyển động quay quanh tâm ở vô cùng có bán kính là đường vuông góc với phương của chuyển động tịnh tiến) (hình 3-3a).

Kết luận:

Đường tâm của một khâu có khớp quay O và khớp trượt B là đường thẳng qua tâm khớp quay O và vuông góc với phương tịnh tiến của khớp trượt B.

Theo tính chất của TVT, ta có:

$$V_{P_{13}}^{(1)} = V_{P_{13}}^{(3)}$$

Nhưng $V_{P_{13}}^{(1)} = \omega_1 \cdot OP_{13}$

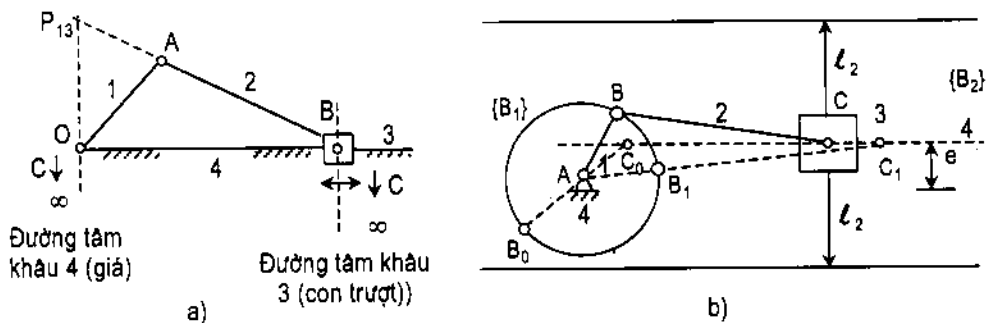
$$V_{P_{13}}^{(1)} = V_3 = V_B \text{ (vì khâu 3 có chuyển động tịnh tiến)}$$

Từ đó suy ra:

$$i_{31} = \frac{v_3}{\omega_1} = OP_{13}$$

Vì P_{13} biến đổi nên tỷ số vận tốc $i_{31} = \frac{v_3}{\omega_1}$ của cơ cấu tay quay con trượt là một đại lượng biến thiên phụ thuộc vào vị trí của tay quay OA. Như vậy, khi tay quay quay đều, con trượt 3 tịnh tiến không đều ($v_B \neq \text{hằng}$).

Lúc thanh truyền và tay quay đuổi thẳng hay chập nhau thì P_{13} trùng với A. Vận tốc của con trượt 3 bằng không, con trượt đổi chiều chuyển động. Các vị trí C_0 và C_1 tương ứng được gọi là các vị trí biên của con trượt. Khoảng cách C_0C_1 gọi là hành trình của con trượt (hình 3-3b).



Hình 3-3

II.2. Cơ cấu culít

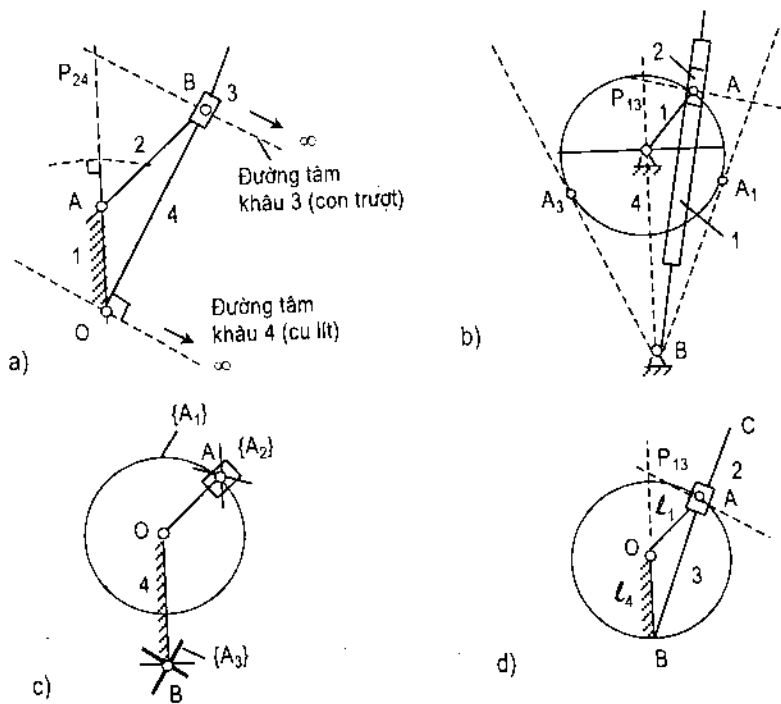
1. Sự hình thành cơ cấu culít

Từ cơ cấu tay quay con trượt, nếu đổi giá của cơ cấu ta sẽ được một cơ cấu mới với tính năng khác hẳn (hình 3-3a).

Chẳng hạn nếu ta lấy khâu (1) hoặc khâu (2) làm giá ta sẽ được một cơ cấu mới có tính năng là biến chuyển động quay của khâu dẫn thành chuyển động quay hoặc lắc của khâu bị dẫn. Cơ cấu này có tên là cơ cấu culít (hình 3-4a, b).

2. Đặc điểm động học của cơ cấu culít

Để cho việc đánh số các khâu thống nhất (khâu cố định là giá thường đánh số (4), khâu nối giá thường đánh số (1) và số (3) ta đổi tên các khâu, các khớp. Như vậy ta có cơ cấu culít OABC như (hình 3-4b, d).



Hình 3-4

a) Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá:

Trước hết ta xét điều kiện quay toàn vòng của khâu (1). Tháo khớp quay A. Tập vết chờ $\{A_1\}$ là tập điểm phủ đường tròn tâm O bán kính $OA = l_1$. Tập vết chờ $\{A_2\}$ là tập điểm phủ toàn mặt phẳng. Như vậy điều kiện:

$\{A_1\} \subset \{A_2\}$ luôn luôn thoả mãn. Khâu (1) quay toàn vòng.

Xét điều kiện quay toàn vòng của khâu (3). Tháo khớp trượt A. Tập vết chờ $\{A_3\}$ là tập đường thẳng chạy qua B. Tập vết chờ $\{A_2\}$ là tập đường thẳng cắt đường tròn tâm O bán kính l_1 . Khâu (3) quay toàn vòng khi và chỉ khi mọi đường thẳng qua B đều cắt đường tròn (O, l_1) nghĩa là phải thoả mãn điều kiện $\{A_3\} \subseteq \{A_2\}$. Khi ấy tâm quay B chỉ có thể nằm trong hay trên vòng tròn tâm O bán kính $OA = l_1$ (hình 3-4d).

Khác đi, điều kiện quay toàn vòng của khâu (3) là:

$$l_4 \leq l_1$$

b) Tỷ số vận tốc giữa hai khâu nối giá

Khâu nối giá (1) quay quanh O đặc trưng vận tốc của nó là ω_1 . Khâu nối giá (3) quay quanh B, đặc trưng vận tốc của nó là ω_3 .

$$\text{Dựa vào TVT } P_{13} \text{ để tìm tỷ số } i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{BP_{13}}{OP_{13}}$$

Điểm P_{13} thay đổi theo vị trí của tay quay (1) nên tỷ số vận tốc i_{13} là một đại lượng biến thiên.

II.3. Cơ cấu sin

1. Sự hình thành cơ cấu sin

Trở lại cơ cấu culít OABC (hình 3-5a). Cho tâm quay B ra ∞ theo hướng OB. Khâu (3) vốn có chuyển động quay trở thành chuyển động tịnh tiến theo phương vuông góc với OB trước đây. Vị trí của khâu (3) xác định bởi toạ độ điểm A: $x_A = OA \cdot \sin\varphi$. Cho nên cơ cấu có tên là cơ cấu sin. Dạng cấu tạo cụ thể như (hình 3-5c,d).

2. Đặc điểm động học của cơ cấu sin

a) Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá (1)

Tháo khớp quay A. Tập vết chờ $\{A_1\}$ là tập điểm phủ đường tròn tâm O bán kính l_1 . Tập vết chờ $\{A_2\}$ là tập điểm phủ toàn mặt phẳng cơ cấu. Điều kiện $\{A_1\} \subset \{A_2\}$ luôn luôn thoả mãn. Khâu (1) luôn luôn quay toàn vòng.

2) Tỷ số vận tốc giữa các khâu nối giá

Khâu (1) có chuyển động quay, vận tốc của nó là ω_1 . Khâu (3) có chuyển động tịnh tiến, vận tốc của nó là v_3 . Tìm tỷ số vận tốc $i_{31} = \frac{v_3}{\omega_1} = ?$ Dựa vào

TVT P_{13} . P_{13} là giao của đường tâm khâu (2) và đường tâm khâu (4). Đường tâm khâu (4) là đường vuông góc với phương trượt của khâu (3) vẽ từ O. Đường tâm khâu (2) là đường vuông góc với phương trượt của khâu (2) vẽ từ điểm A (hình 3-5c).

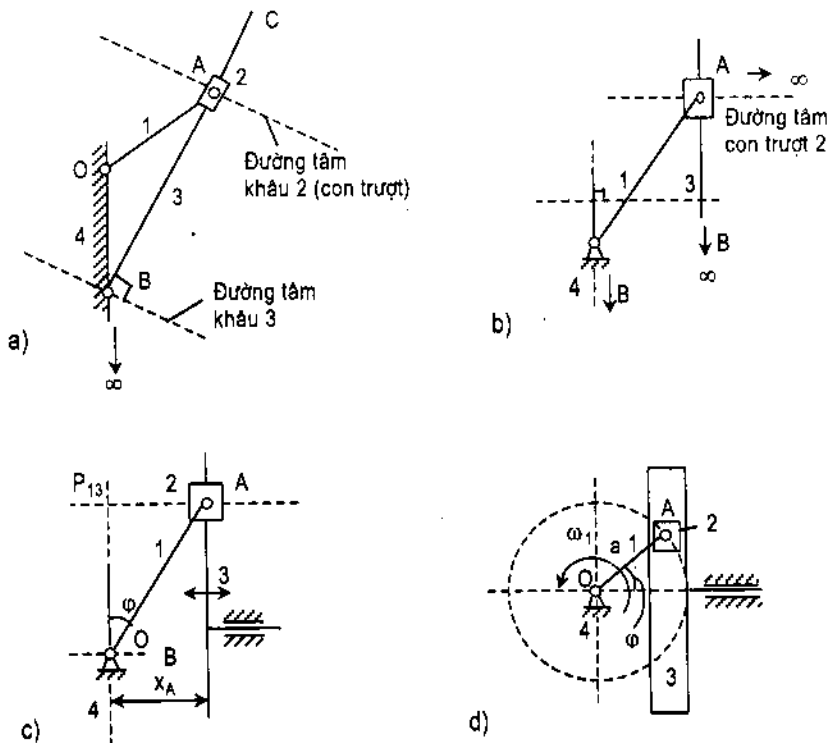
$$\text{Theo tính chất của } P_{13}: V_{P_{13}}^{(1)} = V_{P_{13}}^{(3)}$$

trong đó $V_{P_{13}}^{(1)} = \omega_1 \cdot OP_{13}$

$$V_{P_{13}}^{(1)} = V_3 \text{ (vì khâu 3 có chuyển động tịnh tiến)}$$

Thay vào ta có: $\omega_1 \cdot OP_{13} = V_3$

$$\text{Hay } i_{31} = \frac{V_3}{\omega_1} = OP_{13}$$



Hình 3-5

II.4. Cơ cấu tang

Trở lại cơ cấu culit OABC (hình 3-5a). Cho tâm quay O ra vô cùng theo hướng BO, lúc này “tay quay OA” có chuyển động tịnh tiến theo phương vuông góc với OB trước đây, có thể mô tả OA trượt trong rãnh vuông góc với OB.

Vị trí của thanh OA xác định bằng tọa độ của điểm A, $x_A = l \cdot \text{tg}\varphi$ trong đó