

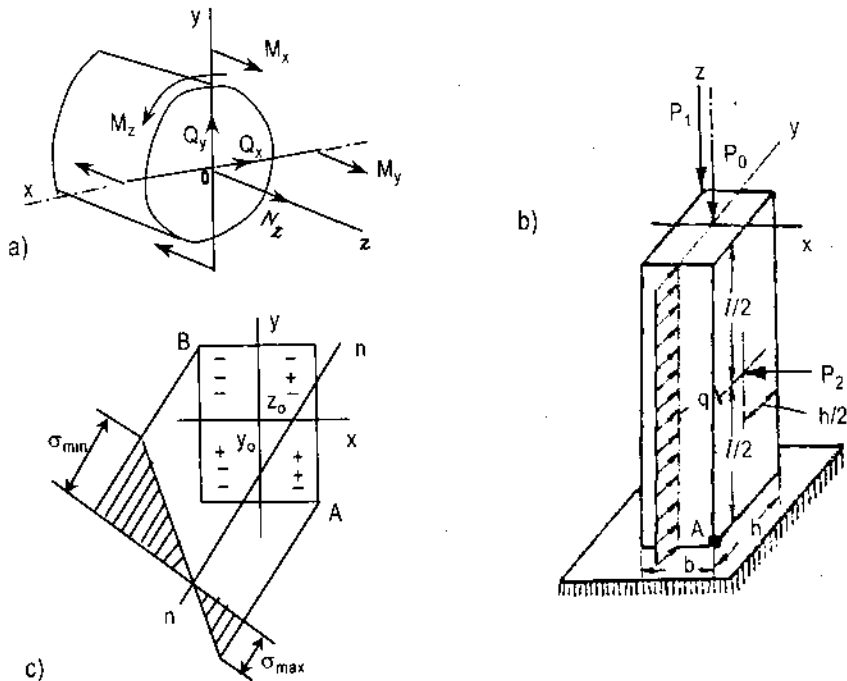
## TÍNH TOÁN THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

### I. NGUYÊN TẮC TÍNH TOÁN

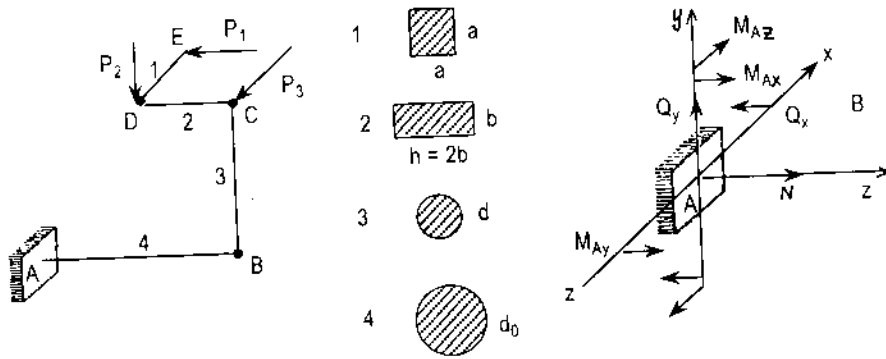
**Định nghĩa:**

\* Một thanh được gọi là chịu lực phức tạp, nếu trên các mặt cắt ngang của nó có ít nhất hai trong sáu thành phần nội lực:  $N, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$  (hình 12-1).

Trong trường hợp tổng quát nhất, khi thanh chịu tác dụng bởi hệ lực không gian thì trên mặt cắt ngang được gắn bởi hệ trục  $xyz$  có đủ 6 thành phần nội lực. Khi ấy thanh chịu đồng thời các biến dạng kéo hoặc nén, xoắn, cắt và uốn trong hai mặt phẳng  $yz$  và  $xz$  (hình 12-1 và hình 12-2).



**Hình 12-1**



Hình 12-2

Để xác định được ứng suất tại một điểm nào đó trên mặt cắt ngang ta sẽ sử dụng nguyên lý độc lập tác dụng của các lực. Nguyên lý này chỉ có hiệu lực đối với những hệ có độ cứng lớn.

Ứng suất tại điểm  $(x, y)$  trên mặt cắt gồm hai loại  $\vec{\sigma}$  và  $\vec{\tau}$ .

Ứng suất tổng cộng của mỗi loại này là tổng hình học các ứng suất thành phần của loại đó. Cụ thể là:

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} &= \vec{\sigma}_N + \vec{\sigma}_{M_x} + \vec{\sigma}_{M_y} \\ \vec{\tau} &= \vec{\tau}_{M_x} + \vec{\tau}_{Q_x} + \vec{\tau}_{Q_y} \end{aligned} \quad (a)$$

Ứng suất chính tại điểm này là:

$$\sigma_{1/3} = \frac{1}{2} \left( \sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right) \quad (12-1)$$

Chú ý là các ứng suất thành phần trong (a) được xác định theo các công thức của các bài toán cơ bản: kéo (nén), uốn, xoắn, cắt.

Để tính toán độ bền người ta phải so sánh ứng suất tương đương này với ứng suất cho phép của vật liệu. Cụ thể là:

$$\sigma_{td} \leq [\sigma] \quad (12-2)$$

Trong đó:  $\sigma_{td}$  được xác định theo một trong các thuyết thích hợp về trạng thái ứng suất giới hạn.

Đối với vật liệu dẻo hai thuyết sau đây đối với trạng thái ứng suất phẳng thường được sử dụng:

$$\bullet \sigma_{td3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma] \quad (12-3)$$

$$\bullet \sigma_{td4} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma] \quad (12-4)$$

Đối với vật liệu giòn khi đặt  $k = \frac{[\sigma_k]}{[\sigma_n]}$  ta có thể sử dụng thuyết của Mohr:

$$\sigma_{td5} = \sigma_1 - k\sigma_3 = \frac{1-k}{2} \cdot \sigma + \frac{1+k}{2} \cdot \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma] \quad (12-5)$$

Chú ý là không phải lúc nào cũng có thể xác định được điểm nguy hiểm nhất. Vì thế thông thường cần phải chọn một vài điểm khả nghi nguy hiểm để tính toán  $\sigma_{td}$  rồi so sánh. Những điểm này thường là những điểm ở trên chu vi của mặt cắt.

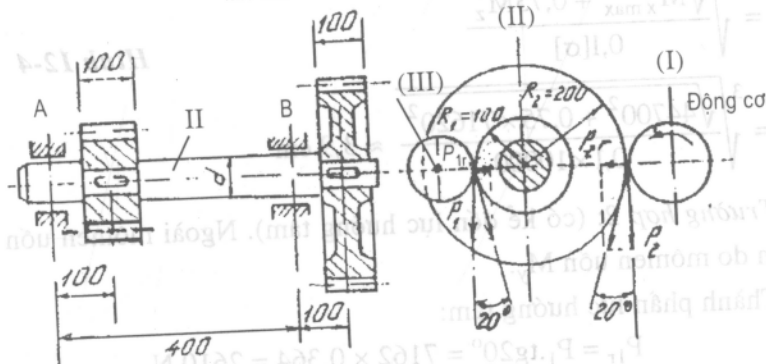
Khi sử dụng công thức (12-2), ta có thể chọn được mặt cắt ngang hoặc kiểm tra xem thanh có đủ bền không hoặc xác định được tải trọng ngoài cho phép tác dụng lên thanh.

Dưới đây là một số bài toán thường gặp trong kỹ thuật được cụ thể hoá bằng số.

## II. CÁC VÍ DỤ ÁP DỤNG

### Ví dụ 1:

Trục truyền (II) có bánh răng hình trụ răng thẳng truyền công suất  $W = 10$  mã lực từ động cơ (I) quay với tốc độ  $n = 100$  vòng/phút đến bánh xe (III). Phương các lực tác dụng ghi trên hình 12-3. Ứng suất cho phép của vật liệu chế tạo trục với  $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$ .



Hình 12-3

Xác định kích thước cần thiết của trục truyền theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng và thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Xét hai trường hợp có để ý đến thành phần lực hướng tâm và không để ý đến thành phần này. Khi tính bỏ qua trọng lượng trục và sự mất mát lực truyền chuyển động giữa các bánh răng và ổ trục.

*Giải:*

Mômen xoắn tác dụng vào trục:

$$M_z = 716200 \frac{W}{n} = 716200 \frac{10}{100} = 71620 \text{ Ncm}$$

*Trường hợp 1:* (bỏ qua lực hướng tâm). Trục chịu uốn bởi lực  $P_1$  và  $P_2$

$$P_1 = \frac{M_z}{r_1} = \frac{71620}{10} = 7162 \text{ N}$$

$$P_2 = \frac{M_z}{r_2} = \frac{71620}{20} = 3581 \text{ N}$$

Từ biểu đồ mômen uốn ta được (hình 12-4d):

$$M_{x \max} = 447 \text{ Nm}$$

Đường kính tính theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (12-3):

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{x \max}^2 + 0,75M_z^2}}{0,1[\sigma]}}$$

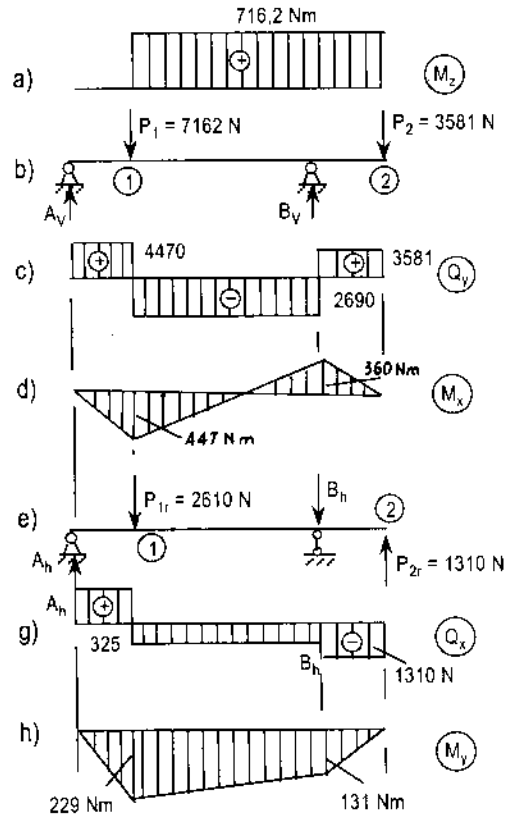
$$= \sqrt[3]{\frac{\sqrt{44700^2 + 0,75 \times 71620^2}}{0,1 \times 10000}} \approx 3,9 \text{ cm}$$

*Trường hợp 2:* (có kể đến lực hướng tâm). Ngoài mômen uốn  $M_x$ , trục còn bị uốn do mômen uốn  $M_y$ .

Thành phần lực hướng tâm:

$$P_{1r} = P_1 \cdot \text{tg}20^\circ = 7162 \times 0,364 = 2610 \text{ N}$$

$$P_{2r} = P_2 \cdot \text{tg}20^\circ = 3581 \times 0,364 = 1305 \text{ N}$$



Hình 12-4

Vẽ biểu đồ mômen uốn  $M_y$  (hình 12-4h) ta được  $M_{y \max} = 229 \text{ Nm}$  ở cùng mặt cắt với  $M_{x \max}$ .

Mômen tương đương tính theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (12-3);

$$M_{td3} = \sqrt{M_{x \max}^2 + M_{y \max}^2 + M_z^2} = \sqrt{44700^2 + 22900^2 + 71620^2} = 76450 \text{ Ncm}$$

Đường kính trục:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{td3}}{0,1 \times [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{76450}{0,1 \times 10000}} \approx 4,3 \text{ cm}$$

Mômen tương đương tính theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng lớn nhất (12-4):

$$M_{td4} = \sqrt{M_{x \max}^2 + M_{y \max}^2 + 0,75M_z^2} = \sqrt{44700^2 + 22900^2 + 0,75 \times 71620^2} = 63750 \text{ Ncm}$$

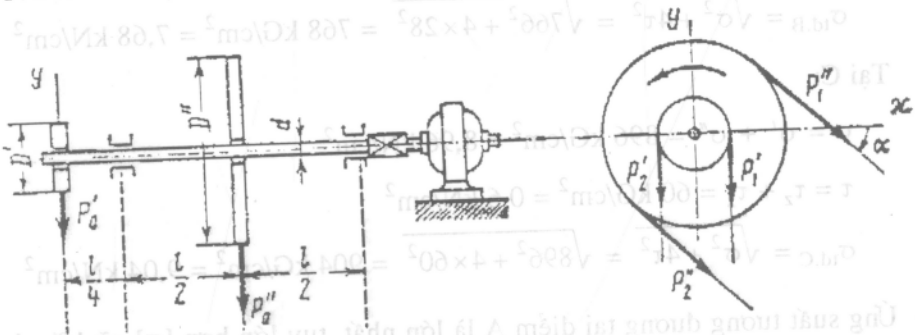
Đường kính trục:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{td4}}{0,1 \times [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{63750}{0,1 \times 10000}} \approx 4 \text{ cm.}$$

**Ví dụ 2:** (Bạn đọc tự tập làm bài toán sau đây).

Hãy chọn đường kính của trục truyền (hình 12-5). Biết:  $D' = 20 \text{ cm}$ ,  $D'' = 60 \text{ cm}$ ,  $P'_0 = 200 \text{ daN}$ ,  $P''_0 = 400 \text{ daN}$ ,  $P'_1 = 800 \text{ daN}$ ,  $P'_2 = 400 \text{ daN}$ ,  $P''_1 = 1000 \text{ daN}$ ,  $P''_2 = 600 \text{ daN}$ ,  $l = 2 \text{ m}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $[\sigma] = 1000 \text{ daN/cm}^2$ .

Trả lời:  $d = 4,2 \text{ cm}$



Hình 12-5

**Ví dụ 3:**

Hãy kiểm tra bền cho cột chịu lực như trên hình 12-6a.

Cho biết:  $P_0 = 40 \text{ T}$ ,  $P_1 = 8 \text{ T}$ ,  $P_2 = 4 \text{ T}$ ,  $P_3 = 2 \text{ T}$ .

$$l = 1 \text{ m}, h = 24 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}, [\sigma] = 1400 \text{ kG/cm}^2.$$

**Giải:**

Mặt cắt nguy hiểm nhất là mặt cắt tại ngàm, ở đó có các nội lực sau đây:

$$N_z = P_0 + P_1 = 48 \text{ T}; M_x = P_1 \cdot \frac{h}{2} + P_2 \cdot l = 496 \text{ T.cm};$$

$$M_y = 132 \text{ T.cm}; M_z = P_3 \cdot \frac{h}{2} = 42 \text{ T.cm};$$

$$Q_y = 4 \text{ T}; Q_x = 2 \text{ T}.$$

Trên hình 12-6b là biểu đồ phân bố của các loại ứng suất do từng thành phần nội lực gây ra trên mặt cắt nguy hiểm này.

Tại A:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{td.A}} = \sigma_{\text{max}} &= \sigma' + \sigma'' + \sigma''' \\ &= 250 + 646 + 516 = 1412 \text{ kG/cm}^2 = 14,12 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

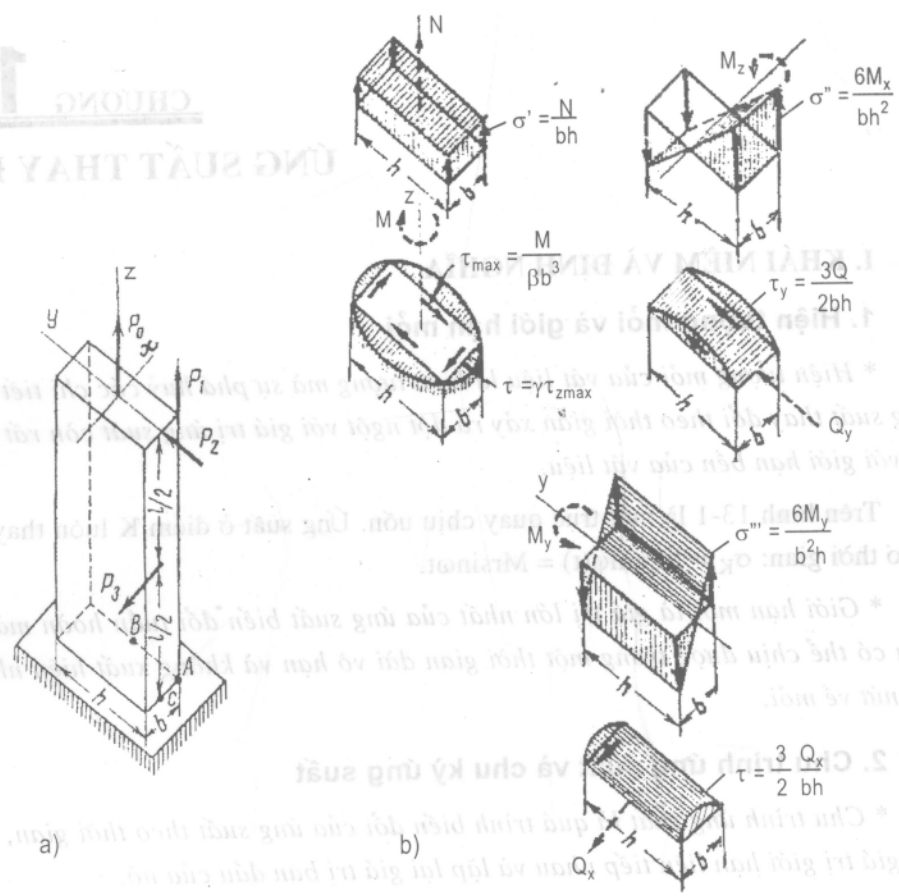
Tại B:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma' + \sigma''' = 766 \text{ kG/cm}^2 = 7,66 \text{ kN/cm}^2 \\ \tau &= \tau_{z \text{ max}} - \tau_y = 59 - 31 = 28 \text{ kG/cm}^2 = 0,28 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{\text{td.B}} &= \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{766^2 + 4 \times 28^2} = 768 \text{ kG/cm}^2 = 7,68 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

Tại C:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma' + \sigma'' = 896 \text{ kG/cm}^2 = 8,96 \text{ kN/cm}^2 \\ \tau &= \tau_z + \tau_x = 60 \text{ kG/cm}^2 = 0,6 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{\text{td.C}} &= \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{896^2 + 4 \times 60^2} = 904 \text{ kG/cm}^2 = 9,04 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

Ứng suất tương đương tại điểm A là lớn nhất, tuy lớn hơn  $[\sigma]$  cỡ 1% nhưng cột vẫn làm việc an toàn và rất kinh tế.



Hình 12-6

(13-1)

$$r = \frac{P_{min}}{P_{max}}$$

Ở đây  $P_{max}$  ( $\sigma_{max}$  và  $\tau_{max}$ ) và  $P_{min}$  ( $\sigma_{min}$  và  $\tau_{min}$ ) là ứng suất lớn nhất và nhỏ nhất của chu trình.

(13-2)

$$P_m = \frac{P_{max} + P_{min}}{2}$$

gọi là ứng suất trung bình của chu trình, và đại lượng

## I. KHÁI NIỆM VÀ ĐỊNH NGHĨA

### 1. Hiện tượng mỏi và giới hạn mỏi

\* *Hiện tượng mỏi của vật liệu là hiện tượng mà sự phá huỷ các chi tiết chịu ứng suất thay đổi theo thời gian xảy ra đột ngột với giá trị ứng suất còn rất thấp so với giới hạn bền của vật liệu.*

Trên hình 13-1 là một trục quay chịu uốn. Ứng suất ở điểm K luôn thay đổi theo thời gian:  $\sigma_K = M r \sin \varphi(t) = M r \sin \omega t$ .

\* *Giới hạn mỏi là giá trị lớn nhất của ứng suất biến đổi tuần hoàn mà vật liệu có thể chịu được trong một thời gian dài vô hạn và không xuất hiện những vết nứt về mỏi.*

### 2. Chu trình ứng suất và chu kỳ ứng suất

\* *Chu trình ứng suất là quá trình biến đổi của ứng suất theo thời gian, qua hai giá trị giới hạn liên tiếp nhau và lặp lại giá trị ban đầu của nó.*

\* *Chu kỳ ứng suất là thời gian thực hiện một chu trình ứng suất.*

Một chu trình ứng suất nào đó được đặc trưng bởi hệ số bất đối xứng, ký hiệu là  $r$ .

$$r = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} \quad (13-1)$$

Ở đây  $P_{\max}$  ( $\sigma_{\max}$  và  $\tau_{\max}$ ) và  $P_{\min}$  ( $\sigma_{\min}$  và  $\tau_{\min}$ ) là ứng suất lớn nhất và nhỏ nhất của chu trình.

Đại lượng:

$$P_m = \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2} \quad (13-2)$$

gọi là ứng suất trung bình của chu trình, và đại lượng



$$p_a = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} \quad (13-3)$$

gọi là biên độ của chu trình.

Giới hạn mỏi là:

$$p_r = p_{\max}^r = p_m^r + p_a^r \quad (13-4)$$

trong đó  $p_{\max}^r$ ,  $p_m^r$ ,  $p_a^r$  là ứng suất lớn nhất, ứng suất trung bình và biên độ của chu trình khi vật liệu làm việc với giới hạn mỏi.

Các chu trình ứng suất khác nhau được mô tả trên hình 13-2.

Đối với:

- Chu trình đối xứng:

$$p_{\max} = -p_{\min}; \quad p_m = 0; \quad r = -1; \quad p_r = p_{-1}$$

- Chu trình không đối xứng dương:

$$p_{\max} > 0; \quad p_{\min} > 0; \quad 0 < r < 1$$

- Chu trình không đối xứng đổi dấu:

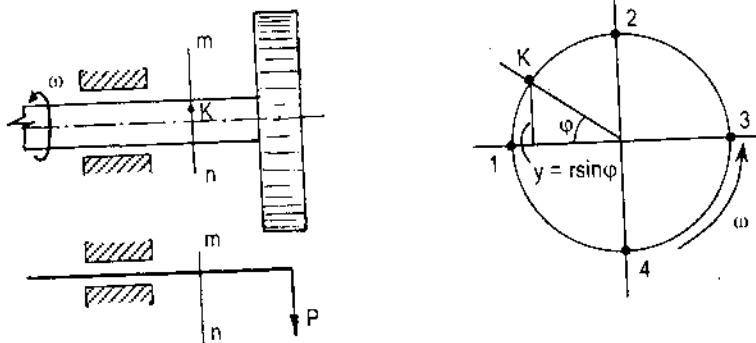
$$p_{\max} > 0; \quad p_{\min} < 0; \quad -1 < r < 0$$

- Chu trình mạch động dương:

$$p_{\max} > 0; \quad p_{\min} = 0; \quad p_m = p_a = \frac{p_{\max}}{2}; \quad r = 0; \quad p_r = p_0$$

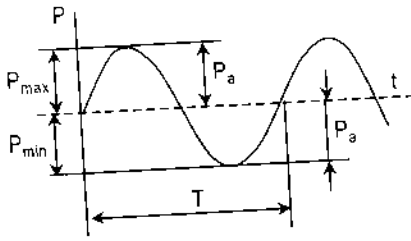
- Chu trình mạch động âm:

$$p_{\max} = 0; \quad p_{\min} < 0; \quad p_m = -p_a = \frac{p_{\min}}{2}; \quad r = \infty; \quad p_r = p_{\infty}$$

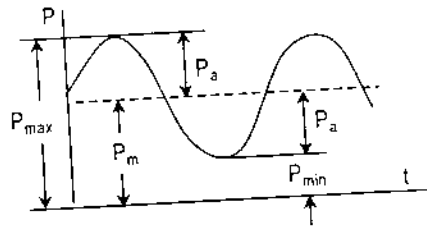


Hình 13-1

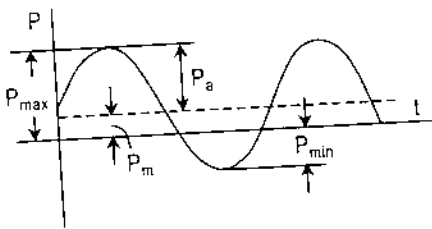
• Chu trình đối xứng



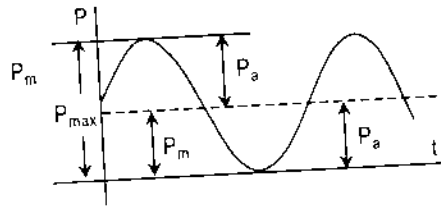
• Chu trình không đối xứng



• Chu trình không đối xứng đổi dấu



• Chu trình mạch động dương



Hình 13-2

## II. CÁCH TÍNH TOÁN ĐỘ BỀN MỖI CHỊU TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT ĐƠN VÀ TRƯỢT THUẦN TUYẾT

### 1. Các xác định giới hạn mỏi

Để có một  $p_r$  xác định, ví dụ  $p_{-1}$  ( $\sigma_{-1}$  và  $\tau_{-1}$ ) người ta phải vẽ đường cong  $p_r = p_r(N)$  từ các số liệu thí nghiệm. Tung độ của tiếp tuyến với đường  $p_r(N)$  được lấy quy ước là giới hạn mỏi đối với chu trình  $r$  (hình 13-3a, c).

Từ  $\{p_r\}$  này người ta vẽ đường cong các biên độ giới hạn trong hệ tọa độ  $(p_m, p_a)$  (hình 13-3b, d).

Khi ấy giới hạn mỏi ứng với  $r$  nào đó là tổng các tọa độ  $p_m^r$  và  $p_a^r$  của giao điểm giữa đường cong với đường thẳng.

$$p_a = \operatorname{tg} \beta \cdot p_m = \frac{1-r}{1+r} \cdot p_m$$

Cụ thể là :

$$p_r = p_m^r + p_a^r$$