

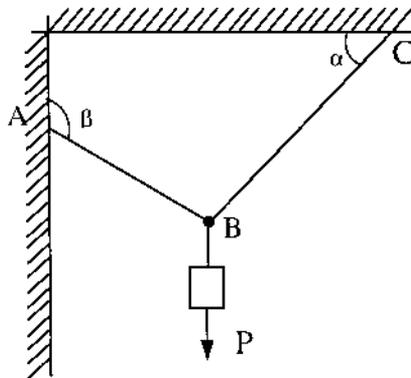
Hình 2.9

4. Giá ABC dùng để treo vật nặng trọng lượng  $P = 1000N$ , các góc cho trên hình vẽ. Xác định phản lực của thanh AB và AC (hình 2.10).

ĐS:  $\vec{S}_B = 731,9N$  ;  $\vec{S}_C = 896,1N$ .

5. Một vật có khối lượng  $m = 20kg$  được treo vào nút B của 2 sợi dây AB và BC (hình 2.11). Tính phản lực của 2 sợi dây đó, biết  $\alpha = 60^\circ$  ;  $\beta = 135^\circ$ .

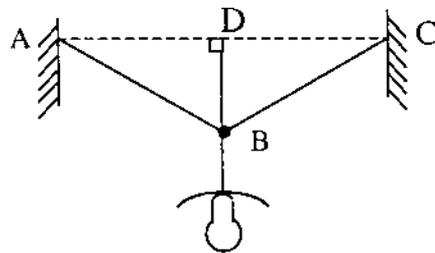
ĐS:  $\vec{F}_A = 104N$  ;  $\vec{T}_C = 147N$ .



Hình 2.11

6. Một bóng đèn có trọng lượng  $80N$  được gắn vào điểm giữa B của dây cáp ABC (hình 2.12). Hai đầu dây cáp gắn vào móc A và C trên mặt phẳng nằm ngang. Độ dài dây ABC là  $16m$ , độ lệch của điểm treo đèn với mặt ngang là  $BD = 0,1m$ . Xác định lực kéo  $\vec{T}_A$  và  $\vec{T}_C$  lên các phần tử AB và BC của dây.

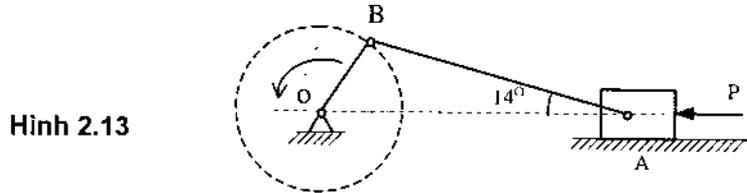
ĐS:  $\vec{T}_A = \vec{T}_C = 320N$ .



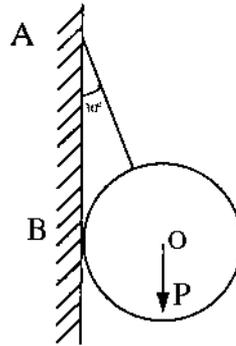
Hình 2.12

7. Lực  $P = 25\text{kN}$  tác dụng lên pít tông A. Thanh truyền AB làm với phương nằm ngang l góc  $14^\circ$  (Hình 2.13). Xác định áp lực của pít tông lên xi lanh và lực tác dụng dọc theo thanh truyền. Bỏ qua trọng lượng của pít tông và thanh truyền.

ĐS:  $\vec{N} = 6,4\text{kN}$  ;  $\vec{S}_{AB} = 25,8\text{kN}$ .



8. Một quả cầu sắt có trọng lượng  $P = 300\text{N}$  được giữ bởi sợi dây AO và tựa trên tường thẳng đứng (Hình 2.14). Xác định sức căng của sợi dây AO và phản lực tại B.



Hình 2.14

**Chương 3**

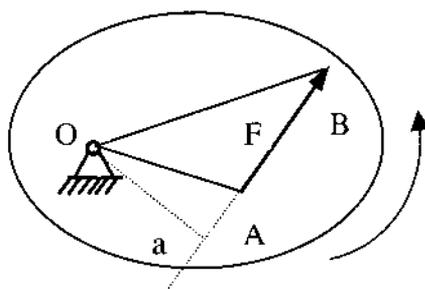
**MÔ MEN CỦA LỰC ĐỐI VỚI MỘT ĐIỂM - NGẪU LỰC**

**3.1. MÔ MEN CỦA LỰC ĐỐI VỚI MỘT ĐIỂM**

**3.1.1. Khái niệm**

Giả sử vật rắn có thể quay quanh điểm O cố định và chịu tác dụng của lực  $\vec{F}$  (hình 3.1), kết quả là vật sẽ chuyển động quay quanh tâm O.

Tác dụng quay mà lực  $\vec{F}$  gây ra cho vật gọi là mômen của lực  $\vec{F}$  đối với điểm O, kí hiệu là  $m_o(\vec{F})$ .



**Hình 3.1**

Trị số mô men  $m_o(\vec{F})$  phụ thuộc vào trị số của lực và khoảng cách từ điểm O tới phương của lực (còn gọi là cánh tay đòn), chiều quay phụ thuộc vào chiều của lực và vị trí của đường tác dụng của lực đối với điểm O, ta có:

$$m_o(\vec{F}) = \pm F.a \tag{3.1}$$

Trị số mô men cũng được xác định bằng hai lần diện tích tam giác do lực và điểm O tạo thành.

$$m_o(\vec{F}) = 2S_{\Delta OAB} \tag{3.2}$$

Qui ước:

$m_o(\vec{F})$  lấy dấu + nếu chiều của lực làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ.

$m_o(\vec{F})$  lấy dấu - nếu chiều của lực làm vật quay cùng chiều kim đồng hồ.

Đơn vị:

Nếu lực tính bằng Niuton (N), cánh tay đòn tính bằng mét (m) thì mô men tính bằng Niuton mét (Nm).

Chú ý:

Nếu đường tác dụng của  $\vec{F}$  đi qua O thì  $m_o(\vec{F}) = 0$ , vì cánh tay đòn  $a = 0$ .

**3.1.2. Định lý Varinhong**

Mômen của hợp lực của hệ lực phẳng đối với một điểm nào đó nằm trong mặt phẳng chứa các lực bằng tổng đại số mômen của các lực thành phần đối với điểm đó.

Nghĩa là : hệ lực  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R} \subset$  mặt phẳng P ; điểm  $O \subset P$ , ta có :

$$m_o(\vec{R}) = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2) + \dots + m_o(\vec{F}_n) \quad (3-3)$$

Chứng minh :

\* Trường hợp hệ là hai lực đồng qui:

Giả sử hệ  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$  đồng qui tại A có hợp lực là  $\vec{R}$ . O là điểm bất kỳ nằm trên mặt phẳng của hệ lực (hình 3.2). Ta phải chứng minh  $m_o(\vec{R}) = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2)$ .

Thật vậy: Nối O với A, từ O kẻ Ox vuông góc với OA, rồi từ nút các lực  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  và  $\vec{R}$  hạ các đường Bb, Cc, Dd vuông góc với Ox. Ta có :

$$m_o(\vec{F}_1) = 2S_{\Delta OAB} = OA \cdot Ob$$

$$m_o(\vec{F}_2) = 2S_{\Delta OAD} = OA \cdot Od$$

$$m_o(\vec{R}) = 2S_{\Delta OAC} = OA \cdot Oc$$

Theo hình vẽ  $Oc = Ob + bc$

mà  $bc = Od$ , nên :  $Oc = Ob + Od$

Vì thế :

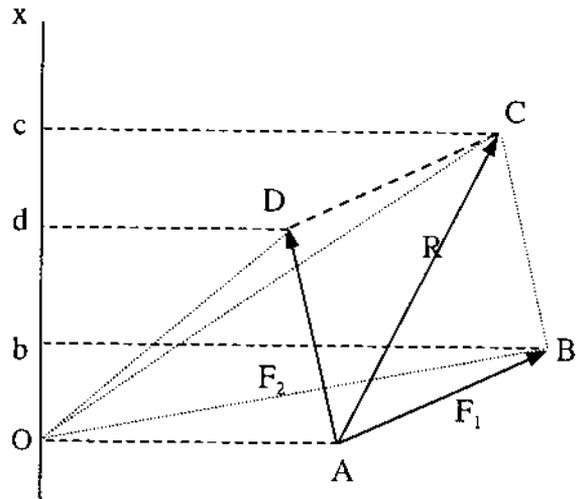
$$m_o(\vec{R}) = OA \cdot (Ob + Od) = OA \cdot Ob + OA \cdot Od \Rightarrow m_o(\vec{R}) = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2)$$

\* Trường hợp hệ là hai lực song song:

Giả sử hệ là hai lực song song  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$  đặt tại A và B có hợp lực là  $\vec{R}$ . O là điểm bất kỳ nằm trên mặt phẳng của hệ lực (hình 3.3). Ta phải chứng minh

$$m_o(\vec{R}) = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2)$$

Thật vậy, từ O ta kẻ đường Ox vuông góc với phương của các lực.



Hình 3.2

Ta có:

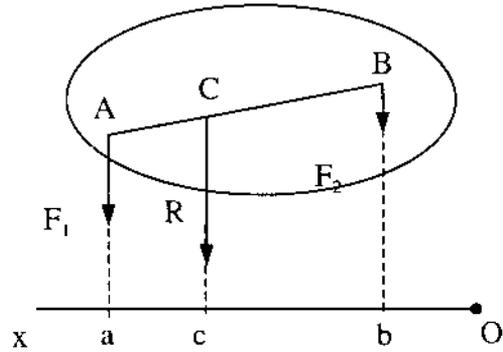
$$m_o(\vec{F}_1) = F_1 \cdot Oa$$

$$m_o(\vec{F}_2) = F_2 \cdot Ob$$

$$m_o(\vec{R}) = R \cdot Oc$$

Trong đó :

$$R = F_1 + F_2 ; Oc = Ob + bc$$



Hình 3.3

$$\text{Vì thế } m_o(\vec{R}) = (F_1 + F_2) \cdot (Ob + bc)$$

$$= F_1 \cdot Ob + F_1 \cdot bc + F_2 \cdot bc + F_2 \cdot Ob$$

$$\text{Nhưng } \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC} = \frac{bc}{ca} \text{ hay } F_1 \cdot ca = F_2 \cdot bc$$

$$\text{Nên } m_o(\vec{R}) = F_1 \cdot Ob + F_1 \cdot bc + F_1 \cdot ca + F_2 \cdot Ob$$

$$= F_1 \cdot (Ob + bc + ca) + F_2 \cdot Ob$$

$$= F_1 \cdot Oa + F_2 \cdot Ob$$

$$\text{Suy ra } m_o(\vec{R}) = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2).$$

\* Trường hợp hệ gồm nhiều lực phẳng bất kỳ:

Giả sử hệ gồm n lực bất kỳ,  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n)$ , O là một điểm nào đó nằm trên mặt phẳng chứa các lực.

Ta phải chứng minh:

$$m_o(\vec{R}) = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2) + \dots + m_o(\vec{F}_n)$$

Thật vậy, bằng cách xét từng đôi lực, đầu tiên xét hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có hợp lực  $\vec{R}_1$ . Hai lực này hoặc đồng qui, hoặc song song nên theo chứng minh trên ta có:

$$m_o(\vec{R}_1) = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2)$$

Tiếp tục xét hai lực  $\vec{R}_1$  và  $\vec{F}_3$ , có hợp lực  $\vec{R}_2$ :

$$m_o(\vec{R}_2) = m_o(\vec{R}_1) + m_o(\vec{F}_3) = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2) + m_o(\vec{F}_3)$$

Tiếp tục xét lần lượt như thế cho đến lực cuối cùng  $\vec{F}_n$ , có hợp lực của hệ lực là  $\vec{R}$  ta sẽ có điều phải chứng minh.

### 3.2. NGẪU LỰC

#### 3.2.1. Định nghĩa

Hệ gồm hai lực song song, ngược chiều, có trị số bằng nhau gọi là một ngẫu lực, ký hiệu  $(\vec{F}, \vec{F})$ .

Khoảng cách giữa đường tác dụng của hai lực gọi là cánh tay đòn của ngẫu lực (hình 3.4).

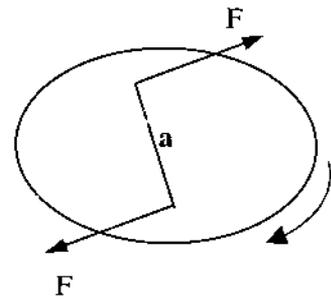
Ngẫu lực có tác dụng làm cho vật chuyển động quay, tác dụng quay gọi là mômen của ngẫu lực.

Ngẫu lực được xác định bởi 3 yếu tố:

- Mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực: Là mặt phẳng chứa các lực của ngẫu lực.

- Chiều quay của ngẫu lực: Là chiều quay của vật do ngẫu lực gây nên.

+ Qui ước: Chiều quay dương khi vật quay ngược chiều kim đồng hồ và âm khi thuận chiều kim đồng hồ (hình 3.5).



Hình 3.4



Hình 3.5

- Trị số mômen của ngẫu lực: Là tích số giữa trị số của lực với cánh tay đòn của ngẫu lực. Ký hiệu là  $m$ .

$$m = F.a \quad (3-4)$$

#### 3.2.2. Tính chất của ngẫu lực trên mặt phẳng

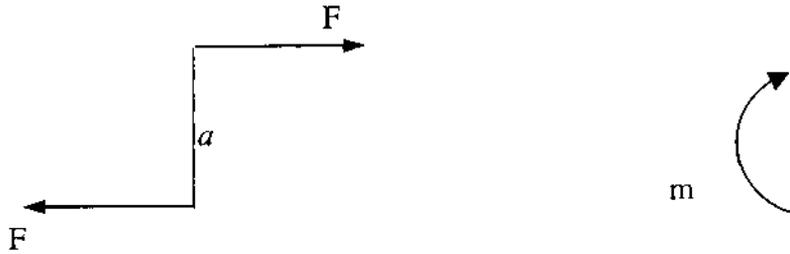
##### a) Tính chất 1

Tác dụng của một ngẫu lực không thay đổi khi ta di chuyển vị trí của ngẫu lực trong mặt phẳng tác dụng của nó.

##### b) Tính chất 2

Có thể biến đổi lực và cánh tay đòn của ngẫu lực tùy ý, miễn là bảo đảm trị số mômen và chiều quay của nó.

Từ các tính chất trên có thể rút ra : tác dụng của ngẫu lực trên mặt phẳng hoàn toàn được đặc trưng bằng chiều quay và trị số mômen của nó. Điều này cho phép biểu diễn một ngẫu lực bằng chiều quay và trị số mômen như (hình 3.6).



Hình 3.6

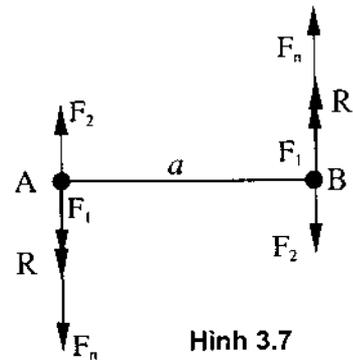
**3.2.3. Hợp hệ ngẫu lực phẳng- điều kiện cân bằng của hệ ngẫu lực phẳng**

**a) Hợp hệ ngẫu lực phẳng**

Giả sử cho hệ ngẫu lực phẳng có mômen lần lượt là  $m_1, m_2, \dots, m_n$  (hình 3.7). Biến đổi hệ ngẫu lực này thành hệ ngẫu lực  $(\vec{F}_1, \vec{F}_1); (\vec{F}_2, \vec{F}_2); \dots; (\vec{F}_n, \vec{F}_n)$  có cùng cánh tay đòn a.

Hợp lực  $\vec{R}$  của các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$  đặt tại A,B là hai lực song song, ngược chiều, có cùng trị số:

$R = R_A = R_B = |F_1 - F_2 + \dots + F_n|$  tạo thành ngẫu lực  $(\vec{R}, \vec{R})$  (hình 3.7).



Hình 3.7

Ngẫu lực  $(\vec{R}, \vec{R})$  gọi là ngẫu lực tổng hợp, có mômen:

$$M = R.a = F_1.a - F_2.a + \dots + F_n.a$$

$$= m_1 + m_2 + \dots + m_n$$

Như vậy :

"Một hệ ngẫu lực phẳng cho ta một ngẫu lực tổng hợp có mômen bằng tổng đại số mômen của các ngẫu lực thuộc hệ".

$$M = \sum_{i=1}^n m_i \tag{3-5}$$

Ví dụ :

Hệ ngẫu lực phẳng gồm  $m_1 = 60 \text{ Nm}$  ;  $m_2 = 120 \text{ Nm}$  ;  $m_3 = -30 \text{ Nm}$ .

- Hãy xác định ngẫu lực tổng hợp .
- Nếu ngẫu lực tổng hợp có cánh tay đòn là 0,5 m, trị số lực của nó bằng bao nhiêu?