CHƯƠNG 6
MẠNG MỘT CỬA TUYẾN TÍNH

Khái niệm :

Trên thực tế hay gặp những thiết bị trao đổi năng lượng, tín hiệu qua một cặp cực như máy phát điện, dụng cụ đo lường ... Những thiết bị, mạch có 2 cực đó gọi là mạng một cửa (hay mạng 2 cực)

Với mạng một cửa đã biết kết cấu, thông số, kích thích thì có thể tính đáp ứng cần thiết theo các phương pháp tính mạch đã nêu.

Người ta quan tâm chủ yếu đến quá trình trao đổi năng lượng, tín hiệu trên cửa nên nếu để mạng 1 cửa với cấu trúc, thông số cụ thể bên trong thì việc lập quan hệ trên các biến trên cửa sẽ rất phức tạp. Với mục tiêu đó cần dẫn ra một thông số có tính toàn cục để đặc trưng cho mạng 1 cửa, để từ đó mô tả quá trình trao đổi năng lượng, tín hiệu từ cửa ra ngoài qua các biến trạng thái trên cửa. Phương trình trạng thái đó chính là phương trình mô tả hành vi, phản ứng của mạng một cửa. Qua phản ứng đó có thể biết đại để về mạng 1 cửa mà không cần biết cấu trúc bên trong.

Trên thực tế có thể gặp những khối một cửa chỉ có chứa ra 2 cực còn không biết gì về bên trong (như là hộp đen). Lúc này nếu định nghĩa được một thông số đặc trưng cho mạng 1 cửa thì có thể bằng đo lường để xác định thông số này cho hộp đen. Khi đã biết thông số đặc trưng của nó thì ta có thể tìm một mạch có cấu trúc và thông số cụ thể để thực hiện quan hệ truyền đạt của hộp đen. Việc làm như vậy tức là tổng hợp mạng một cửa.

Vậy việc đưa ra lý thuyết mạng 1 cửa là đưa ra thông số đặc trưng cho nó để từ đó nếu chỉ quan tâm đến sự truyền đạt năng lượng trên cửa thì ta thay thế mạng 1 cửa bằng thông số đặc trưng làm cho mạch điện đơn giản, tiện lợi cho tính toán, ngoài ra trên cơ sở đã biết thông số đặc trưng ta thực hiện bài toán tổng hợp mạch điện, tức là thiết kế ra những mạch điện với một quan hệ truyền đạt biết trước.

Có thể phân mạng 1 cửa ra các loại sau đây :

Mạng 1 cửa tuyến tính.

Mạng 1 cửa phi tuyến.

Mạng 1 cửa không nguồn (còn gọi là mạng 1 cửa thụ động).

Mạng 1 cửa có nguồn (còn gọi là mạng 1 cửa tích cực).

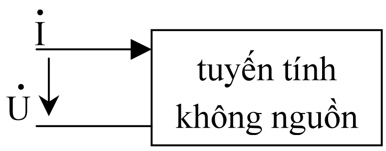
Trong chương trình chủ yếu xét mạng 1 cửa tuyến tính có và không có nguồn.

Mạng một cửa tuyến tính không nguồn ở chế độ xác lập điều hòa.

<u>Phương trình trạng thái</u> :

Mạng 1 cửa tuyến tính không nguồn được biểu diễn như hình vẽ (h.6-1). Nó là mạng 1 cửa bên trong không có nguồn, tức là khi ngắn mạch cửa thì dòng $I_{ng}= 0$, hay hở mạch thì $U_{hở} = 0$.

Vì mạch không nguồn, tuyến tính điều hòa nên áp và dòng trên cửa liên hệ nhau trong biểu thức luật Ôm của nhánh không nguồn tức là :



h.6-1

$\dot{U} = Z_V.\dot{I}$ hay $\dot{I} = Y_V.\dot{U}$ (6-1).

Trong đó, Z_V, Y_V là thông số đặc trưng cho hành vi, phản ứng của mạng 1 cửa. Z_V , Y_V là thông số có tính toàn cục của mạng 1 cửa.

$Z_V = \dfrac{\dot{U}}{\dot{I}} = z_V.e^{j\varphi} = z_V\langle\varphi$ là tổng trở vào của mạng 1 cửa

$z_V = \dfrac{U}{I}$; $\varphi = \psi_u - \psi_i$

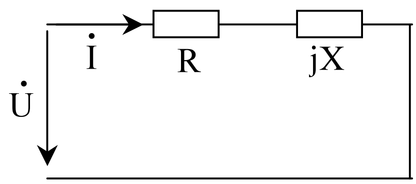
Vậy mạng 1 cửa tuyến tính không nguồn được đặc trưng bởi Z_V hay cặp (z_V, φ) hoặc bởi Y_V hay cặp (y_V, - φ).

Sơ đồ thay thế mạng một cửa tuyến tính không nguồn :

Từ các đặc trưng của mạng 1 cửa không nguồn :

$Z_V = z_V\langle\varphi = R + jX = z_V.\cos\varphi + jz_V\sin\varphi$

Thấy rằng có thể dẫn ra sơ đồ thay thế tương đương cho mạng 1 cửa không nguồn là một nhánh có tổng trở Z_V gồm điện trở R nối tiếp với điện kháng jX như hình vẽ (h.6-2).

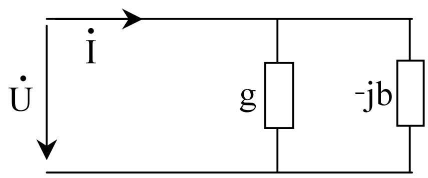


h.6-2

Khi đặc trưng mạng một cửa không nguồn bằng tổng dẫn phức :

$Y_V = y_V\langle-\varphi = y_V.\cos\varphi - jy_V\sin\varphi = g - jb$

Thì sơ đồ thay thế tương đương lúc này là Y_V gồm điện dẫn g nối song song với -jb như hình vẽ (h.6-3)



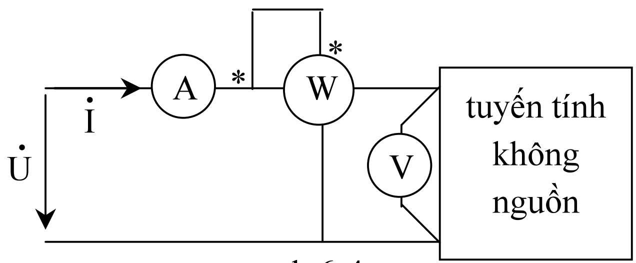
h.6-3

Ví dụ : Thí nghiệm phản ứng của mạng 1 cửa không nguồn ở một tần số được U = 220V, I = 5A, P = 550W, φ > 0 như hình (h.6-4). Hãy xác định sơ đồ thay thế mạng 1 cửa đó.

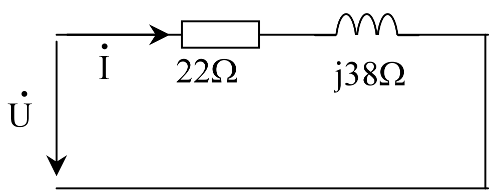
Từ áp, dòng, công suất đo được ta xác định : tổng trở đầu vào $Z_V = \dfrac{U}{I} = \dfrac{220}{5} = 44\Omega$; Góc lệch pha $\varphi = \arccos\dfrac{P}{U.I} = \arccos\dfrac{550}{220.5} = 60^0$

Tổng trở vào phức : $Z_V = z_V\langle\varphi = 44\langle60^0 = 44\cos60^0 + j44\sin60^0 = 22 + j38\,(\Omega)$

Vậy sơ đồ thay thế như hình (h.6-5)



h.6-4

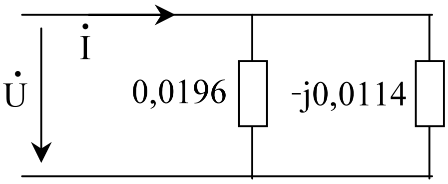


h.6-5

Biểu diễn tổng dẫn phức : $Y_V = \dfrac{1}{Z_V} = \dfrac{1}{44\langle60^0} = 0{,}0227\langle-60^0$

$$Y_V = 0{,}0196 - j0{,}0114$$

Sơ đồ thay thế như hình vẽ (h.6-6) :

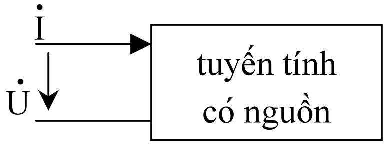


h.6-6

Mạng một cửa tuyến tính có nguồn ở chế độ xác lập điều hòa.

Phương trình trạng thái :

Mạng 1 cửa có nguồn được biểu diễn trên hình (h.6-7). Nó là mạng 1 cửa gồm những phần tử tuyến tính bên trong có nguồn, tức là khi ngắn mạch cửa thì $I_{ng} \neq 0$ và khi hở mạch cửa thì $U_{hở} \neq 0$.



h.6-7

Vì có nguồn nên đáp ứng ở cửa phụ thuộc nguồn, với kích thích điều hòa ta có quan hệ (4-5) nên quan hệ giữa $\dot{U}$ và $\dot{I}$ trên cửa là quan hệ bậc nhất :

$\dot{U} = A.\dot{I} + B$ (6-2) hay $\dot{I} = C.\dot{U} + D$ (6-3)

Cần xác định các hệ số đặc trưng A, B, C, D.

Vậy đặc trưng cho mạng 1 cửa có nguồn là cặp hệ số A, B hoặc cặp hệ số C, D.

Ta thấy quan hệ trên phải đúng cho mọi chế độ của mạch điện nên xét ở hai chế độ đặc biệt để dẫn ra các hệ số xác định A, B :

Trường hợp khi hở mạch cửa :

$\dot{I} = 0$, $\dot{U} = \dot{U}_{hở}$ thay vào (6-2) ta có :

$\dot{U}_{hở} = A.0 + B \Rightarrow B = \dot{U}_{hở}$

Các nguồn bên trong mạng 1 cửa là xác định thì $\dot{U}_{hở}$ là xác định nên B là xác định với một mạng 1 cửa.

Trường hợp ngắn mạch cửa :

$\dot{U} = 0$, $\dot{I} = -\dot{I}_{ngắn}$ thay vào (6-2) ta có :

$$0 = A.\left(-\dot{I}_{ngắn}\right) + B \Rightarrow A = \frac{B}{\dot{I}_{ngắn}} = \frac{\dot{U}_{hở}}{\dot{I}_{ngắn}} = Z_V$$

Nên ta được dạng phương trình trạng thái thứ nhất : $\dot{U} = Z_V.\dot{I} + \dot{U}_{hở}$ (6-4)

Xác định C, D :

Trường hợp khi ngắn mạch cửa :

$\dot{U} = 0$, $\dot{I} = \dot{I}_{ngắn}$ thay vào (6-3) ta có :

$\dot{I}_{ngắn} = C.0 + D \Rightarrow D = \dot{I}_{ngắn}$; D hoàn toàn được xác định với mạng 1 cửa có nguồn xác định.

Trường hợp khi hở mạch cửa :

$\dot{I} = 0$, $\dot{U} = -\dot{U}_{hở}$ thay vào (6-3) ta có :

$$0 = C.\left(-\dot{U}_{hở}\right) + D \Rightarrow C = \frac{D}{\dot{U}_{hở}} = \frac{\dot{I}_{bgắn}}{\dot{U}_{hở}} = Y_V = \frac{1}{Z_V}$$

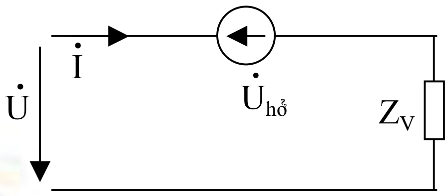
Ta được dạng phương trình trạng thái thứ hai : $\dot{I} = Y_V.\dot{U} + \dot{I}_{ngắn}$ (6-5)

<u>Sơ đồ tương đương và các định lý về mạng một cửa tuyến tính tích cực</u> :

Các phương trình trạng thái (6-4), (6-5) chỉ rõ có thể mô tả mạng 1 cửa tuyến tính có nguồn bằng hai sơ đồ mạng 1 cửa tương đương dưới đây :

<u>*Sơ đồ Thevenin - Định lý Thevenin*</u> *:* (Thevenin (1857-1926) Kỹ sư viễn thông Pháp) :

Phương trình trạng thái dạng (6-4) có dạng luật Kirhof 2, nó ứng với sơ đồ nối tiếp mạng 1 cửa không nguồn có tổng trở vào Z_V với nguồn áp $\dot{U}_{hở}$, $\dot{U} = Z_V.\dot{I} + \dot{U}_{hở}$ như hình vẽ (h.6-8)

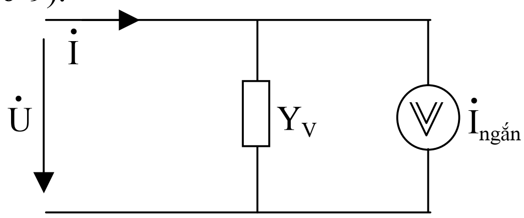


h.6-8

Trong đó Z_V là tổng trở vào của mạng 1 cửa không nguồn tương ứng tức là bỏ nguồn áp bằng cách nối tắt, bỏ nguồn dòng bằng cách cắt đứt mạch dòng trong sơ đồ mạng 1 cửa có nguồn sẽ được sơ đồ mạng 1 cửa không nguồn tương ứng. Từ đó có định lý Têvênin " Có thể thay tương đương một mạng 1 cửa tuyến tính có nguồn bằng một nguồn điện có Sđđ bằng điện áp trên hai cực khi hở mạch, nối nối tiếp với một tổng trở trong bằng tổng trở vào của mạng 1 cửa không nguồn tương ứng".

<u>*Sơ đồ Norton - Định lý Norton*</u> *:*

Từ dạng phương trình trạng thái (6-5) $\dot{I} = Y_V.\dot{U} + \dot{I}_{ngắn}$, có dạng định luật Kirhof 1 cho 3 dòng điện $\dot{I}$, $Y_V.\dot{U}$, $\dot{I}_{ngắn}$, nó ứng với sơ đồ nguồn dòng gồm nguồn dòng nối song song với tổng dẫn vào Y_V như hình vẽ (h.6-9).



h.6-9

Trong đó, $\dot{I}_{ngắn}$ chính là dòng ngắn mạch trên cửa, Y_V là tổng dẫn vào của mạng 1 cửa không nguồn tương ứng $Y_V = \dfrac{1}{Z_V}$.

Từ đó có định lý Norton (Norton 1898 Kỹ sư điện, Công ty điện thoại Bell - Mỹ) :

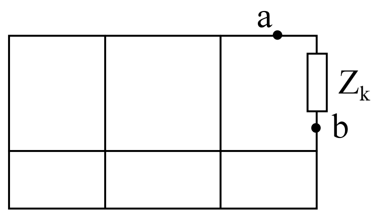
" Có thể thay thế mạng 1 cửa tuyến tính có nguồn bằng nguồn điện tương đương ghép bởi nguồn dòng bằng dòng điện ngắn mạch trên cửa nối song song với tổng dẫn vào Y_V của mạng 1 cửa không nguồn tương ứng.

Ta thấy hai sơ đồ trên là tương đương nhau, có thể biến đổi qua lại cho nhau, chọn dùng sơ đồ nào là tùy sự tiện lợi. Tất nhiên khi không nguồn : $\dot{I}_{ngắn} = 0$, $\dot{U}_{hở} = 0$ thì ta trở lại sơ đồ và phương trình mạng một cửa tuyến tính không nguồn đã xét.

Ứng dụng các phương trình trạng thái và sơ đồ tương đương của mạng một cửa tuyến tính có nguồn.

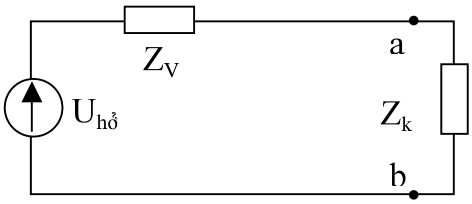
Khi gặp một mạch điện phức tạp có nhiều nhánh nhiều nút nhưng chỉ cần tìm áp hoặc dòng ở một nhánh nào đó thì vận dụng phương trình và sơ đồ Têvênin - Norton để tính toán sẽ được thuận lợi. Thật vậy ví dụ như ta cần tính dòng điện ở nhánh có tổng trở Z_k trong mạch như hình vẽ (h.6-10)

Nếu như theo các phương pháp đã học ta cần phải giải hệ 13 phương trình mới xác định được dòng $\dot{I}_k$ qua Z_k. Ứng dụng Têvênin (Nortơn) ta cắt nhánh cần quan tâm ra, phần còn lại của mạch sẽ là mạng một cửa với hai cực a, b để nối vào nhánh Z_k cần xét. Ta sẽ có được



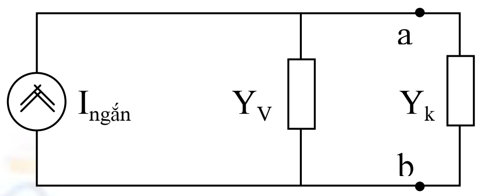
h.6-10

mạch điện đơn giản và tính được dòng : $\dot{I}_k = \dfrac{\dot{U}_{hở}}{Z_V + Z_K}$ (6-6)



h.6-11

Hoặc có thể dùng sơ đồ Nortơn như hình vẽ (h.6-12):



h.6-12

Từ sơ đồ ta tính được dòng qua Z_k là : $\dot{I}_k = \dot{I}_{ngắn} \dfrac{Z_V}{Z_V + Z_K}$ (6-7)

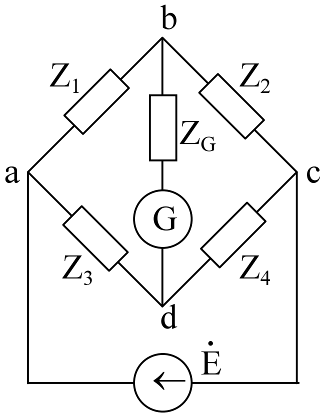
Từ đó có các bước tính dòng một nhánh theo phương pháp máy phát điện đẳng trị như sau :

Tính nguồn áp $\dot{U}_{hở}$ hoặc nguồn dòng $\dot{I}_{ngắn}$ của mạng một cửa đã tách ra khỏi nhánh cần xét.

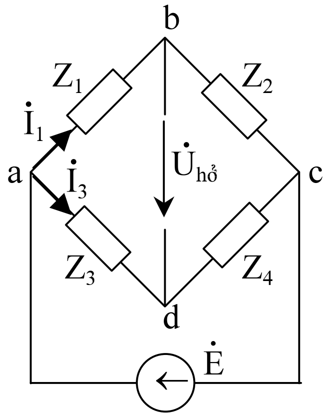
Tính tổng trở Z_V hoặc tổng dẫn Y_V của mạng một cửa không nguồn tương ứng (Từ mạng 1 cửa sau khi cắt nhánh cần xét ta ngắn mạch các nguồn áp và cắt mạch các nguồn dòng để có mạng 1 cửa không nguồn) nếu mạng một cửa đã biết cấu trúc, thông số thì dùng các cách biến đổi tương đương để xác định Z_V, Y_V nếu là hộp đen thì dùng các phương pháp đo lường để xác định $Z_V = z_V \langle \varphi ;\ Y_V = \dfrac{1}{Z_V} = y_V \langle -\varphi$

Cuối cùng tính dòng nhánh xét bằng công thức (6-6), (6-7).

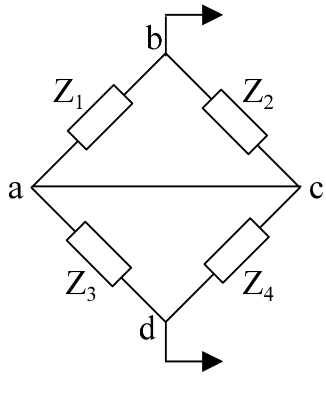
Ví dụ : Cho sơ đồ cầu như hình (h.6-13). Hãy tính dòng điện qua điện kế bằng phương pháp Têvênin



h.6-13



h.6-14



h.6-15

Ta quan tâm đến dòng qua điện kế $\dot{I}_G$ nên cắt nhánh Z_G ra tại hai cực b và d sẽ được mạng một cửa có nguồn như hình (h.6-14). Từ đó tính được : $\dot{U}_{hở} = \dot{U}_{bd}$

$$\dot{U}_{hở} = \dot{U}_{bd} = \dot{U}_{ad} - \dot{U}_{ab} = \dot{I}_3 Z_3 - \dot{I}_1 Z_1$$

$$\text{mà}: \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}}{Z_3 + Z_4}; \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z_{!} + Z_2}$$

$$\text{nên}: \dot{U}_{hở} = \frac{\dot{E} Z_3}{Z_3 + Z_4} - \frac{\dot{E} Z_1}{Z_{!} + Z_2} = \dot{E}\left[\frac{Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}\right]$$

Nối tắt nguồn áp E trong sơ đồ (h.6-14) ta được sơ đồ (h.6-15) dùng để tính tổng trở vào. Từ hai cực b, d nhìn vào mạch ta xác định được tổng trở tương đương:

$$Z_V = (Z_1//Z_2) \text{ nt } (Z_3//Z_4)$$

$$Z_V = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4} = \frac{Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}$$

Theo (6-6) ta tính được dòng điện qua điện kế :

$$\dot{I}_G = \frac{\dot{U}_{hở}}{Z_V + Z_G} = \dot{E}\left[\frac{Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}\right] \frac{1}{Z_G + \dfrac{Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}}$$

$$\dot{I}_G = \dot{E}\left[\frac{Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}\right] \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}{Z_G (Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4) + Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)}$$

$$\dot{I}_G = \dot{E}\left[\frac{Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4)}{Z_G (Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4) + Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)}\right]$$

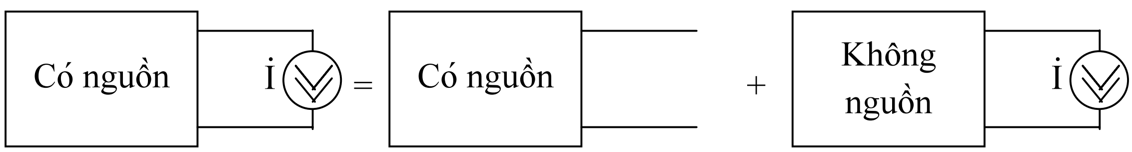
Qua biểu thức $\dot{I}_G$ ta thấy cầu sẽ cân bằng (tức $\dot{I}_G = 0$) khi $\dot{U}_{hở} = 0$ tức là khi :

$Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4) = 0 \rightarrow Z_3Z_2 - Z_1Z_4 = 0$ hoặc $\dfrac{Z_1}{Z_3} = \dfrac{Z_2}{Z_4}$ (6-8)

Vậy để cầu cân bằng thì phải thỏa mãn (6-8).

Có thể vận dụng định lý Têvênin - Nortơn để tính dòng trong tất cả các nhánh

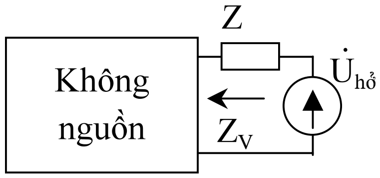
Để chứng minh điều đó theo định lý bù ta thay một nhánh bất kỳ bằng một nguồn dòng $\dot{I}$ như hình (h.6-16). Theo tính chất xếp chồng, dòng trong mỗi nhánh bất kỳ của mạch điện trong (h.6-16) sẽ là tổng hai thành phần do các nguồn trong mạng một cửa (h.6 - 17) gây ra cộng với do nguồn dòng $\dot{I}$ (h.6-18) gây ra.



h.6-16 h.6-17 h.6-18

Chú ý khi tính các dòng gây ra bởi các nguồn bên trong mạng một cửa (h6-17) cần ngắt mạch nguồn dòng $\dot{I}$.

Khi xét riêng nguồn dòng $\dot{I}$ (h.6-18) ta có nguồn dòng $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}_{hở}}{Z_V + Z}$ ở đây $\dot{U}_{hở}$ là áp hở mạch ở (h.6-17), Z_V tính từ sơ đồ hình (h.6-17) nhưng loại bỏ các nguồn bên trong, Z là tổng trở nhánh ta cắt để thay thế bằng nguồn dòng. Vì $\dot{U}_{hở} = \dot{I}(Z_V + Z)$ nên ta có thể thay nguồn dòng $\dot{I}$ bằng nguồn áp $\dot{U}_{hở}$ như hình (h.6-19) để tính.



h.6-19

Các bước tính toán như sau :

Cắt hở mạch một nhánh bất kỳ, tìm các dòng gây bởi các nguồn trong mạch, đồng thời tính $\dot{U}_{hở}$.

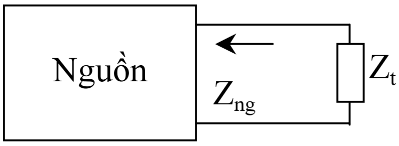
Triệt tiêu các nguồn trong mạch, đặt vào nhánh đã cắt Sđđ $\dot{U}_{hở}$ sau đó tính dòng do nó gây ra trong các nhánh của mạch.

Cộng đại số các dòng thành phần trong mỗi nhánh ứng với hai trường hợp ta được các dòng điện.

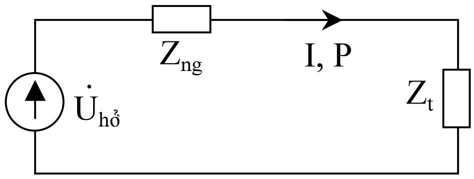
Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng một cửa

Cho mạng một cửa có nguồn cung cấp cho một tải có thể biến động Z_t. Xác định điều kiện tải Z_t cần thỏa mãn để mạng một cửa đưa được đến tải công suất cực đại.

Hệ thống được mô tả như hình (h.6-20a)



h.6-20a



h.6-20b

Theo định lý Thevenin ta thay mạng một cửa bằng một nguồn tương đương $\dot{U}_{hở}$, Z_{ng} , ở đây Z_{ng} là tổng trở vào mạng một cửa. Nói chung : $Z_{ng} = r_{ng} + jx_{ng}$ ta được sơ đồ hình (h.6-20b) với $Z_t = r_t + jx_t$.

Công suất đưa đến tải bằng : $P = r_t.I_t^2 = r_t\dfrac{U_{hở}^2}{z^2} = U_{hở}^2\dfrac{r_t}{(r_t + r_{ng})^2 + (x_t + x_{ng})^2}$

Từ biểu thức của P thấy rằng muốn đưa đến tải công suất lớn nhất cần có hai điều kiện :

Thỏa mãn : $x_{ng} + x_t = 0 \rightarrow x_{ng} = -x_t$

Thỏa mãn : $\dfrac{r_t}{(r_{ng} + r_t)^2}$ lớn nhất.

Vì r_{ng} = const nên điều kiện (b) được thỏa mãn khi : $\dfrac{d}{dr_t}\left[\dfrac{r_t}{(r_{ng} + r_t)^2}\right] = 0 \rightarrow$ giải ra ta được $r_{ng} = r_t$.

Viết gộp hai điều kiện dưới dạng phức : $r_{ng} + jx_{ng} = r_t - jx_t$ hay $Z_{ng} = \hat{Z}_t$ (6-9)

Khi điều kiện này thỏa mãn thì công suất đưa ra đến tải sẽ cực đại và bằng :

$$P = \frac{U_{hở}^2.r_t}{(r_{ng} + r_t)^2} = \frac{U_{hở}^2.r_t}{(2.r_t)^2} = \frac{U_{hở}^2}{4}$$

Lúc này hiệu suất truyền tải năng lượng từ nguồn điện tương đương đến tải bằng :

$$\eta = \frac{P}{P_{ng}} = \frac{r_t I^2}{(r_{ng} + r_t)I^2} = \frac{r_t}{2r_t} = 0{,}5$$

Từ công thức cho thấy sẽ có hiệu suất cao hơn khi $r_t > r_{ng}$. Khi công suất truyền đến tải đạt lớn nhất thì hiệu suất đạt được rất nhỏ. Cần nắm rõ đặc điểm này để tùy trường hợp yêu cầu cụ thể mà cân đối lựa chọn giữa hai mặt. Ví dụ như khi truyền tín hiệu thông tin, khi thiết kế các bộ khuếch đại công suất nhỏ, khi phát tín hiệu có công suất nhỏ, ta quan tâm sao cho công suất phát ra là cực đại còn không lưu tâm đến hiệu suất.

Trên thực tế Z_t và Z_{ng} thường không tự thỏa mãn quan hệ (6-9), vì vậy để thỏa mãn điều kiện đó ta phải nối thêm giữa nguồn và tải một bộ phận trung gian có thông số thích hợp để tạo quan hệ trên. Việc làm như vậy gọi là hòa hợp nguồn với tải.

Đặc tính tần mạng một cửa thuần kháng gồm L-C nối song song nhau (Fostơ song song)

Nhánh L-C nối song song nhau được Fostơ đưa ra gọi là sơ đồ Fostơ.

Đặc tính tần nhánh L_k- C_k :

Biểu thức : Vì L_k nối tiếp với C_k nên tổng trở của nhánh L_k-C_k bằng :

$Z_k(\omega) = j\omega L_k + \dfrac{1}{j\omega L_k}$ (6-10) chia cả tử và mẫu cho L_kC_k ta được :

$Z_k(\omega) = L_k \dfrac{(j\omega)^2 + \dfrac{1}{L_kC_k}}{j\omega}$. Trong đó : $\dfrac{1}{L_kC_k}$ là bình phương tần số cộng hưởng áp của nhánh L_k-C_k, ở tần số này tổng trở $Z_k(\omega) = 0 \rightarrow$ ta gọi đó là điểm không của tổng trở và đương nhiên đó là điểm cực của tổng dẫn (điểm có tần số làm cho tổng dẫn $Y_k(\omega) = \propto$). Qui ước đánh số những điểm zêro của hàm tổng dẫn $Y_k(\omega)$ bằng chỉ số lẻ từ thấp đến cao $\omega_1, \omega_3, ..., \omega_{2n-1}$ và các điểm cực của nó bằng các chỉ số chẵn : $\omega_2, \omega_4, ..., \omega_{2n}$. Với nhánh thứ k có điểm cực của tổng dẫn $\omega_{2k}^2 = \dfrac{1}{L_kC_k}$

Vậy nó được đặc trưng bởi điểm cực ω_{2k} và một trong hai hệ số L_k, C_k .

Ta kí hiệu : $\dfrac{1}{L_k} = N_k, ..., \dfrac{1}{L_1} = N_1, ...$ $j\omega$ kí hiệu là S

$$Z_k(j\omega) = Z_k(S) = L_k \frac{S^2 + \omega_{2k}^2}{S} \quad (6\text{-}10)$$

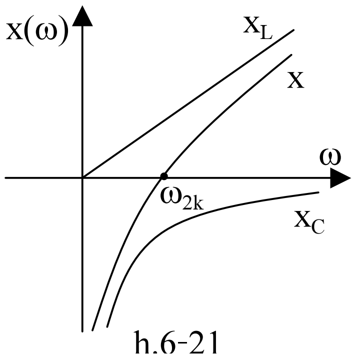
$$Y_k(S) = \frac{1}{Z_k(S)} = \frac{1}{L_k}\frac{S}{S^2 + \omega_{2k}^2} = N_k \frac{S}{S^2 + \omega_{2k}^2} \quad (6\text{-}11)$$

$$Y_k(\omega) = jN_k \frac{\omega}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} \quad (6\text{-}12)$$

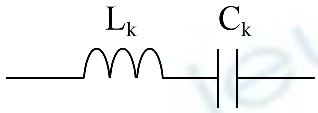
Vẽ đặc tính của Z(ω), Y(ω) :

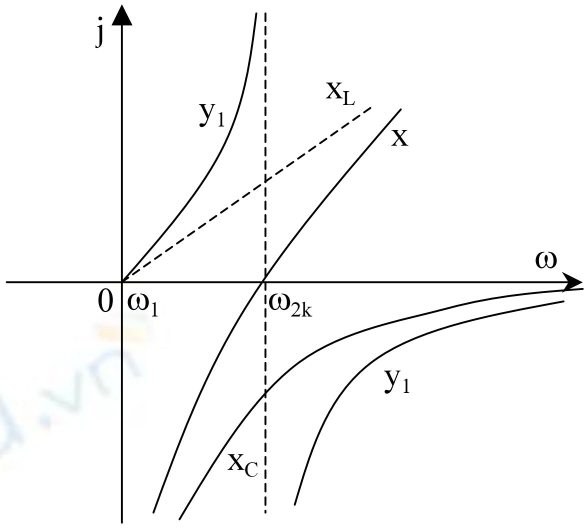
Vì thuần kháng nên $Z(\omega) = jx(\omega) = j[x_L(\omega) - x_C(\omega)]$

Đường x(ω) như hình (h.6-21) từ đó dựa vào công thức $Y(\omega) = y(\omega) = \dfrac{1}{x(\omega)}$ vẽ đường y(ω) như hình (h.6-22)



h.6-21





h.6-22

Ta thấy :

Tổng dẫn Y(ω) thuần kháng là một hàm giá trị ảo của biến ω

Hàm Y(ω) mọi nhánh đều triệt tiêu ở $\omega_1 = 0$ và $\omega = \infty$, mỗi nhánh đều có riêng một điểm cực $\omega_{2k} = \dfrac{1}{\sqrt{L_k C_k}}$ ở tần số thấp $\omega < \omega_{2k}$ nhánh có tính dung với $Y_k(\omega) > 0$, ở tần số cao $\omega > \omega_{2k}$ nhánh có tính cảm với $Y_k(\omega) < 0$.

$Z_k = jx_k \rightarrow z = x_k \rightarrow z(\omega)$ là nghịch đảo của y(ω) nên mọi nhánh đều có tổng trở vô cùng lớn ở ω_1 và ω_∞ và mỗi nhánh đều có điểm zêro riêng của tổng trở là ω_{2k}

Z(ω) của nhánh thuần kháng là hàm giá trị ảo của tần số

Z(ω) luôn tăng theo tần số như hình (h.6-22).

<u>Đặc tính tần của sơ đồ L-C nối song song</u> : (gọi là Fostơ song song)

Biểu thức : Nếu sơ đồ gồm n nhánh L-C song song thì hàm tổng dẫn có dạng :

$$Y(S) = \sum_1^n Y_k$$

$$Y(S) = N_1 \frac{S}{S^2 + \omega_2^2} + N_2 \frac{S}{S^2 + \omega_4^2} + \ldots = \sum_1^n N_k \frac{S}{S^2 + \omega_{2k}^2} \quad (6-13)$$

$$\text{hoặc : } Y(S) = j\omega \sum_1^n N_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} \quad (6-14)$$

Qui đồng mẫu số cho (6-13) rồi cộng lại ta được một phân thức đối với biến S. Mẫu thức là một đa thức bậc n đối với biến S^2. Sắp xếp lại tử thức nó sẽ có dạng tích của S với một đa thức có bậc (n-1) đối với S^2. Hệ số của S^2 trong mẫu thức và tử thức đều dương và thực.

Với nhận xét đó, có thể viết hàm Y(S) Fostơ song song dưới dạng phân thức hữu tỉ đối với S^2 (bậc chẵn đối với S).

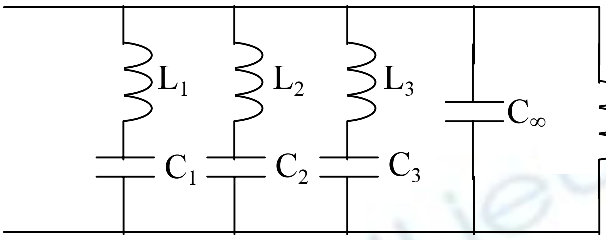
$$Y(s) = s\frac{a_{2n-2}s^{2n-2} + a_{2n-4}s^{2n-4} + \ldots + a_0}{(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\ldots(s^2+\omega_{2n}^2)} \quad (6\text{-}15)$$

hoặc $$Y(s) = s\frac{a_{2n-2}s^{2n-2} + a_{2n-4}s^{2n-4} + \ldots + a_0}{s^{2n} + b_{2n-2}s^{2n-2} + \ldots + b_2 s^2 + b_0} \quad (6\text{-}16)$$

Trong đó các hệ số a, b có quan hệ với N_k :

$$a_{2n-2} = \sum_1^n N_k;\; a_0 = \sum_1^n N_k \frac{\omega_2^2\omega_4^2\ldots\omega_{2k}^2}{\omega_{2k}^2};\quad b_0 = \omega_2^2\omega_4^2\ldots\omega_{2n}^2$$

Ngoài những nhánh đủ L_k - C_k sơ đồ còn có thể thêm một nhánh thuần cảm kí hiệu L_0 (lấy chỉ số 0 vì điện dẫn nhánh này $Y_0 = \dfrac{1}{j\omega L_0}$ có cực ở $\omega_0 = 0$, và thêm một nhánh thuần dung kí hiệu C_∞ (vì cực của điện dẫn $Y_\infty = j\omega C_\infty$ ở $\omega_\infty = \infty$). Đó là những nhánh thiếu và ngoại lệ như hình vẽ (6-23)



h.6-23

Lúc đó đặc tính tần có dạng :

$$Y(s) = s\sum_1^n N_k \frac{1}{s^2+\omega_{2k}^2} + \frac{N_0}{s} + sC_\infty \quad (6\text{-}17)$$

Trong đó : $N_0 = \dfrac{1}{L_0}$

$$Y(\omega) = j\omega\sum_1^n \frac{N_k}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} - j\frac{N_0}{\omega} + j\omega C_\infty \quad (6\text{-}18)$$

Phân tích các đặc tính tần trên ta thấy hàm tổng dẫn Fostơ thuần kháng song song có những tính chất sau :

Với sơ đồ Fostơ song song gồm những nhánh đủ hoặc có thêm nhánh thuần cảm thì tử thức kém mẫu thức một bậc đối với biến s. Riêng khi có thêm nhánh thuần dung thì tử thức cao hơn mẫu thức một bậc. Nói chung bậc tử thức và mẫu thức luôn sai khác nhau không quá một bậc đối với biến s.

Tử thức và mẫu thức là những đa thức hệ số dương, thực đối với biến s (s = jω). Trường hợp ấy nghiệm mẫu thức là những số thực âm $s^2 = -\omega_2^2; s^2 = -\omega_4^2\ldots$(hoặc $s = \pm j\omega_2, \pm j\omega_4, \ldots$). Đó là những điểm cực của hàm tổng dẫn.

Suy ra nghiệm của tử thức đối với s cũng là những số thực âm : $-\omega_1^2, -\omega_3^2, \ldots$ Đó là những điểm zêro của hàm tổng dẫn Y(s).

$$Y(s) = sa_{2n-2}\frac{(s^2+\omega_1^2)(s^2+\omega_3^2)\ldots(s^2+\omega_{2n-1}^2)}{(s^2+\omega_2^2)(s^2+\omega_4^2)\ldots(s^2+\omega_{2n}^2)} \quad (6\text{-}19)$$

Nên chú ý :

$s^2 = (j\omega)^2 = -\omega^2, s^6 = -\omega^6, s^{10} = -\omega^{10}\ldots$ và $s^4 = \omega^4, s^8 = \omega^8, \ldots, s^{2n} = \omega^{2n}$ khi chuyển sang với biến ω thì đặc tính tần Y(ω) là một hàm giá trị ảo của tần số ω với mẫu và tử thức là những đa thức đan dấu.