

TS. NGUYỄN HỮU CÔNG

KỸ THUẬT ĐO LƯỜNG

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LỜI GIỚI THIỆU

Quyển sách này nhằm mục đích cung cấp kiến thức cơ bản về thiết bị và phương pháp đo lường các đại lượng điện. Nội dung giáo trình phục vụ cho sinh viên các ngành Điện - Điện tử - Máy tính của các trường đại học. Đồng thời cũng giúp ích cho sinh viên các chuyên ngành khác và các cán bộ kỹ thuật có quan tâm đến lĩnh vực đo điện.

Khi viết giáo trình này chúng tôi có tham khảo kinh nghiệm của các nhà giáo đã giảng dạy nhiều năm ở các trường đại học, đồng thời đã cập nhật những nội dung mới, vừa đáp ứng yêu cầu nâng cao chất lượng đào tạo phục vụ sự nghiệp công nghiệp hoá - hiện đại hoá, vừa đảm bảo tính sát thực của các thiết bị đo cũng như phương pháp đo mà các cán bộ kỹ thuật đang vận hành trong thực tế.

Tuy các tác giả đã có nhiều cố gắng khi biên soạn, nhưng giáo trình sẽ không tránh khỏi những khiếm khuyết. Chúng tôi mong nhận được sự đóng góp ý kiến của quý đồng nghiệp và các bạn sinh viên để giáo trình này được hoàn thiện.

Sau hết chúng tôi xin chân thành cảm ơn sự đóng góp đáng kể của Thạc sỹ Nguyễn Văn Chí, cảm ơn Khoa Điện tử, Trường Đại học Kỹ thuật Công nghiệp, Đại học Thái Nguyên đã giúp đỡ và tạo điều kiện cho chúng tôi hoàn thành quyển sách này.

Tác giả

Chương 1

KHÁI NIỆM CHUNG VỀ ĐO LƯỜNG

1.1. Định nghĩa và phân loại thiết bị

1.1.1. Định nghĩa

Đo lường là một quá trình đánh giá định lượng đối tượng cần đo để có kết quả bằng số so với đơn vị.

Với định nghĩa trên thì đo lường là quá trình thực hiện ba thao tác chính: Biến đổi tín hiệu và tin tức.

- So sánh với đơn vị đo hoặc so sánh với mẫu trong quá trình đo lường.

- Chuyển đơn vị, mã hoá để có kết quả bằng số so với đơn vị.

Căn cứ vào việc thực hiện các thao tác này ta có các phương pháp và hệ thống đo khác nhau.

Thiết bị đo và thiết bị mẫu

Thiết bị đo là một hệ thống mà đại lượng đo gọi là lượng vào, lượng ra là đại lượng chỉ trên thiết bị (là thiết bị đo tác động liên tục) hoặc là con số kèm theo đơn vị đo (thiết bị đo hiện số). Đôi khi lượng ra không hiển thị trên thiết bị mà đưa tới trung tâm tính toán để thực hiện các Algorithm kỹ thuật nhất định.

- Thiết bị mẫu dùng để kiểm tra và hiệu chỉnh thiết bị đo và đơn vị đo.

Theo quy định hiện hành thiết bị mẫu phải có độ chính xác lớn hơn ít nhất hai cấp so với thiết bị kiểm tra.

Ví dụ: Muốn kiểm định công tơ cấp chính xác 2 thì bàn kiểm định công tơ phải có cấp chính xác ít nhất là 0,5.

1.1.2. Phân loại

1.1.2.1. Thiết bị đo lường

Có nhiều cách phân loại song có thể chia thiết bị đo lường thành hai loại chính là thiết bị đo chuyển đổi thẳng và thiết bị đo kiểu so sánh.

Thiết bị đo chuyển đổi thẳng

Đại lượng cần đo đưa vào thiết bị dưới bất kỳ dạng nào cũng được biến thành góc quay của kim chỉ thị. Người đo đọc kết quả nhờ thang chia độ và những quy ước trên mặt thiết bị, loại thiết bị này gọi là thiết bị đo cơ điện. Ngoài ra lượng ra còn có thể biến đổi thành số, người đo đọc kết quả rồi nhân với hệ số ghi trên mặt máy hoặc máy tự động làm việc đó, ta có thiết bị đo hiện số.

Thiết bị đo kiểu so sánh

Thiết bị so sánh cũng có thể là chỉ thị cơ điện hoặc là chỉ thị số. Tùy theo cách so sánh và cách lập đại lượng bù (bộ mã hoá số tương tự) ta có các thiết bị so sánh khác nhau như: thiết bị so sánh kiểu tự động (đại lượng đo x và đại lượng bù x_u luôn biến đổi theo nhau); thiết bị so sánh kiểu quét (đại lượng bù x_u biến thiên theo một quy luật thời gian nhất định và sự cân bằng chỉ xảy ra tại một thời điểm trong chu kỳ).

Ngoài ra cũng căn cứ vào việc lập đại lượng bù người ta chia thành dụng cụ mã hoá số xung, tần số xung, thời gian xung. Căn cứ vào điều kiện cân bằng người ta chia thành dụng cụ bù không lệch (zero) và dụng cụ bù có lệch (vi sai).

Căn cứ vào quan hệ giữa lượng ra và lượng vào, người ta chia thành: thiết bị đo trực tiếp (đại lượng ra biểu thị trực tiếp đại lượng vào), thiết bị đo gián tiếp (đại lượng ra liên quan tới nhiều đại lượng vào thông qua những biểu thức toán học xác định), thiết bị đo kiểu hợp bộ (nhiều đại lượng ra liên quan tới nhiều đại lượng vào thông qua các phương trình tuyến tính).

1.1.2.2. Chuyển đổi đo lường

Có hai khái niệm:

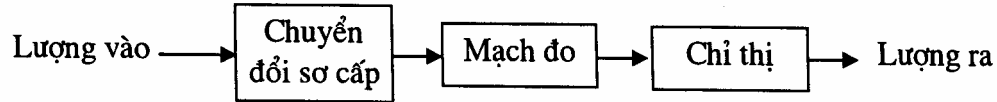
- Chuyển đổi chuẩn hoá: Có nhiệm vụ biến đổi một tín hiệu điện phi tiêu chuẩn thành tín hiệu điện tiêu chuẩn (thông thường $U = 0 \div 10V$; $I = 4 \div 20mA$).

Với loại chuyển đổi này chủ yếu là các bộ phân áp, phân dòng, biến điện áp, biến dòng điện, các mạch khuếch đại... đã được nghiên cứu kỹ ở các giáo trình khác nên ta không xét.

- Chuyển đổi sơ cấp (S: Sensor): Có nhiệm vụ biến một tín hiệu không điện sang tín hiệu điện, ghi nhận thông tin giá trị cần đo. Có rất nhiều loại chuyển đổi sơ cấp khác nhau như: chuyển đổi điện trở, điện cảm, điện dung, nhiệt điện, quang điện...

1.1.2.3. Tổ hợp thiết bị đo

Với một thiết bị cụ thể (một kênh):



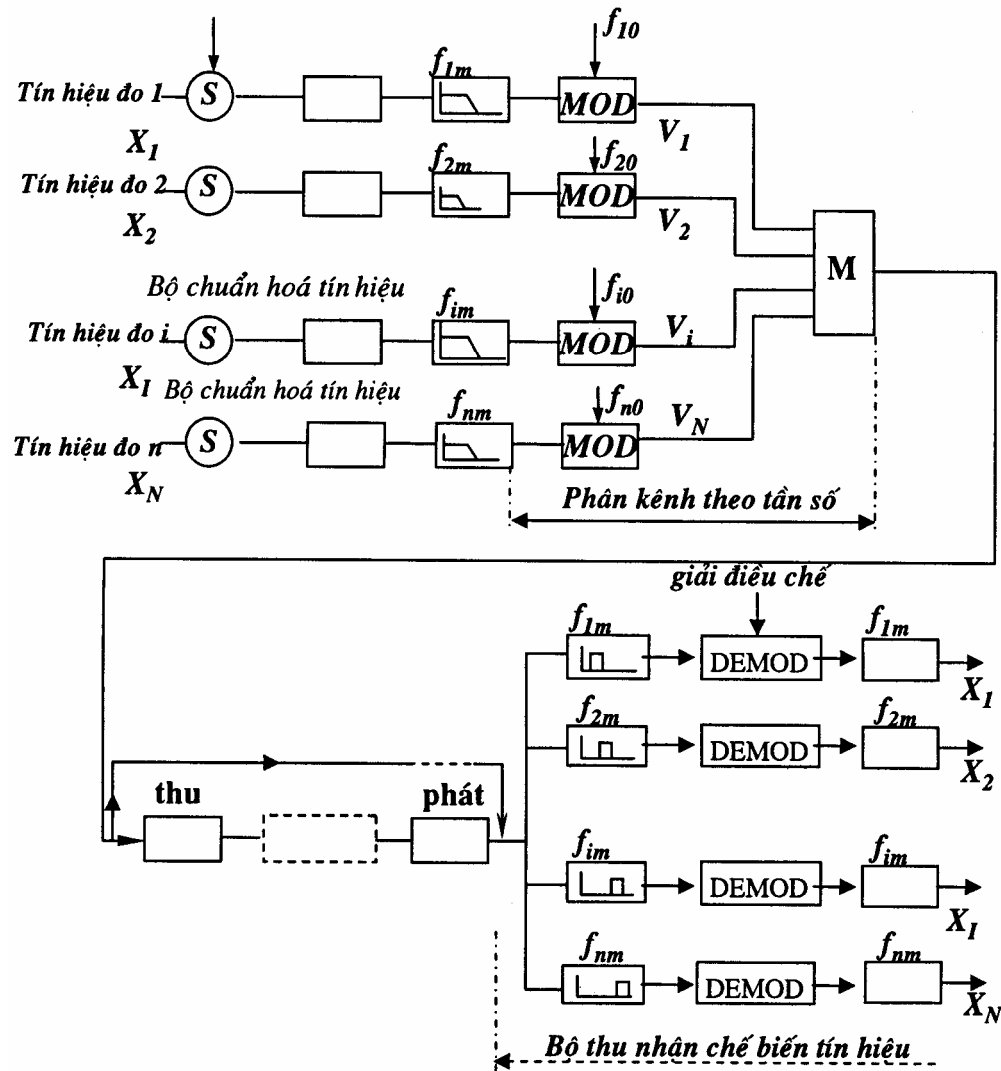
Hình 1.1. Cấu trúc hệ thống đo một kênh

- + Chuyển đổi đo lường: biến tín hiệu cần đo thành tín hiệu điện.
- + Mạch đo: thu nhận, xử lý, khuếch đại thông tin.... bao gồm: nguồn, các mạch khuếch đại, các bộ biến thiên A/D, D/A, các mạch phụ...
- + Chỉ thị: thông báo kết quả cho người quan sát, thường gồm chỉ thị số và chỉ thị cơ điện, chỉ thị tự ghi, v.v...

1.1.2.4. Với hệ thống đo lường nhiều kênh

Trường hợp cần đo nhiều đại lượng, mỗi đại lượng đo ở một kênh, như vậy tín hiệu đo được lấy từ các sensor qua bộ chuyển đổi chuẩn hoá tới mạch điều chế tín hiệu ở mỗi kênh, sau đó sẽ đưa qua phân kênh (multiplexer) để được sắp xếp tuần tự truyền đi trên cùng một hệ thống dẫn truyền. Để có sự phân biệt, các đại lượng đo trước khi đưa vào mạch phân kênh cần phải mã hoá hoặc điều chế (Modulation - MOD) theo tần số khác nhau (thí dụ như f_{10} , f_{20} ...) cho mỗi tín hiệu của đại lượng đo.

Tại nơi nhận tín hiệu lại phải giải mã hoặc giải điều chế (Demodulation - DEMOD) để lấy lại từng tín hiệu đo. Đây chính là hình thức đo lường từ xa (TElemetry) cho nhiều đại lượng đo.



Hình 1.2. Hệ thống đo lường nhiều kênh

1.2. Sơ đồ cấu trúc thiết bị đo lường

1.2.1. Hệ thống đo biến đổi thẳng

Trong hệ thống đo biến đổi thẳng, đại lượng vào x qua nhiều khâu biến đổi trung gian được biến thành đại lượng ra z . Quan hệ giữa z và x có thể viết:

$$z = f(x)$$

trong đó $f()$ là một toán tử thể hiện cấu trúc của thiết bị đo.

Trong trường hợp quan hệ lượng vào và lượng ra là tuyến tính ta có thể viết:

$$z = S.x \quad (1.1)$$

ở đây S gọi là độ nhạy tĩnh của thiết bị.

- Nếu một thiết bị gồm nhiều khâu nối tiếp thì quan hệ giữa lượng vực và lượng ra có thể viết:

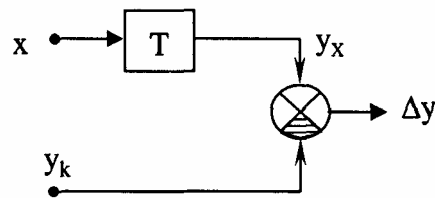
$$z = \prod_{i=1}^n S_i . x \quad (1-2)$$

trong đó S_i là độ nhạy của khâu thứ i trong thiết bị.

1.2.2. Hệ thống đo kiểu so sánh

Trong thiết bị đo kiểu so sánh đại lượng vào x thường được biến đổi thành đại lượng trung gian y_x qua một phép biến đổi T:

$$y_x = T.x.$$



Hình 1.3. Hệ thống đo kiểu so sánh

Sau đó y_x được so sánh với đại lượng bù y_k

Ta có: $\Delta y = y_x - y_k$

Có thể căn cứ vào thao tác so sánh để phân loại các phương pháp đo khác nhau.

1.2.2.1. Phân loại phương pháp đo căn cứ vào điều kiện cân bằng

a) Phương pháp so sánh kiểu cân bằng (Hình 1.4)

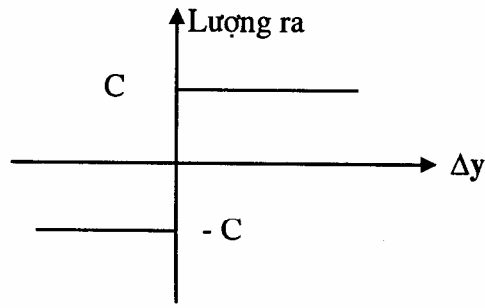
Trong phương pháp này, đại lượng vào so sánh: $y_x = \text{const}$; đại lượng bù $y_k = \text{const}$.

Tại điểm cân bằng:

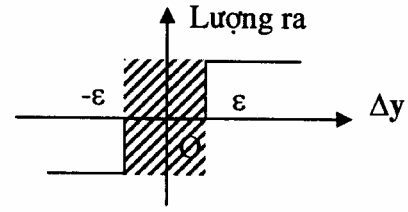
$$\Delta y = y_x - y_k \rightarrow 0.$$

b) Phương pháp so sánh không cân bằng (Hình 1.5)

Cũng giống như trường hợp trên song $\Delta y \rightarrow \varepsilon \neq 0$



Hình 1.4. Phương pháp so sánh cân bằng



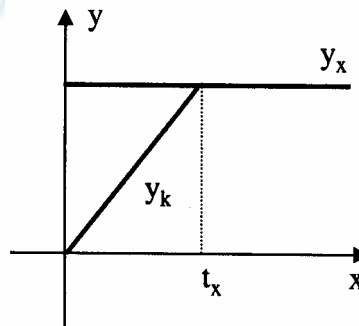
Hình 1.5. Phương pháp so sánh không cân bằng

1.2.2.2. Phân loại phương pháp đo căn cứ vào cách tạo điện áp bù

a) Phương pháp mã hoá thời gian

Trong phương pháp này đại lượng vào $y_x = \text{const}$ còn đại lượng bù y_k cho tăng tỉ lệ với thời gian t :

$$y_k = y_0 \cdot t \quad (y_0 = \text{const})$$



Hình 1.6. Phương pháp mã hóa thời gian

Tại thời điểm cân bằng $y_x = y_k = y_0 \cdot t_x$

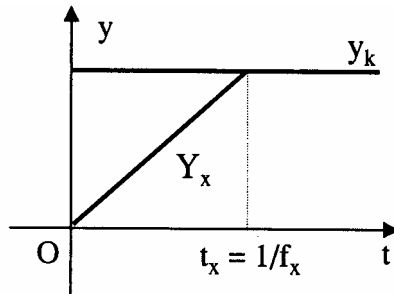
$$\Rightarrow t_x = \frac{y_x}{y_0} \quad (1-3)$$

Đại lượng cần đo y_x được biến thành khoảng thời gian t_x ở đây phép so sánh phải thực hiện một bộ ngưỡng

$$\Delta y = \text{sign}(y_x - y_k) = \begin{cases} 1 & y_x \geq y_k \\ 0 & y_x < y_k \end{cases}$$

b) Phương pháp mã hoá tần số xung

Trong phương pháp này đại lượng vào y_x cho tăng tỉ lệ với đại lượng cần đo x và khoảng thời gian t : $y_x = x.t$, còn đại lượng bù y_k được giữ không đổi.



Hình 1.7. Phương pháp mã hoá tần số xung

Tại điểm cân bằng có:

$$y_x = x.t_x = y_k = \text{const}$$

$$f_x = 1/t_x = x/y_k. \tag{1-4}$$

Đại lượng cần đo x đã được biến thành tần số f_x . Ở đây phép so sánh cũng phải thực hiện một bộ ngưỡng.

$$\Delta y = \text{sign}(y_k - y_x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } y_k \geq y_x \\ 0 & \text{nếu } y_k < y_x \end{cases}$$

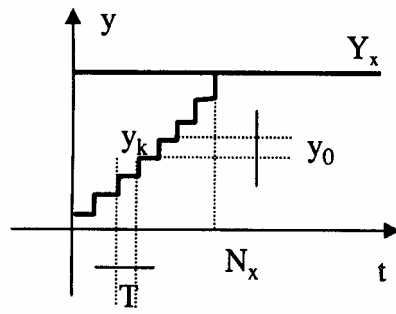
c) Phương pháp mã hoá số xung

Trong phương pháp này đại lượng vào $y_x = \text{const}$, còn đại lượng bù y_k cho tăng tỉ lệ với thời gian t theo quy luật bậc thang với những bước nhảy không đổi gọi là bước lượng tử.

$T = \text{const}$ còn gọi là xung nhịp.

Ta có:

$$y_k = y_0 \sum_{i=1}^n 1(t-iT) \tag{1-5}$$



Hình 1.8. Phương pháp mã hoá số xung

Tại điểm cân bằng đại lượng vào y_x được biến thành con số N_x

$$y_x \approx N_x \cdot y_0 \quad (1-6)$$

Để xác định được điểm cân bằng, phép so sánh cũng phải thực hiện một bộ ngưỡng:

$$\Delta y = \text{sign}(y_x - y_k) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } y_x \geq y_k \\ 0 & \text{nếu } y_x < y_k \end{cases}$$

Ngoài ra còn phương pháp mã hoá số xung ngược, phương pháp đếm xung, phương pháp trùng phùng.

1.3. Các đặc tính của thiết bị đo

1.3.1. Độ nhạy, độ chính xác và các sai số của thiết bị đo

1.3.1.1. Độ nhạy và ngưỡng độ nhạy

Ta biết phương trình cơ bản của thiết bị đo là $z = f(x)$. Để có một sự đánh giá về quan hệ giữa lượng vào và lượng ra của thiết bị đo, ta dùng khái niệm về độ nhạy của thiết bị:

$$S = \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (1-7)$$

trong đó: Δz là biến thiên của lượng ra và Δx là biến thiên của lượng vào.

Nói chung S là một hàm phụ thuộc x nhưng trong phạm vi Δx đủ nhỏ thì S là một hằng số. Với thiết bị có quan hệ giữa lượng vào và lượng ra là tuyến tính, ta có thể viết: $z = S \cdot x$, lúc đó S gọi là độ nhạy tĩnh của thiết

bị đo.

Trong trường hợp thiết bị đo gồm nhiều khâu biến đổi nối tiếp thì độ nhạy được tính $S = \prod_{i=1}^n S_i$, với S_i là độ nhạy của khâu thứ i trong thiết bị.

Theo lý thuyết khi xét tới quan hệ giữa z và x thì x có thể nhỏ bao nhiêu cũng được, song trên thực tế khi $\Delta x < \varepsilon$ nào đó thì Δz không thể thấy được.

Ví dụ 1.1: Khi phụ tải tiêu thụ qua một công tơ một pha 10A nhỏ hơn 10W (chẳng hạn) thì công tơ không quay nữa.

Nguyên nhân của hiện tượng này rất phức tạp, có thể do ma sát, do hiện tượng trễ... ε được gọi là ngưỡng độ nhạy của thiết bị đo.

Có thể quan niệm ngưỡng độ nhạy của thiết bị đo là giá trị nhỏ nhất mà thiết bị đo có thể phân biệt được.

Tuy nhiên ngưỡng độ nhạy của các thiết bị đo khác nhau rất khác nhau nó chưa đặc trưng cho tính nhạy của thiết bị. Vì vậy để so sánh chúng với nhau người ta phải xét tới quan hệ giữa ngưỡng độ nhạy và thang đo của thiết bị.

Thang đo (D) là khoảng từ giá trị nhỏ nhất tới giá trị lớn nhất tuân theo phương pháp đo lường của thiết bị

$$D = x_{\max} - x_{\min} \quad \{ x_{\min} \text{ thường} = 0 \}.$$

Từ đó đưa ra khái niệm về khả năng phân ly của thiết bị đo:

$$R = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\varepsilon}$$

và so sánh các R với nhau.

1.3.1.2. Độ chính xác và các sai số của thiết bị đo

- Độ chính xác là tiêu chuẩn quan trọng nhất của thiết bị đo.. Bất kỳ một phép đo nào đều có sai lệch so với đại lượng đúng

$$\delta_i = x_i - x_d$$

trong đó x_i là kết quả của lần đo thứ

x_d là giá trị đúng của đại lượng đo

δ_i là sai lệch của lần đo thứ i

- Sai số tuyệt đối của một thiết bị đo được định nghĩa là giá trị lớn nhất của các sai lệch gây nên bởi thiết bị trong khi đo:

$$\Delta x = \max[\delta_i].$$

- Sai số tuyệt đối chùn đánh giá được tính chính xác và yêu cầu công nghệ của thiết bị đo. Thông thường độ chính xác của một phép đo hoặc một thiết bị đo được đánh giá bằng sai số tương đối:

+ Với một phép đo, sai số tương đối được tính

$$\beta = \frac{\Delta x}{x} \text{ với } x \text{ là giá trị đại lượng đo.}$$

+ Với một thiết bị đo, sai số tương đối được tính

$$\gamma = \frac{\Delta x}{D}.$$

Giá trị, $\gamma\%$ gọi là sai số tương đối quy đổi dùng để sắp xếp các thiết bị đo thành các cấp chính xác.

Theo quy định hiện hành của nhà nước, các dụng cụ đo cơ điện có cấp chính xác: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; và 4.

Thiết bị đo số có cấp chính xác: 0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1.

Khi biết cấp chính xác của một thiết bị đo ta có thể xác định được sai số tương đối quy đổi và suy ra sai số tương đối của thiết bị trong các phép đo cụ thể.

Ta có:

$$\beta = \gamma \cdot \frac{D}{x} \tag{1-8}$$

trong đó γ là sai số tương đối của thiết bị đo, phụ thuộc cấp chính xác và không đổi nên sai số tương đối của phép đo càng nhỏ nếu D/x dần đến 1.

Vì vậy khi đo một đại lượng nào đó cố gắng chọn D sao cho: $D \approx x$.

1.3.2. Điện trở vào và tiêu thụ công suất của thiết bị đo

Thiết bị đo phải thu năng lượng từ đối tượng đo dưới bất kì hình thức

nào để biến thành đại lượng đầu ra của thiết bị. Tiêu thụ năng lượng này thể hiện ở phản tác dụng của thiết bị đo lên đối tượng đo gây ra những sai số mà ta thường biết được nguyên nhân gọi là sai số phụ về phương pháp. Trong khi đo ta cố gắng phân đấu sao cho sai số này không lớn hơn sai số cơ bản của thiết bị.

- Với các thiết bị đo cơ học sai số chủ yếu là phản tác dụng của chuyển đổi. Với các thiết bị đo dòng áp, sai số này chủ yếu là do ảnh hưởng của tổng trở vào và tiêu thụ công suất của thiết bị.

Tồn hao năng lượng với mạch đo dòng áp là:

$$\Delta P_A = R_A \cdot I^2.$$

$$\Delta P_U = U^2 / R_V.$$

Vậy ta tạm tính sai số phụ do ảnh hưởng của tổng trở vào là:

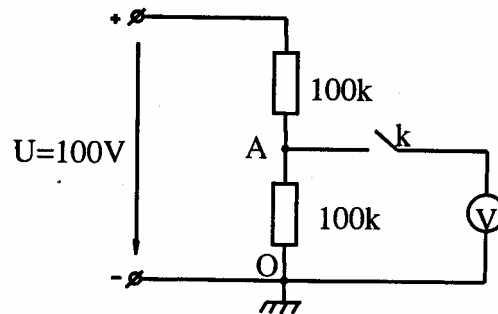
$$\gamma_I = R_A / R_t ; \quad \gamma_U = R_t / R_V$$

với R_A là điện trở của ampermet hoặc phần tử phản ứng với dòng;

R_V là điện trở của volmet hoặc phần tử phản ứng với áp;

R_t là điện trở tải.

Ví dụ 1.2: Phân tích sai số phụ khi đo áp trên Hình 1.9.



Hình 1.9. Ví dụ về sai số phụ

+ Giả sử cần kiểm tra điện áp U_{A0} .

Theo lý lịch $[U_{A0}] = 50 \pm 2$ (V).

+ Xét khi chưa đo (k mở), ta có ngay:

$$U_{A0} = 50 \text{ V.}$$

+ Xét khi đo (k đóng).

Giả sử $R_V = 100 \text{ k}\Omega$. Vậy điện áp đo được: $U_V = U_{A0} = 33,3 \text{ V}$.

Sai số từ 33 V trở lên 50 V chính là sai số phụ về phương pháp do ảnh hưởng điện trở của V sinh ra.

1.3.3. Các đặc tính động của thiết bị đo

Khi đo các đại lượng biến thiên ta phải xét đến đặc tính động của dụng cụ đo. Đặc tính động của dụng cụ đo thể hiện ở các đặc trưng sau:

- Hàm truyền đạt của thiết bị đo hay độ nhạy động của thiết bị đo $K(p)$ tức là quan hệ giữa đại lượng ra và đại lượng vào ở trạng thái động

$$S(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}. \quad (1-9)$$

Đặc tính này thể hiện dưới các dạng sau:

+ Đặc tính quá độ ứng với tín hiệu vào có dạng bước nhảy:

$$x(t) = A.1(t - \tau);$$

+ Đặc tính xung hay tín hiệu vào là xung hẹp:

$$x(t) = A.\delta(t - \tau);$$

+ Đặc tính tần lúc tín hiệu vào có dạng hình sin:

$$x(t) = A.e^{j\omega t};$$

+ Đặc tính tần thể hiện ở hai dạng: đặc tính biên tần $A(\omega)$ và đặc tính pha tần $\theta(\omega)$.

Đặc tính còn thể hiện dưới dạng sai số tần số, sai số này thể hiện ở sai số biên tần γ_A và sai số pha tần γ_θ :

$$\gamma_A = \frac{A(\omega) - A_0}{A_0}$$

$$\gamma_\theta = \theta(\omega) - \theta_0$$

trong đó: $A(\omega)$ là biên độ đầu ra phụ thuộc tần số;

A_0 là biên độ của khâu lý tưởng không phụ thuộc tần số;

$\theta(\omega)$ là góc pha ở đầu ra phụ thuộc tần số;

θ_0 là góc pha lý tưởng không phụ thuộc tần số.

Trong dụng cụ đo các sai số này phải nhỏ hơn một giá trị cho phép

quy định bởi nhà nước. Giải tần của dụng cụ đo là khoảng tần số của đại lượng vào để cho sai số không vượt quá giá trị cho phép.

Thời gian ổn định hay thời gian đo của thiết bị là thời gian kể từ khi đặt tín hiệu vào của thiết bị cho tới khi thiết bị ổn định có thể biết được kết quả.

Chính dựa vào thời gian đo của thiết bị này cho phép ta tự động rời rạc hoá đại lượng cần đo để đo giá trị tức thời, sau đó dùng các phép gia công toán học hoặc dùng phương tiện để phục hồi lại hoàn toàn hiện tượng xảy ra.

1.4. Gia công kết quả đo lường

Gia công kết quả đo lường là dựa vào kết quả của những phép đo cụ thể ta xác định giá trị đúng của phép đo đó và sai số của phép đo ấy.

$$x = x_d \pm \Delta x = \bar{x} \pm \Delta x. \quad (1-10)$$

Dụng cụ đo nào cũng có sai số và nguyên nhân sai số rất khác nhau, vì vậy cách xác định sai số phải tùy theo từng trường hợp mà xác định. Hiện nay đã dùng nhiều phương pháp khác nhau để phép đo đảm bảo yêu cầu kỹ thuật đề ra.

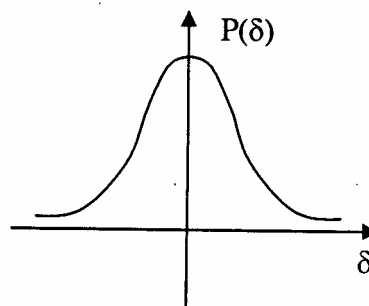
1.4.1. Tính toán sai số ngẫu nhiên

- Để xác định sai số ngẫu nhiên ta dựa vào phương pháp thống kê nhiều kết quả đo lường. Sai số ngẫu nhiên của lần đo thứ i được tính

$$\delta_i = x_i - M[x] \quad (1-11)$$

trong đó: x_i là kết quả lần đo thứ i ;

$M[x]$ là kỳ vọng toán học của vô số lần đo đại lượng x .



Hình 1.10. Luật phân bố chuẩn

- Theo toán học thống kê thì sự phân bố của sai số ngẫu nhiên xung quanh giá trị kỳ vọng toán học theo một quy luật nhất định gọi là luật phân bố xác suất.

Trong các thiết bị đo lường và điều khiển thường theo quy luật phân bố chuẩn:

$$P(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1-12)$$

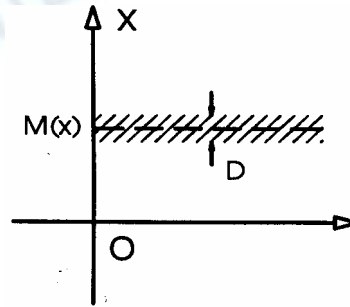
trong đó σ là độ lệch quân phương hay phương sai của sai số ngẫu nhiên.

Ta có công thức:

$$\sigma^2 = D = \int_{-\infty}^{\infty} \delta^2 P(\delta) d\delta \quad (1-13)$$

với D là độ tán xạ.

Trong kỹ thuật ta thường dùng khái niệm phương sai $\sigma = \sqrt{D}$ vì nó có cùng thứ nguyên với đại lượng cần đo.



Hình 1.11. Kỳ vọng và độ tán xạ của luật phân bố chuẩn

Quá trình gia công kết quả như sau:

a) Khi số lần đo là rất lớn ($n > 30$)

Sai số ngẫu nhiên được tính:

$$\Delta x = k \cdot \sigma \quad (1-14)$$

trong đó k là hệ số, được tra trong sổ tay kỹ thuật (bảng hoặc đường cong).

b) Khi số lần đo có hạn ($n \leq 30$)

Quá trình gia công được tiến hành như sau:

+ Kỳ vọng toán học được lấy là trung bình cộng của n lần đo

$$M[x] = \bar{x} = x_d = \frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n}. \quad (1-15)$$

+ Phương sai của sai số ngẫu nhiên được tính theo công thức Bessel

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}\right)^2}{n-1}}. \quad (1-16)$$

Nếu ta lấy kết quả là giá trị trung bình của n lần đo thì phương sai sẽ giảm đi \sqrt{n} lần

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}. \quad (1-17)$$

+ Sai số ngẫu nhiên được tính:

$$\Delta x = k_{st} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$

trong đó k_{st} là hệ số Student, nó phụ thuộc vào số lần thu thập n và xác suất yêu cầu p. Hệ số k_{st} được tra trong các sổ tay kỹ thuật: $k_{st} = f(n, p)$.

+ Kết quả đo được tính:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x = \frac{\sum x_i}{n} \pm k_{st} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n(n-1)}} \quad (1-18)$$

Chú ý: Trong thực tế có những lần thu thập số liệu cho kết quả không đáng tin cậy (và ta thường gọi là nhiễu của tập số liệu), ta phải loại bỏ lần đo này nhờ thuật toán sau:

Sau khi tính σ ta so sánh các $|\delta_i|$ với 3σ với $i = 1$ đến n, nếu lần đo nào có $|\delta_i| \geq 3\sigma$ thì phải loại bỏ lần đo đó và tính lại từ đầu với (n - 1) phép đo còn lại. Có thể chứng minh rằng việc loại bỏ đó đã đảm bảo độ tin cậy 99,7%.

Ví dụ 1.3: Tính kết quả đo và sai số ngẫu nhiên với một xác suất

đáng tin $p = 0,98$ của một phép đo điện trở bằng cầu kép với kết quả như sau (đơn vị tính = $m\Omega$):

140,25; 140,5; 141,75; 139,25; 139,5; 140,25; 140; 126,75; 141,15; 142,25; 140,75; 144,15; 140,15; 142,75. Biết sai số ngẫu nhiên có phân bố chuẩn.

Bài làm:

$$\text{Sau khi tính } \bar{R} = M[R] = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{14} = 139,96 \text{ (m}\Omega\text{)}.$$

$$\text{Tiếp theo tính } \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(R_i - \bar{R})^2}{n-1}} = 4,03 \text{ (m}\Omega\text{)}.$$

So sánh các $\delta_i = R_i - \bar{R}$ với 3σ . Ta thấy lần đo thứ 8 phạm phải sai lầm lớn ($\delta_8 = R_8 - \bar{R} \geq 3\sigma$) nên ta bỏ qua lần đo này và tính lại từ đầu với 13 lần đo còn lại. Ta lập bảng sau:

Bảng 1.1. Ví dụ về tính toán sai số ngẫu nhiên

STT	R_i	δ_i	δ_i^2
1	140,25	-0,73	0,5329
2	140,5	-0,48	0,2304
3	141,75	0,77	0,5929
4	139,25	-1,73	2,9929
5	139,5	1,48	2,1904
6	140,25	-0,73	0,5329
7	140	-0,98	0,9624
8	141,15	0,17	0,0289
9	142,25	1,27	1,6129
10	140,75	-0,23	0,0529
11	144,15	3,71	13,7641
12	140,15	-0,83	0,6889
13	142,75	1,77	3,1329
		Tổng: 0	Tổng: 23,64

$$\text{Tính lại: } M[R] = \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^{13} R_i}{13} = 140,98$$

$$\sum_{i=1}^{13} \delta_i^2 = 23,64$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (R_i - \bar{R})^2}{13-1}} = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{13-1}} \approx 1,4 \text{ (m}\Omega\text{)}$$

$$\sigma_{\bar{R}} = \frac{\sigma}{\sqrt{13}} \approx 0,38 \text{ (m}\Omega\text{)}$$

$$\text{Với } P = 0,98; n = 13; \text{ chọn } k_{st} = \frac{2,72 + 2,65}{2} = 2,685$$

$$\Delta R = k_{st} \cdot \sigma_{\bar{R}} \approx 1,04 \text{ (m}\Omega\text{)}.$$

Kết quả

$$R = \bar{R} \pm \Delta R = 140,98 \pm 1,04 \text{ (m}\Omega\text{)}.$$

1.4.2. Tính toán sai số gián tiếp

Trong thực tế có nhiều phương pháp đo mà kết quả được tính từ phép đo trực tiếp khác người ta gọi phép đo đó là phép đo gián tiếp.

Giả sử có một phép đo gián tiếp đại lượng y thông qua các phép đo trực tiếp x_1, x_2, \dots, x_n : $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Ta có:

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_n} dx_n. \quad (1-19)$$

Sai số tuyệt đối của phép đo gián tiếp được đánh giá

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_k} \Delta x_k\right)^2} \quad (1-20)$$

$\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$: sai số tuyệt đối của phép đo các đại lượng trực tiếp x_1, x_2, \dots, x_n

Sai số tương đối của phép đo gián tiếp được tính là:

$$\gamma_y = \frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{y}\right)^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\Delta x_n}{y}\right)^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x_n}\right)^2} = \sqrt{\gamma_{x_1}^2 + \gamma_{x_2}^2 + \dots + \gamma_{x_n}^2}$$

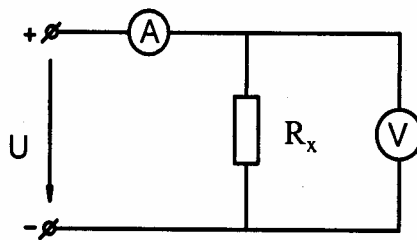
trong đó: $\gamma_{x_1}, \gamma_{x_2}, \dots, \gamma_{x_n}$ là sai số tương đối của các phép đo trực tiếp x_1, x_2, \dots, x_n .

Bảng 1.2. Bảng tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối của một số hàm y thường gặp

Hàm y	Sai số tuyệt đối Δy	Sai số tương đối $\gamma_y = \Delta y / y$
$x_1 + x_2$	$\pm \sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2}$	$\pm \sqrt{\frac{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2}{(x_1 + x_2)^2}}$
$x_1 \cdot x_2$	$\pm \sqrt{x_1^2 (\Delta x_2)^2 + x_2^2 (\Delta x_1)^2}$	$\pm \sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$
$\frac{x_1}{x_2}$	$\pm \sqrt{\frac{x_1^2 (\Delta x_2)^2 + x_2^2 (\Delta x_1)^2}{x_2^4}}$	$\pm \sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2}\right)^2}$
x^n	$\pm n x^{n-1} \Delta x$	$\pm n \left(\frac{\Delta x}{x}\right)$

Ví dụ 1.4: Người ta sử dụng ampeomet và volmet để đo điện trở bằng phương pháp gián tiếp. Ampeomet có thang đo là 1A, cấp chính xác là 1. Volmet có thang đo là 150V, cấp chính xác 1,5. Khi đo ta được số chỉ của hai đồng hồ là: $I = 1A, U = 100V$.

Hãy tính sai số tuyệt đối và tương đối của phép đo điện trở trên.



Hình 1.12. Ví dụ về tính toán sai số gián tiếp

Bài làm: