

Bài giảng: lý thuyết thông tin



HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG



BÀI GIẢNG

LÝ THUYẾT THÔNG TIN

Biên soạn : PGS.Ts. NGUYỄN BÌNH

Lưu hành nội bộ

HÀ NỘI - 2006

LỜI NÓI ĐẦU

Giáo trình Lý thuyết thông tin là một giáo trình cơ sở dùng cho sinh viên chuyên ngành Điện tử – Viễn thông và Công nghệ thông tin của Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông. Đây cũng là một tài liệu tham khảo hữu ích cho các sinh viên chuyên ngành Điện - Điện tử.

Giáo trình này nhằm chuẩn bị tốt kiến thức cơ sở cho sinh viên để học tập và nắm vững các môn kỹ thuật chuyên ngành, đảm bảo cho sinh viên có thể đánh giá các chỉ tiêu chất lượng cơ bản của một hệ thống truyền tin một cách có căn cứ khoa học.

Giáo trình gồm 6 chương, ngoài chương I có tính chất giới thiệu chung, các chương còn lại được chia thành 4 phần chính:

Phần I: Lý thuyết tín hiệu ngẫu nhiên và nhiễu (Chương 2)

Phần II: Lý thuyết thông tin và mã hóa (Chương 3 và Chương 4)

Phần III: Lý thuyết thu tối ưu (Chương 5)

Phần IV: Mật mã (Chương 6)

Phần I: (Chương II). Nhằm cung cấp các công cụ toán học cần thiết cho các chương sau.

Phần II: Gồm hai chương với các nội dung chủ yếu sau:

- **Chương III:** Cung cấp những khái niệm cơ bản của lý thuyết thông tin Shannon trong hệ truyền tin rời rạc và mở rộng cho các hệ truyền tin liên tục.

- **Chương IV:** Trình bày hai hướng kiến thiết cho hai định lý mã hóa của Shannon. Vì khuôn khổ có hạn của giáo trình, các hướng này (mã nguồn và mã kênh) chỉ được trình bày ở mức độ các hiểu biết cơ bản. Để có thể tìm hiểu sâu hơn những kết quả mới và các ứng dụng cụ thể sinh viên cần phải xem thêm trong các tài liệu tham khảo.

Phần III: (Chương V) Trình bày vấn đề xây dựng các hệ thống thu tối ưu đảm bảo tốc độ truyền tin và độ chính xác đạt được các giá trị giới hạn. Theo truyền thống bao trùm lên toàn bộ giáo trình là việc trình bày hai bài toán phân tích và tổng hợp. Các ví dụ trong giáo trình được chọn lọc kỹ nhằm giúp cho sinh viên hiểu được các khái niệm một cách sâu sắc hơn. Các hình vẽ, bảng biểu nhằm mô tả một cách trực quan nhất các khái niệm và hoạt động của sơ đồ khối chức năng của các thiết bị cụ thể

Phần VI: (Chương VI) Trình bày cơ sở lý thuyết các hệ mật bao gồm các hệ mật khóa bí mật và các hệ mật khóa công khai. Do khuôn khổ có hạn của giáo trình, một số vấn đề quan trọng còn chưa được đề cập tới (như trao đổi và phân phối khóa, xác thực, đảm bảo tính toàn vẹn ...)

Sau mỗi chương đều có các câu hỏi và bài tập nhằm giúp cho sinh viên củng cố được các kỹ năng tính toán cần thiết và hiểu sâu sắc hơn các khái niệm và các thuật toán quan trọng.

Phần phụ lục cung cấp một số kiến thức bổ xung cần thiết đối với một số khái niệm quan trọng về một số số liệu cần thiết giúp cho sinh viên làm được các bài tập được ra ở các chương.

Giáo trình được viết dựa trên cơ sở đề cương môn học Lý thuyết thông tin do Bộ Giáo dục và Đào tạo và được đúc kết sau nhiều năm giảng dạy và nghiên cứu của tác giả. Rất mong được sự đóng góp của bạn đọc.

Các đóng góp ý kiến xin gửi về

KHOA KỸ THUẬT ĐIỆN TỬ 1 - HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

KM 10. ĐƯỜNG NGUYỄN TRÃI - THỊ XÃ HÀ ĐÔNG

Email: KhoaDT1@hn.vnn.vn

Hoặc nguyenbinh1999@yahoo.com

Cuối cùng tôi xin chân thành cảm ơn GS. Huỳnh Hữu Tuệ đã cho tôi nhiều ý kiến quý báu trong các trao đổi học thuật có liên quan tới một số nội dung quan trọng trong giáo trình này.

NGƯỜI BIÊN SOẠN

CHƯƠNG I: NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VÀ NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1.1. VỊ TRÍ, VAI TRÒ VÀ SƠ LƯỢC LỊCH SỬ PHÁT TRIỂN CỦA “LÝ THUYẾT THÔNG TIN”

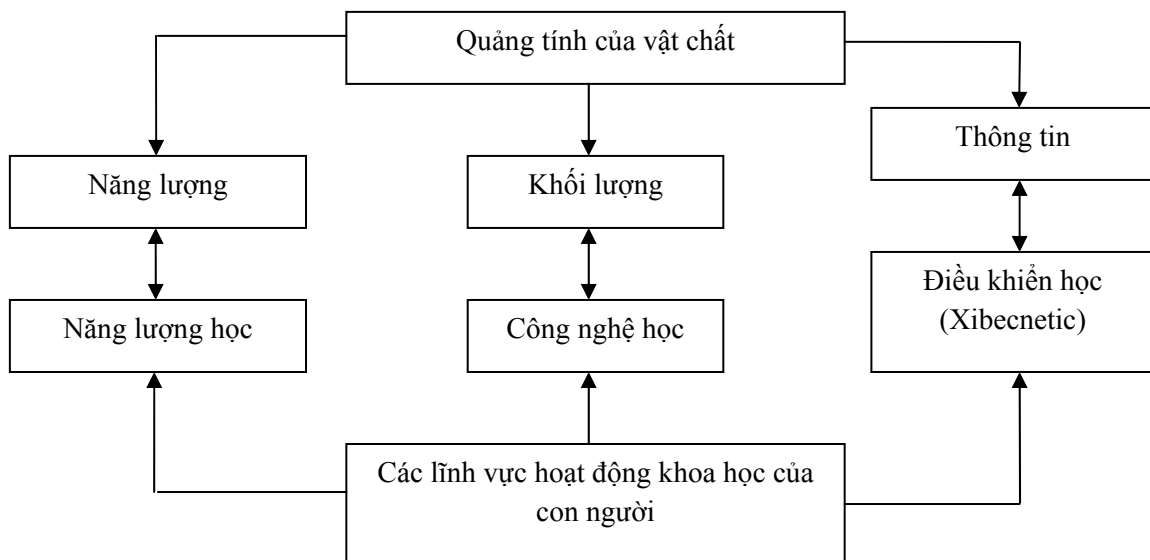
1.1.1. Vị trí, vai trò của Lý thuyết thông tin

Do sự phát triển mạnh mẽ của kỹ thuật tính toán và các hệ tự động, một ngành khoa học mới ra đời và phát triển nhanh chóng, đó là: “Lý thuyết thông tin”. Là một ngành khoa học nhưng nó không ngừng phát triển và thâm nhập vào nhiều ngành khoa học khác như: Toán; triết; hoá; Xibecnetic; lý thuyết hệ thống; lý thuyết và kỹ thuật thông tin liên lạc... và đã đạt được nhiều kết quả. Tuy vậy nó cũng còn nhiều vấn đề cần được giải quyết hoặc giải quyết hoàn chỉnh hơn.

Giáo trình “ Lý thuyết thông tin” này (còn được gọi là “Cơ sở lý thuyết truyền tin”) chỉ là một bộ phận của lý thuyết thông tin chung – Nó là phần áp dụng của “Lý thuyết thông tin” vào kỹ thuật thông tin liên lạc.

Trong các quan hệ của Lý thuyết thông tin chung với các ngành khoa học khác nhau, ta phải đặc biệt kể đến mối quan hệ của nó với ngành Xibecnetic.

Mối quan hệ giữa các hoạt động khoa học của con người và các quá trình của vật chất được mô tả trên hình (1.1).



Hình 1.1. Quan hệ giữa hoạt động khoa học và quá trình của vật chất

- Năng lượng học: Là một ngành khoa học chuyên nghiên cứu các vấn đề liên quan tới các khái niệm thuộc về năng lượng. Mục đích của năng lượng học là làm giảm sự nặng nhọc của lao động chân tay và nâng cao hiệu suất lao động chân tay. Nhiệm vụ trung tâm của nó là tạo, truyền, thụ, biến đổi, tích lũy và xử lý năng lượng.

- Xibecnetic: Bao gồm các ngành khoa học chuyên nghiên cứu các vấn đề có liên quan đến khái niệm thông tin và tín hiệu. Mục đích của Xibecnetic là làm giảm sự nặng nhọc của trí óc và nâng cao hiệu suất lao động trí óc. Ngoài những vấn đề được xét trong Xibecnetic như đối tượng, mục đích, tối ưu hoá việc điều khiển, liên hệ ngược. Việc nghiên cứu các quá trình thông tin (như chọn, truyền, xử lý, lưu trữ và hiển thị thông tin) cũng là một vấn đề trung tâm của Xibecnetic. Chính vì vậy, lý thuyết và kỹ thuật thông tin chiếm vai trò rất quan trọng trong Xibecnetic.

- Công nghệ học: gồm các ngành khoa học tạo, biến đổi và xử lý các vật liệu mới. Công nghệ học phục vụ đắc lực cho Xibecnetic và năng lượng học. Không có công nghệ học hiện đại thì không thể có các ngành khoa học kỹ thuật hiện đại.

1.1.2. Sơ lược lịch sử phát triển

Người đặt viên gạch đầu tiên để xây dựng lý thuyết thông tin là Hartley R.V.L. Năm 1928, ông đã đưa ra số đo lượng thông tin là một khái niệm trung tâm của lý thuyết thông tin. Dựa vào khái niệm này, ta có thể so sánh định lượng các hệ truyền tin với nhau.

Năm 1933, V.A Kachenhicov chứng minh một loạt những luận điểm quan trọng của lý thuyết thông tin trong bài báo “Về khả năng thông qua của không trung và dây dẫn trong hệ thống liên lạc điện”.

Năm 1935, D.V Ageev đưa ra công trình “Lý thuyết tách tuyến tính”, trong đó ông phát biểu những nguyên tắc cơ bản về lý thuyết tách các tín hiệu.

Năm 1946, V.A Kachenhicov thông báo công trình “Lý thuyết thể chống nhiễu” đánh dấu một bước phát triển rất quan trọng của lý thuyết thông tin.

Trong hai năm 1948 – 1949, Shanon C.E công bố một loạt các công trình vĩ đại, đưa sự phát triển của lý thuyết thông tin lên một bước tiến mới chưa từng có. Trong các công trình này, nhờ việc đưa vào khái niệm lượng thông tin và tính đến cấu trúc thống kê của tin, ông đã chứng minh một loạt định lý về khả năng thông qua của kênh truyền tin khi có nhiễu và các định lý mã hoá. Những công trình này là nền tảng vững chắc của lý thuyết thông tin.

Ngày nay, lý thuyết thông tin phát triển theo hai hướng chủ yếu sau:

Lý thuyết thông tin toán học: Xây dựng những luận điểm thuần túy toán học và những cơ sở toán học chặt chẽ của lý thuyết thông tin. Công hiến chủ yếu trong lĩnh vực này thuộc về các nhà bác học lỗi lạc như: N.Wiener, A. Feinstain, C.E Shanon, A.N. Kanmôgorov, A.JA Khintrin.

Lý thuyết thông tin ứng dụng: (lý thuyết truyền tin)

Chuyên nghiên cứu các bài toán thực tế quan trọng do kỹ thuật liên lạc đặt ra có liên quan đến vấn đề chống nhiễu và nâng cao độ tin cậy của việc truyền tin. Các bác học C.E Shanon, S.O RiCe, D. Midleton, W. Peterson, A.A Khakevich, V. Kachenhicov đã có những công trình quý báu trong lĩnh vực này.

1.2. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN - SƠ ĐỒ HỆ TRUYỀN TIN VÀ NHIỆM VỤ CỦA NÓ

1.2.1. Các định nghĩa cơ bản

1.2.1.1. Thông tin

Định nghĩa: Thông tin là những tính chất xác định của vật chất mà con người (hoặc hệ thống kỹ thuật) nhận được từ thế giới vật chất bên ngoài hoặc từ những quá trình xảy ra trong bản thân nó.

Với định nghĩa này, mọi ngành khoa học là khám phá ra các cấu trúc thông qua việc thu thập, chế biến, xử lý thông tin. ở đây “thông tin” là một danh từ chứ không phải là động từ để chỉ một hành vi tác động giữa hai đối tượng (người, máy) liên lạc với nhau.

Theo quan điểm triết học, thông tin là một lượng tính của thế giới vật chất (tương tự như năng lượng, khối lượng). Thông tin không được tạo ra mà chỉ được sử dụng bởi hệ thụ cảm. Thông tin tồn tại một cách khách quan, không phụ thuộc vào hệ thụ cảm. Trong nghĩa khái quát nhất, thông tin là sự đa dạng. Sự đa dạng ở đây có thể hiểu theo nhiều nghĩa khác nhau: Tính ngẫu nhiên, trình độ tổ chức,...

1.2.1.2. Tin

Tin là dạng vật chất cụ thể để biểu diễn hoặc thể hiện thông tin. Có hai dạng: tin rời rạc và tin liên tục.

Ví dụ: Tấm ảnh, bản nhạc, băng số liệu, bài nói,... là các tin.

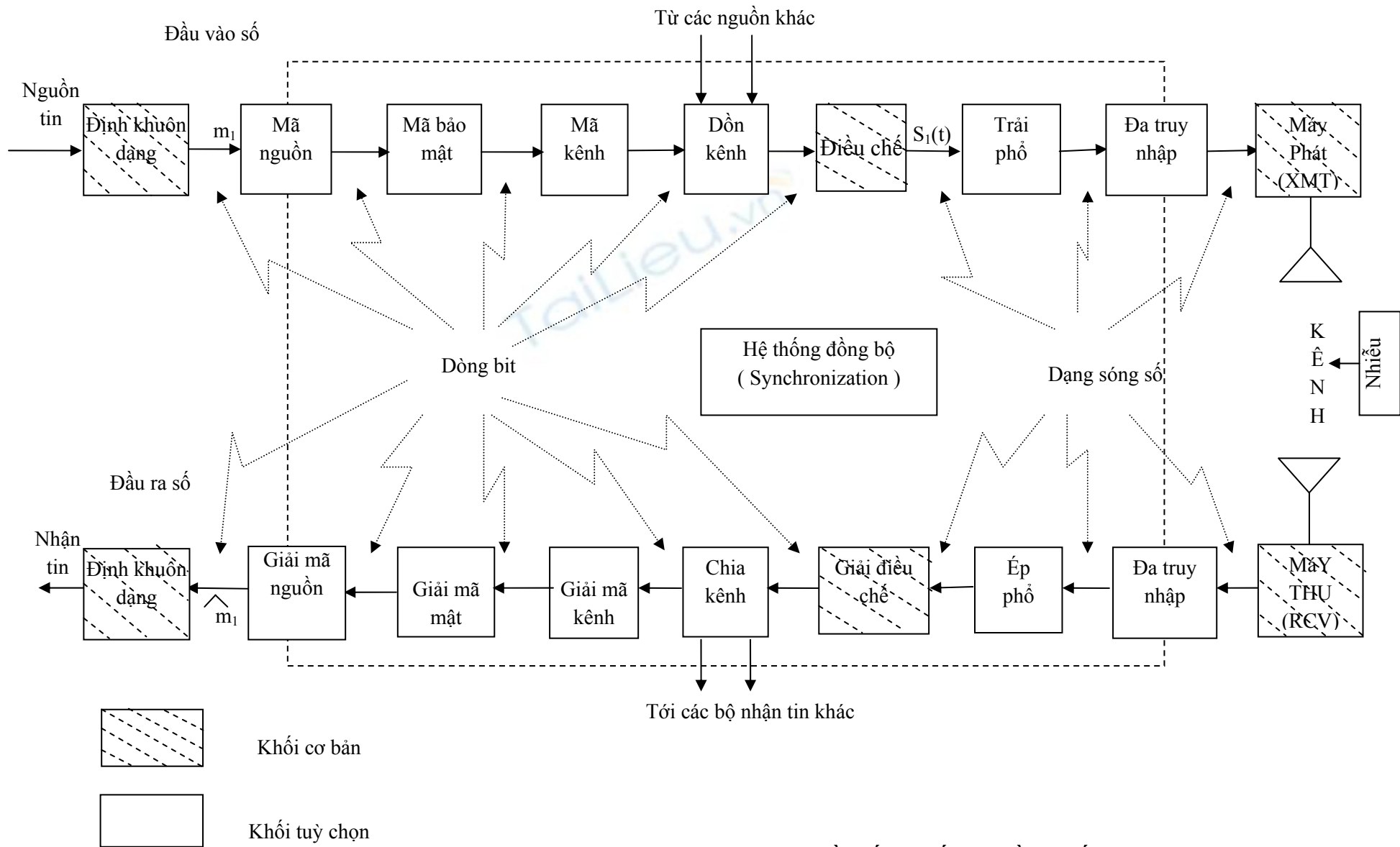
1.2.1.3. Tín hiệu

Tín hiệu là các đại lượng vật lý biến thiên, phản ánh tin cần truyền.

Chú ý: Không phải bản thân quá trình vật lý là tín hiệu, mà sự biến đổi các tham số riêng của quá trình vật lý mới là tín hiệu.

Các đặc trưng vật lý có thể là dòng điện, điện áp, ánh sáng, âm thanh, trường điện từ

1.2.2. Sơ đồ khối của hệ thống truyền tin số (Hình 1.2)



Hình 1.2. Sơ đồ khối hệ thống truyền tin số.

1.2.2.1. Nguồn tin

Nơi sản ra tin:

- Nếu tập tin là hữu hạn thì nguồn sinh ra nó được gọi là nguồn rời rạc.
- Nếu tập tin là vô hạn thì nguồn sinh ra nó được gọi là nguồn liên tục.

Nguồn tin có hai tính chất: Tính thống kê và tính hàm ý.

Với nguồn rời rạc, tính thống kê biểu hiện ở chỗ xác suất xuất hiện các tin là khác nhau.

Tính hàm ý biểu hiện ở chỗ xác suất xuất hiện của một tin nào đó sau một dãy tin khác nhau nào đó là khác nhau.

Ví dụ: $P(y/ta) \neq P(y/ba)$

1.2.2.2. Máy phát

Là thiết bị biến đổi tập tin thành tập tín hiệu tương ứng. Phép biến đổi này phải là đơn trị hai chiều (thì bên thu mới có thể “sao lại” được đúng tin gửi đi). Trong trường hợp tổng quát, máy phát gồm hai khối chính.

- Thiết bị mã hoá: Làm ứng mỗi tin với một tổ hợp các ký hiệu đã chọn nhằm tăng mật độ, tăng khả năng chống nhiễu, tăng tốc độ truyền tin.

- Khối điều chế: Là thiết bị biến tập tin (đã hoặc không mã hoá) thành các tín hiệu để bức xạ vào không gian dưới dạng sóng điện từ cao tần. Về nguyên tắc, bất kỳ một máy phát nào cũng có khối này.

1.2.2.3. Đường truyền tin

Là môi trường vật lý, trong đó tín hiệu truyền đi từ máy phát sang máy thu. Trên đường truyền có những tác động làm mất năng lượng, làm mất thông tin của tín hiệu.

1.2.2.4. Máy thu

Là thiết bị lập lại (sao lại) thông tin từ tín hiệu nhận được. Máy thu thực hiện phép biến đổi ngược lại với phép biến đổi ở máy phát: Biến tập tín hiệu thu được thành tập tin tương ứng.

Máy thu gồm hai khối:

- Giải điều chế: Biến đổi tín hiệu nhận được thành tin đã mã hoá.
- Giải mã: Biến đổi các tin đã mã hoá thành các tin tương ứng ban đầu (các tin của nguồn gửi đi).

1.2.2.5. Nhận tin

Có ba chức năng:

- Ghi giữ tin (ví dụ bộ nhớ của máy tính, băng ghi âm, ghi hình,...)
- Biểu thị tin: Làm cho các giác quan của con người hoặc các bộ cảm biến của máy thu cảm được để xử lý tin (ví dụ băng âm thanh, chữ số, hình ảnh,...)

- Xử lý tin: Biến đổi tin để đưa nó về dạng dễ sử dụng. Chức năng này có thể thực hiện bằng con người hoặc bằng máy.

1.2.2.6. Kênh truyền tin

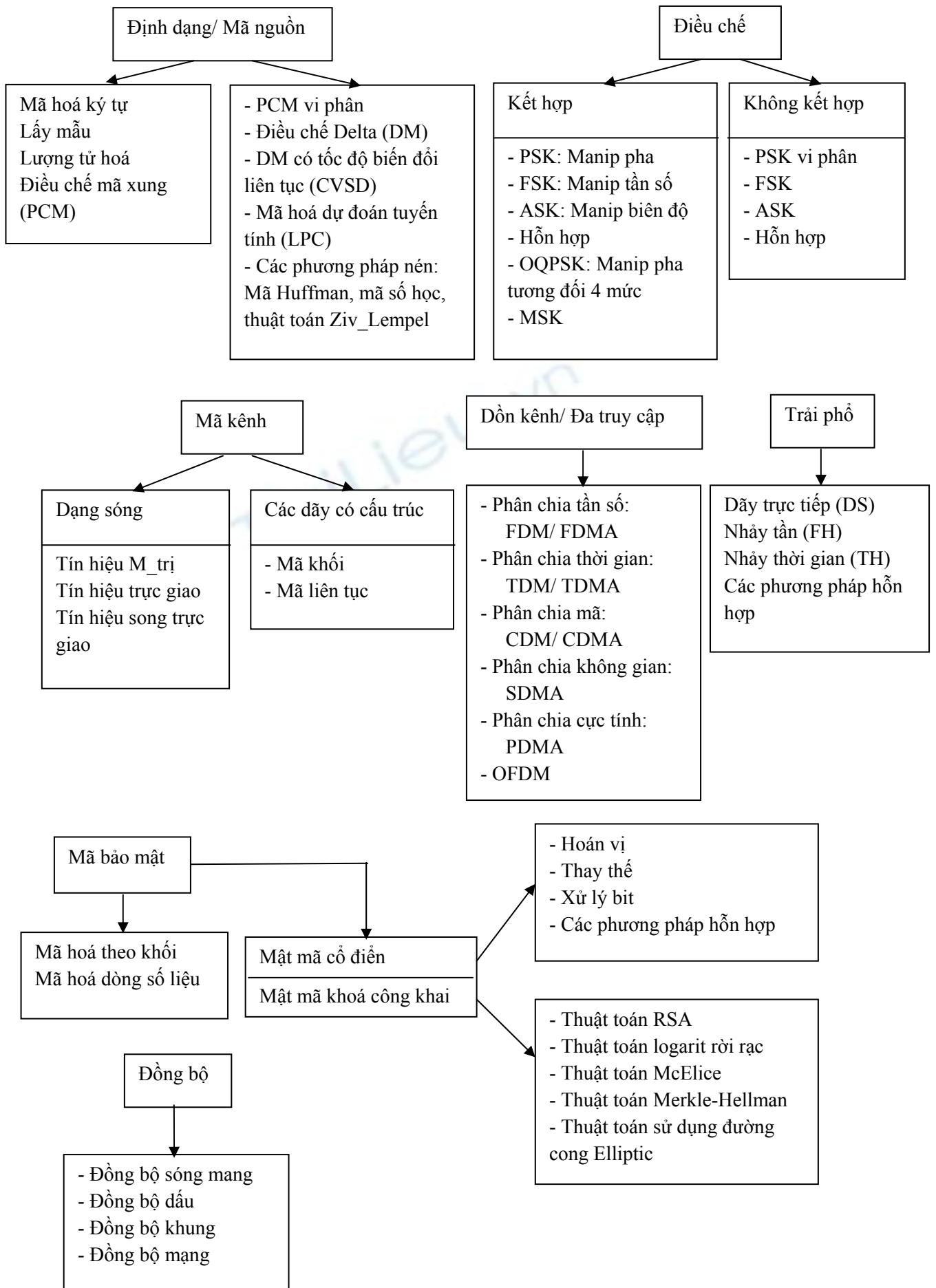
Là tập hợp các thiết bị kỹ thuật phục vụ cho việc truyền tin từ nguồn đến nơi nhận tin.

1.2.2.7. Nhiễu

Là mọi yếu tố ngẫu nhiên có ảnh hưởng xấu đến việc thu tin. Những yếu tố này tác động xấu đến tin truyền đi từ bên phát đến bên thu. Để cho gọn, ta gộp các yếu tố tác động đó vào một ô trên hình 1.2.

Hình 1.2 là sơ đồ khối tổng quát nhất của một hệ truyền tin số. Nó có thể là: hệ thống vô tuyến điện thoại, vô tuyến điện báo, radar, vô tuyến truyền hình, hệ thống thông tin truyền số liệu, vô tuyến điều khiển từ xa.

1.2.2.8. Các phương pháp biến đổi thông tin số trong các khối chức năng của hệ thống



1.2.3. Những chỉ tiêu chất lượng cơ bản của một hệ truyền tin

1.2.3.1. Tính hữu hiệu

Thể hiện trên các mặt sau:

- Tốc độ truyền tin cao.
- Truyền được đồng thời nhiều tin khác nhau.
- Chi phí cho một bit thông tin thấp.

1.2.3.2. Độ tin cậy

Đảm bảo độ chính xác của việc thu nhận tin cao, xác suất thu sai (BER) thấp.

Hai chỉ tiêu trên mâu thuẫn nhau. Giải quyết mâu thuẫn trên là nhiệm vụ của lý thuyết thông tin.

1.2.3.3. An toàn

- Bí mật:

- + Không thể khai thác thông tin trái phép.
- + Chỉ có người nhận hợp lệ mới hiểu được thông tin.

- Xác thực: Gắn trách nhiệm của bên gửi – bên nhận với bản tin (chữ ký số).

- Toàn vẹn:

- + Thông tin không bị bóp méo (cắt xén, xuyên tạc, sửa đổi).
- + Thông tin được nhận phải nguyên vẹn cả về nội dung và hình thức.

- Khả dụng: Mọi tài nguyên và dịch vụ của hệ thống phải được cung cấp đầy đủ cho người dùng hợp pháp.

1.2.3.4. Đảm bảo chất lượng dịch vụ (QoS)

Đây là một chỉ tiêu rất quan trọng đặc biệt là đối với các dịch vụ thời gian thực, nhạy cảm với độ trễ (truyền tiếng nói, hình ảnh,)

CHƯƠNG II: TÍN HIỆU VÀ NHIỄU

2.1. TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG VẬT LÝ CỦA CHÚNG

Tín hiệu xác định thường được xem là một hàm xác định của biến thời gian t ($s(t)$). Hàm này có thể được mô tả bằng một biểu thức giải tích hoặc được mô tả bằng đồ thị. Một trong các đặc trưng vật lý quan trọng của tín hiệu là hàm mật độ phổ biên độ phức $\dot{S}(\omega)$. Với tín hiệu $s(t)$ khả tích tuyệt đối, ta có cặp biến đổi Fourier sau:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.1)$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.2)$$

Sau đây là một số đặc trưng vật lý quen thuộc của tín hiệu:

- Thời hạn của tín hiệu (T): Thời hạn của tín hiệu là khoảng thời gian tồn tại của tín hiệu, trong khoảng này giá trị của tín hiệu không đồng nhất bằng 0.
- Bề rộng phổ của tín hiệu (F): Đây là miền xác định bởi tần số khác không cao nhất của tín hiệu.
- Năng lượng của tín hiệu (E): Năng lượng của tín hiệu có thể tính theo miền thời gian hay miền tần số.

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{S}(\omega)|^2 d\omega \quad [J] \quad (2.3)$$

(Định lý Parseval)

- Công suất của tín hiệu (P):

$$P = \frac{E}{T} \quad [W]$$

2.2. TÍN HIỆU VÀ NHIỄU LÀ CÁC QUÁ TRÌNH NGẪU NHIÊN

2.2.1. Bản chất ngẫu nhiên của tín hiệu và nhiễu

Như đã xét ở trên, chúng ta coi tín hiệu là biểu hiện vật lý của tin (trong thông tin vô tuyến: dạng vật lý cuối cùng của tin là sóng điện từ). Quá trình vật lý mang tin diễn ra theo thời gian, do đó về mặt toán học thì khi có thể được, cách biểu diễn trực tiếp nhất cho tín hiệu là viết biểu thức của nó theo thời gian hay vẽ đồ thị thời gian của nó.

Trong lý thuyết cổ điển, dù tín hiệu tuần hoàn hoặc không tuần hoàn nhưng ta đều coi là đã biết trước và biểu diễn nó bằng một hàm tiền định của thời gian. Đó là quan niệm xác định về tín hiệu (tín hiệu tiền định). Tuy vậy, quan niệm này không phù hợp với thực tế. Thật vậy, tín hiệu tiền định không thể dùng vào việc truyền tin tức được. Với cách coi tín hiệu là biểu hiện vật lý của tin, nếu chúng ta hoàn toàn biết trước nó thì về mặt thông tin, việc nhận tín hiệu đó không có ý nghĩa gì. Nhưng nếu ta hoàn toàn không biết gì về tín hiệu truyền đi, thì ta không thể thực hiện nhận tin được. Bởi vì khi đó không có cái gì làm căn cứ để phân biệt tín hiệu với những cái không phải nó, đặc biệt là với các nhiễu. Như vậy, quan niệm hợp lý nhất là phải kể đến các đặc tính thống kê của tín hiệu, tức là phải coi tín hiệu là một quá trình ngẫu nhiên. Chúng ta sẽ gọi các tín hiệu xét theo quan điểm thống kê này là các tín hiệu ngẫu nhiên.

2.2.2. Định nghĩa và phân loại nhiễu

Trong quá trình truyền tin, tín hiệu luôn luôn bị nhiễu yếu tố ngẫu nhiên tác động vào, làm mất mát một phần hoặc thậm chí có thể mất toàn bộ thông tin chứa trong nó. Những yếu tố ngẫu nhiên đó rất đa dạng, chúng có thể là những thay đổi ngẫu nhiên của các hằng số vật lý của môi trường truyền qua hoặc những loại trường điện từ cảm ứng trong công nghiệp, y học...vv... Trong vô tuyến điện, người ta gọi tất cả những yếu tố ngẫu nhiên ấy là các can nhiễu (hay nhiễu). Tóm lại, ta có thể coi nhiễu là tất cả những tín hiệu vô ích (tất nhiên là đối với hệ truyền tin ta xét) có ảnh hưởng xấu đến việc thu tin. Nguồn nhiễu có thể ở ngoài hoặc trong hệ. Nếu nhiễu xác định thì việc chống nó không có khó khăn gì về mặt nguyên tắc. Ví dụ như người ta đã có những biện pháp để chống ồn do dòng xoay chiều gây ra trong các máy khuếch đại âm tần, người ta cũng biết rõ những cách chống sự nhiễu lẫn nhau giữa các điện đài vô tuyến điện cùng làm việc mà chúng có phổ tín hiệu trùm nhau...vv... Các loại nhiễu này không đáng ngại.

Chú ý:

Cần phân biệt nhiễu với sự méo gây ra bởi đặc tính tần số và đặc tính thời gian của các thiết bị, kênh truyền... (méo tuyến tính và méo phi tuyến). Về mặt nguyên tắc, ta có thể khắc phục được chúng bằng cách hiệu chỉnh.

Nhiều đáng lo ngại nhất vẫn là các nhiễu ngẫu nhiên. Cho đến nay, việc chống các nhiễu ngẫu nhiên vẫn gặp những khó khăn lớn cả về mặt lý luận lẫn về mặt thực hiện kỹ thuật. Do đó, trong giáo trình này ta chỉ đề cập đến một dạng nào đó (sau này sẽ thấy ở đây thường xét nhất là nhiễu cộng, chuẩn) của nhiễu ngẫu nhiên.

Việc chia thành các loại (dạng) nhiễu khác nhau có thể làm theo các dấu hiệu sau:

1. Theo bề rộng phổ của nhiễu: có nhiễu giải rộng (phổ rộng như phổ của ánh sáng trắng gọi là tạp âm trắng), nhiễu giải hẹp (gọi là tạp âm màu).
2. Theo quy luật biến thiên thời gian của nhiễu: có nhiễu rời rạc và nhiễu liên tục.
3. Theo phương thức mà nhiễu tác động lên tín hiệu: có nhiễu cộng và nhiễu nhân.
4. Theo cách bức xạ của nhiễu: có nhiễu thụ động và nhiễu tích cực.

Nhiều thụ động là các tia phản xạ từ các mục tiêu giả hoặc từ địa vật trở về đài ta xét khi các tia sóng của nó đập vào chúng. Nhiều tích cực (chủ động) do một nguồn bức xạ năng lượng (các đài hoặc các hệ thống lân cận) hoặc máy phát nhiễu của đối phương chĩa vào đài hoặc hệ thống đang xét.

5. Theo nguồn gốc phát sinh: có nhiễu công nghiệp, nhiễu khí quyển, nhiễu vũ trụ...vv...

Trong giáo trình này khi nói về nhiễu, ta chỉ nói theo phương thức tác động của nhiễu lên tín hiệu, tức là chỉ nói đến nhiễu nhân hoặc nhiễu cộng.

Về mặt toán học, tác động của nhiễu cộng lên tín hiệu được biểu diễn bởi hệ thức sau:

$$u(t) = s(t) + n(t) \quad (2.4)$$

$s(t)$ là tín hiệu gửi đi

$u(t)$ là tín hiệu thu được

$n(t)$ là nhiễu cộng

Còn nhiễu nhân được biểu diễn bởi:

$$u(t) = \mu(t).s(t) \quad (2.5)$$

$\mu(t)$: nhiễu nhân, là một quá trình ngẫu nhiên. Hiện tượng gây nên bởi nhiễu nhân gọi là suy lạc (fading).

Tổng quát, khi tín hiệu chịu tác động đồng thời của cả nhiễu cộng và nhiễu nhân thì:

$$u(t) = \mu(t).s(t) + n(t) \quad (2.6)$$

Ở đây, ta đã coi hệ số truyền của kênh bằng đơn vị và bỏ qua thời gian giữ chậm tín hiệu của kênh truyền. Nếu kể đến thời gian giữ chậm τ của kênh truyền thì (2.6) có dạng:

$$u(t) = \mu(t).s(t-\tau) + n(t) \quad (2.7)$$

2.3. CÁC ĐẶC TRƯNG THỐNG KÊ CỦA TÍN HIỆU NGẪU NHIÊN VÀ NHIỄU

2.3.1. Các đặc trưng thống kê

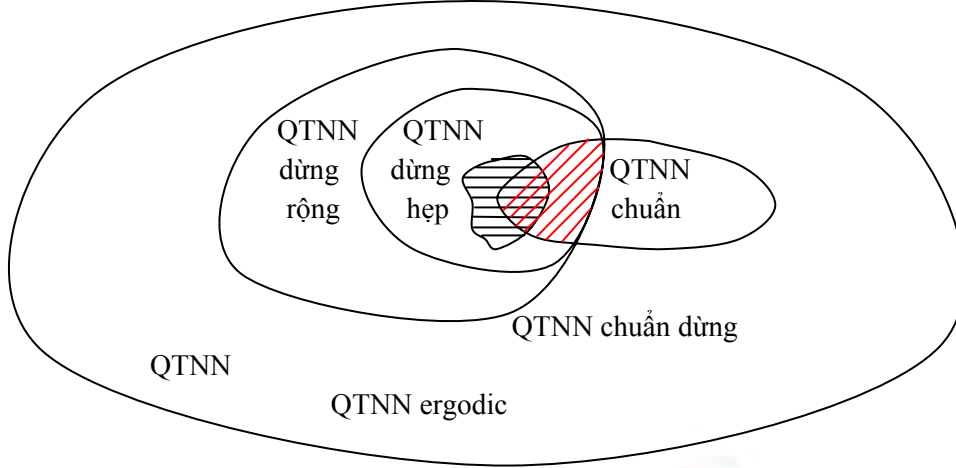
Theo quan điểm thống kê, tín hiệu và nhiễu được coi là các quá trình ngẫu nhiên. Đặc trưng cho các quá trình ngẫu nhiên chính là các quy luật thống kê (các hàm phân bố và mật độ phân bố) và các đặc trưng thống kê (kỳ vọng, phương sai, hàm tự tương quan, hàm tương quan). Các quy luật thống kê và các đặc trưng thống kê đã được nghiên cứu trong lý thuyết hàm ngẫu nhiên, vì vậy ở đây ta sẽ không nhắc lại.

Trong lớp các quá trình ngẫu nhiên, đặc biệt quan trọng là các quá trình ngẫu nhiên sau:

- Quá trình ngẫu nhiên dừng (theo nghĩa hẹp và theo nghĩa rộng) và quá trình ngẫu nhiên chuẩn dừng.

- Quá trình ngẫu nhiên ergodic

Ta minh họa chúng theo lược đồ sau:



Hình 2.1

Trong những đặc trưng thống kê của các quá trình ngẫu nhiên, hàm tự tương quan và hàm tương quan là những đặc trưng quan trọng nhất. Theo định nghĩa, hàm tự tương quan sẽ bằng:

$$\begin{aligned} R_x(t_1, t_2) &= M \left\{ \left[X(t_1) - m_x(t_1) \right] \cdot \left[X(t_2) - m_x(t_2) \right] \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[x(t_1) - m_x(t_1) \right] \cdot \left[x(t_2) - m_x(t_2) \right] \cdot W_2(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

$R_x(t_1, t_2)$ đặc trưng cho sự phụ thuộc thống kê giữa hai giá trị ở hai thời điểm thuộc cùng một thể hiện của quá trình ngẫu nhiên.

$W_2(x_1, x_2, t_1, t_2)$ là hàm mật độ phân bố xác suất hai chiều của hai giá trị của quá trình ngẫu nhiên ở hai thời điểm t_1 và t_2 .

Khi $t_1 = t_2$ thì (2.8) trở thành:

$$R_x(t_1, t_2) = M \left\{ \left[X(t) - m_x(t) \right]^2 \right\} = D_x(t) \quad (2.9)$$

Như vậy, phương sai là trường hợp riêng của hàm tự tương quan khi hai thời điểm xét trùng nhau.

Đôi khi để tiện tính toán và so sánh, người ta dùng hàm tự tương quan chuẩn hoá được định nghĩa bởi công thức:

$$\begin{aligned} \tau_x(t_1, t_2) &= \frac{R_x(t_1, t_2)}{\sqrt{R_x(t_1, t_1) \cdot R_x(t_2, t_2)}} = \frac{R_x(t_1, t_2)}{\sqrt{D_x(t_1) \cdot D_x(t_2)}} \\ &= \frac{R_x(t_1, t_2)}{\tau_x(t_1) \cdot \tau_x(t_2)} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Dễ dàng thấy rằng: $|\tau_x(t_1, t_2)| \leq 1$.

2.3.2. Khoảng tương quan

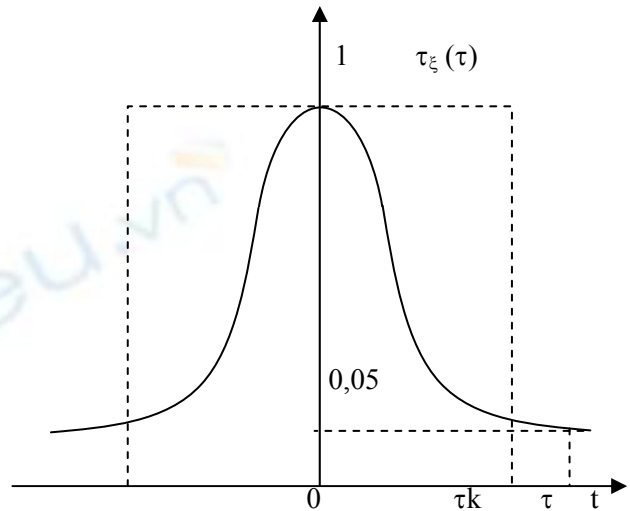
Khoảng tương quan cũng là một đặc trưng khá quan trọng. Ta thấy rằng hai giá trị của một quá trình ngẫu nhiên $\xi(t)$ chỉ tương quan với nhau khi khoảng cách τ giữa hai thời điểm xét là hữu hạn. Khi $\tau \rightarrow \infty$, thì coi như hai giá trị ấy không tương quan với nhau nữa. Tuy vậy, trong thực tế, đối với hầu hết các quá trình ngẫu nhiên chỉ cần τ đủ lớn thì sự tương quan giữa hai giá trị của quá trình đã mất. Do đó, đối với tính toán thực tế người ta định nghĩa khoảng (thời gian) tương quan như sau:

Định nghĩa 1:

Khoảng tương quan τ_K là khoảng thời gian trong đó $\tau_\xi(\tau)$ không nhỏ hơn 0,05. (hình vẽ 2.2). Như vậy, $\forall \tau > \tau_K$ thì xem như hết tương quan.

Nếu cho biểu thức giải tích của $\tau_\xi(\tau)$ thì τ_K được tính như sau:

$$\tau_K = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |\tau_\xi(\tau)| d\tau \quad (2.11)$$



Hình 2.2

Ý nghĩa hình học:

τ_K là nửa cạnh đáy của hình chữ nhật có chiều cao bằng đơn vị K, có diện tích bằng diện tích của miền giới hạn bởi trục hoành và đường biểu diễn $\tau_\xi(\tau)$.

Trong thực tế, ta thường gặp những quá trình ngẫu nhiên ergodic. Ví dụ: tạp âm của các máy thu vô tuyến điện,... Đối với các quá trình ngẫu nhiên ergodic, ta có thể xác định các đặc trưng thống kê của chúng bằng thực nghiệm một cách dễ dàng.

Ta đã biết rằng, nếu $X(t)$ – ergodic và với T đủ lớn thì ta có thể viết:

$$\begin{aligned} R_X(\tau) &= M\{[X(t) - m_x] \cdot [X(t - \tau) - m_x]\} \\ &\approx \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - m_x] \cdot [x(t + \tau) - m_x] dt \end{aligned} \quad (2.12)$$

Trung bình thống kê = trung bình theo thời gian

2.4. CÁC ĐẶC TRƯNG VẬT LÝ CỦA TÍN HIỆU NGẪU NHIÊN VÀ NHIỄU. BIẾN ĐỔI WIENER – KHINCHIN

2.4.1. Những khái niệm xây dựng lý thuyết phổ của quá trình ngẫu nhiên - mật độ phổ công suất

Mục trước ta mới chỉ đưa ra một số đặc trưng thống kê của các quá trình ngẫu nhiên (tín hiệu, nhiễu) mà chưa đưa ra các đặc trưng vật lý của chúng. Về mặt lý thuyết cũng như thực tế, các đặc trưng vật lý của tín hiệu ngẫu nhiên (quá trình ngẫu nhiên) đóng một vai trò rất quan trọng ở những chương sau khi nói đến cơ sở lý thuyết chống nhiễu cũng như xét các biện pháp thực tế và các thiết bị chống nhiễu ta không thể không dùng đến những đặc trưng vật lý của tín hiệu ngẫu nhiên và nhiễu. Khi xét các loại tín hiệu xác định trong giáo trình “Lý thuyết mạch”, chúng ta đã làm quen với các đặc trưng vật lý của chúng như: năng lượng, công suất, thời hạn của tín hiệu, phổ biên độ phức, mật độ phổ, bề rộng phổ, ... Cơ sở để hình thành các đặc trưng vật lý này là chuỗi và tích phân Fourier.

Đối với các tín hiệu ngẫu nhiên và nhiễu, ta không thể dùng trực tiếp các biến đổi Fourier để xây dựng các đặc trưng vật lý của chúng được vì những lý do sau:

- Tập các thể hiện $\{x_i(t)\}$, $i=1, 2, \dots, \infty$ của quá trình ngẫu nhiên $X(t)$ cho trên khoảng T thường là một tập vô hạn (thậm chí nó cũng không phải là một tập đếm được).

- Nếu tín hiệu ngẫu nhiên là dừng chặt thì tập vô hạn các thể hiện theo thời gian của nó thường sẽ không khả tích tuyệt đối. Tức là:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)| dt = \infty$$

Để tránh khỏi những khó khăn trên, ta làm như sau:

Lấy hàm $x_T(t)$ trùng với một thể hiện của quá trình ngẫu nhiên trung tâm $X(t)$ (QTNN trung tâm là QTNN có kỳ vọng không) ở trong đoạn $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ và nó bằng không ở ngoài đoạn đó:

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t) & |t| \leq T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases} \quad (2.13)$$

Từ (2.13), ta thấy $x_T(t)$ thoả mãn điều kiện khả tích tuyệt đối nên có thể dùng biến đổi Fourier cho nó được. Ta đã biết rằng phổ biên độ phức $\dot{S}_T(\omega)$ của $x_T(t)$ được xác định bởi tích phân thuận Fourier sau:

$$\dot{S}_T(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} x_T(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.14)$$

Theo định lý Parseval, ta có biểu thức tính năng lượng của $x_T(t)$ như sau:

$$E_T = \int_{-\infty}^{\infty} x_T^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{S}_T(\omega) \right|^2 d\omega \quad (2.15)$$

Công suất của thể hiện $x_T(t)$ sẽ bằng:

$$P_T = \frac{E_T}{T} = \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{S}_T(\omega) \right|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left| \dot{S}_T(\omega) \right|^2}{T} d\omega \quad (2.16)$$

Ta thấy vế trái của (2.16) là công suất của thể hiện $x_T(t)$ trong khoảng thời gian tồn tại hữu hạn T , còn vế phải là một tổng liên tục của các đại lượng $\left\{ \left| \dot{S}_T(\omega) \right|^2 / T \right\} d\omega$. Rõ ràng là để đảm

bảo sự bình đẳng về thứ nguyên giữa hai vế của (2.16) thì lượng $\frac{\left| \dot{S}_T(\omega) \right|^2}{T} d\omega$ phải biểu thị công

suất trong giải tần vô cùng bé $d\omega$. Như vậy, $\frac{\left| \dot{S}_T(\omega) \right|^2}{T}$ sẽ biểu thị công suất của thể hiện $x_T(t)$ trong một đơn vị tần số [W/Hz] tức là mật độ phổ công suất của thể hiện $x_T(t)$. Đến đây ta đặt:

$$\frac{\left| \dot{S}_T(\omega) \right|^2}{T} = G_T(\omega) \quad (2.17)$$

và gọi $G_T(\omega)$ là mật độ phổ công suất của thể hiện $x_T(t)$ trong khoảng T hữu hạn. $G_T(\omega)$ đặc trưng cho sự phân bố công suất của một thể hiện $x_T(t)$ trên thang tần số. Khi cho $T \rightarrow \infty$ ta sẽ tìm được mật độ phổ công suất của một thể hiện duy nhất $x_T(t)$ của quá trình ngẫu nhiên:

$$G_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} G_T(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\left| \dot{S}_T(\omega) \right|^2}{T} \quad (2.18)$$

$G_x(\omega)$ cũng có ý nghĩa tương tự như $G_T(\omega)$.

Từ (2.18) ta thấy rằng để xác định mật độ phổ công suất của cả quá trình ngẫu nhiên (tức là tập các thể hiện ngẫu nhiên) thì phải lấy trung bình thống kê đại lượng $G_x(\omega)$, tức là:

$$G(\omega) = M\{G_x(\omega)\} = M \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\dot{S}_T(\omega)|^2}{T} \quad (2.19)$$

(2.19) là công thức xác định mật độ phổ công suất của các quá trình ngẫu nhiên.

2.4.2. Cặp biến đổi Wiener – Khinchin

Để thấy được mối quan hệ giữa các đặc trưng thống kê (nói riêng là hàm tự tương quan) và các đặc trưng vật lý (nói riêng là mật độ phổ công suất) ta viết lại và thực hiện biến đổi (2.19) như sau:

$$\begin{aligned} G(\omega) &= M \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|\dot{S}_T(\omega)|^2}{T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{M |\dot{S}_T(\omega)|^2}{T} = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} M \left\{ \dot{S}_T(\omega) \dot{S}_T^*(\omega) \right\} \underline{\underline{\text{do (2.14)}}} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} M \left\{ \int_{-T/2}^{T/2} x_T(t_1) e^{-j\omega t_1} dt_1 \cdot \int_{-T/2}^{T/2} x_T(t_2) e^{-j\omega t_2} dt_2 \right\} = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} M\{x_T(t_1) \cdot x_T(t_2)\} e^{-j\omega(t_1 - t_2)} dt_1 dt_2 \end{aligned}$$

Nhưng theo định nghĩa (2.8), ta thấy ngay $M\{x_T(t_1) \cdot x_T(t_2)\}$ là hàm tự tương quan của quá trình ngẫu nhiên trung tâm (có $m_x = 0$) nên ta có thể viết:

$$M\{x_T(t_1) \cdot x_T(t_2)\} = R_T(t_1, t_2)$$

Nếu $\tau = -t_2 + t_1$ thì đối với những quá trình dừng, ta có:

$$M\{x_T(t_1) \cdot x_T(t_2)\} = R_T(\tau)$$

Ta có thể viết lại biểu thức cho $G(\omega)$:

$$\begin{aligned} G(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-T/2 - t_2}^{T/2 + t_2} R_T(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \int_{-T/2}^{T/2} dt_2 \right\} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2 - t_2}^{T/2 + t_2} R_T(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \cdot \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt_2 \end{aligned}$$