

## Chương 1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ MẠCH ĐIỆN

Nội dung chính của chương là trang bị cho sinh viên những khái niệm, kết cấu mạch điện. Ngoài ra sinh viên phải nắm vững được tính chất của các đại lượng đặc trưng cũng như các phần tử đặc trưng của mạch điện. Hiểu và viết được các biểu thức của các định luật Kirchoff. Vận dụng các kiến thức cơ bản trên vào những bài toán cụ thể.

### 1.1. Mạch điện và kết cấu hình học của mạch điện

#### 1.1.1. Khái niệm mạch điện

Mạch điện là tập hợp các thiết bị điện nối với nhau bằng các dây dẫn tạo thành những mạch kín trong đó dòng điện có thể chạy qua.

Mạch điện thường gồm các phần tử sau: Nguồn điện, phụ tải (tải), dây dẫn. Hình 1- 1 là một ví dụ về mạch điện, trong đó: Nguồn điện là máy phát điện MF, tải gồm động cơ điện ĐC và bóng đèn Đ, các dây dẫn truyền tải điện năng từ nguồn đến tải.

##### 1.1.1.1. Nguồn điện

Nguồn điện là thiết bị điện tạo ra điện năng. Về nguyên lý, nguồn điện là thiết bị biến đổi các dạng năng lượng như cơ năng, hóa năng, nhiệt năng, v.v... thành điện năng. Ví dụ: Pin, ắc quy biến đổi hóa năng thành điện năng. Máy phát điện biến đổi cơ năng thành điện năng. Pin mặt trời biến đổi năng lượng bức xạ mặt trời thành điện năng, v.v...

##### 1.1.1.2. Tải

Tải là các thiết bị tiêu thụ điện năng và biến đổi điện năng thành các dạng năng lượng khác như cơ năng, nhiệt năng, quang năng v. v... Ví dụ: Động cơ điện tiêu thụ điện năng và biến điện năng thành cơ năng. Bàn là, bếp điện biến điện năng thành nhiệt năng. Bóng đèn biến điện năng thành quang năng...

##### 1.1.1.3. Dây dẫn

Dây dẫn dùng để dẫn điện từ nguồn đến phụ tải.

Ngoài các thành phần cơ bản trên, mạch điện còn có các thiết bị phụ trợ để bảo vệ và điều khiển như cầu dao, áp tô mát, cầu chì, role...

### 1.1.2. Kết cấu hình học của mạch điện

Kết cấu hình học của mạch điện gồm:

- Nhánh: Nhánh là một đoạn mạch có các phần tử ghép nối tiếp với nhau trong đó có cùng dòng điện chạy qua. Trên mạch hình 1-1 có 3 nhánh 1,2,3

- Nút: Nút là điểm gặp nhau của từ ba nhánh trở lên. Trên mạch hình 1-1 có 2 nút A, B

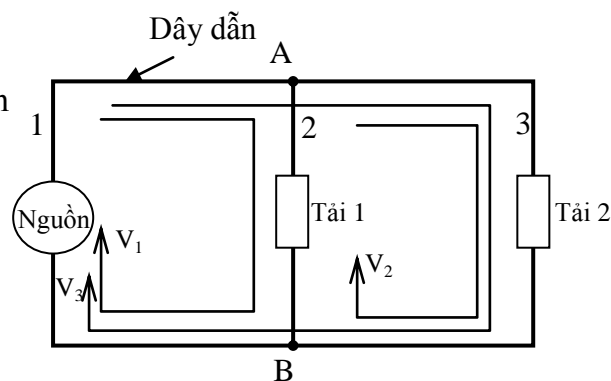
- Mạch vòng: Mạch vòng là nối đi khép kín qua các nhánh. Trên mạch hình 1-1 có 3 vòng  $V_1, V_2, V_3$ .

Mạch vòng độc lập là mạch vòng phải kếp kín qua một nhánh mới chưa tham gia vào trong các vòng đã chọn. Trên mạch hình 1-1 có 2 vòng độc lập  $V_1, V_2$ ,

Mạch điện đơn giản là mạch điện có một nhánh, không có nút và có một mạch vòng.

Mạch điện phức tạp là mạch điện có nhiều nhánh, nhiều mạch vòng và nhiều nút.

### 1.2. Các đại lượng đặc trưng cho quá trình năng lượng điện



Hình 1-1: Mô hình mạch điện

Đề đặc trưng cho quá trình năng lượng trong một nhánh hoặc một phần tử của mạch điện ta dùng hai đại lượng: Dòng điện  $i$  và điện áp  $u$ .

### 1.2.1. Dòng điện

- Dòng điện  $i$  về trị số bằng tốc độ biến thiên của lượng điện tích  $q$  qua tiết diện ngang một vật dẫn:  $i = dq/dt$  (1.1)

- Chiều dòng điện quy ước là chiều chuyển động của các điện tích dương (ion dương), ngược với chiều chuyển động của các ion âm hoặc electron (điện tử). Trên một nhánh chiều dương quy ước của dòng điện được chọn tùy ý và ký hiệu bằng mũi tên như hình 1-2.

- Đơn vị đo của dòng điện là ampe. Ký hiệu là A

### 1.2.2. Điện áp

Tại mỗi điểm trong mạch điện có một điện thế. Hiệu điện thế (hiệu thế) giữa hai điểm gọi là điện áp. Như vậy điện áp giữa hai điểm a và b có điện thế  $\varphi_a, \varphi_b$  là:

$$u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = u_a - u_b \quad (1.2)$$

- Chiều điện áp quy ước là chiều từ điểm có điện thế cao đến điểm có điện thế thấp.

- Điện áp giữa hai cực của nguồn điện khi hở mạch ngoài (dòng điện  $I = 0$ ) được gọi là sức điện động E.

- Đơn vị đo của điện áp, sức điện động là von. Ký hiệu là V

### 1.2.3. Công suất tức thời

$$p(t) = u(t).i(t) \quad (1.3)$$

Khi chọn chiều dòng điện và điện áp trên nhánh trùng nhau, sau khi tính toán công suất  $p$  của nhánh, tại một thời điểm nào đó, dựa vào dấu của  $p$  ta có kết luận sau về quá trình năng lượng của nhánh:

$p = u.i > 0$  nhánh nhận năng lượng.

$p = u.i < 0$  nhánh phát năng lượng.

Đơn vị đo của công suất là W (Oát) hoặc kW

## 1.3. Các phần tử hai cực

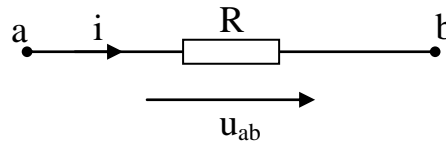
Trong thực tế để tiện lợi trong việc nghiên cứu, tính toán và thiết kế mạch điện, người ta thường biểu thị mạch điện dưới dạng mô hình, gọi là sơ đồ thay thế mạch điện. trong đó các phần tử của mạch điện thực đã được thay thế bằng các biểu tượng của nó.

\* Sơ đồ thay thế : Trên cơ sở của mạch điện hình 1-1 ta có thể sử dụng sơ đồ thay thế của nó như hình 1-3.

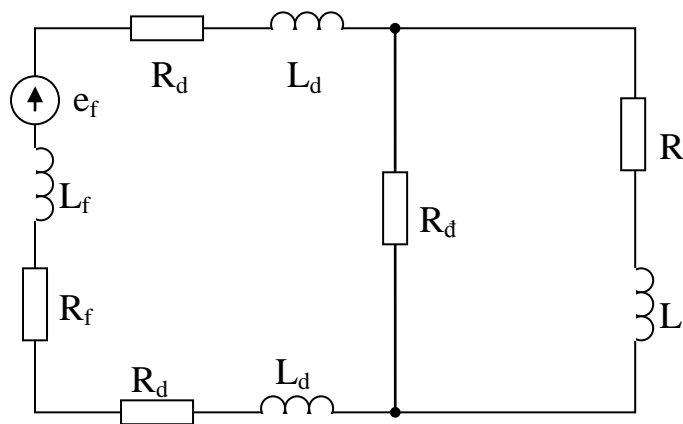
Trong đó máy phát điện được thay bằng  $e_f$  nối tiếp với  $L_f$  và  $R_f$ , đường dây được thay thế bằng  $L_d$  và  $R_d$ , bóng đèn (tải 1) được thay thế bằng  $R_d$ , cuộn dây (tải 2) được thay thế bằng R và L.

### 1.3.1. Nguồn điện

#### 1.3.1.1. Nguồn điện áp $u(t)$

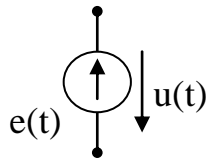


Hình 1-2. Chiều dòng điện và điện áp



Hình 1-3. Sơ đồ thay thế của mạch điện hình 1-1

Nguồn điện áp đặc trưng cho khả năng tạo nên và duy trì một điện áp trên 2 cực của nguồn không phụ thuộc vào dòng điện qua nguồn.



**Hình 1-4. Ký hiệu nguồn điện áp và sức điện động**

Ký hiệu nguồn điện áp như hình 1-4.

Nguồn điện áp được biểu diễn bằng một sức điện động  $e(t)$ , chiều của  $e(t)$  từ điểm có điện thế thấp đến điểm có điện thế cao, ngược với chiều điện áp đầu cực nguồn.

Điện áp 2 đầu cực của máy phát sẽ bằng sức điện động (hình 1-4):

$$u(t) = e(t) \quad (1.4)$$

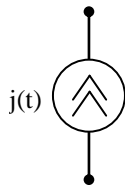
Bây giờ ta xét điện áp mà nguồn này cung cấp cho mạch ngoài (hình 1-5):

$$U_{ab} = \frac{E_{ng}}{R_i + R_l} \quad (1.5)$$

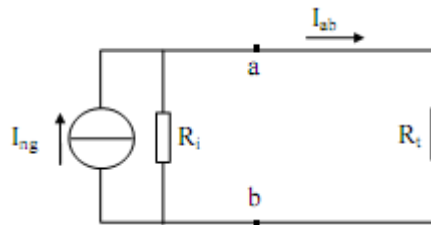
Như vậy ta thấy rằng trong trường hợp nguồn áp lý tưởng, tức nội trở nguồn bằng không, điện áp mà nguồn cung cấp cho mạch ngoài sẽ không phụ thuộc vào tải.

### 1.3.1.2. Nguồn dòng điện $j(t)$

Nguồn dòng điện  $j(t)$  đặc trưng cho khả năng của nguồn điện tạo nên và duy trì một dòng điện cung cấp cho mạch ngoài và được ký hiệu trên hình 1-6.



**Hình 1-6**



**Hình 1-7**

Bây giờ ta xét dòng điện mà nguồn này cung cấp cho mạch ngoài (hình 1-7):

$$I_{ab} = \frac{I_{ng}}{R_i + R_l} R_l \quad (1.6)$$

Như vậy ta thấy rằng trong trường hợp nguồn dòng lý tưởng, tức nội trở nguồn bằng vô hạn, dòng điện mà nguồn cung cấp cho mạch ngoài sẽ không phụ thuộc vào tải.

Trong các ứng dụng cụ thể, các nguồn tác động có thể được ký hiệu một cách rõ ràng hơn như nguồn một chiều, nguồn xoay chiều, nguồn xung... Cũng cần chú ý rằng, trừ trường hợp nguồn lý tưởng, nguồn áp có thể chuyển đổi thành nguồn dòng và ngược lại.

### 1.3.2. Điện trở $R$

Điện trở  $R$  đặc trưng cho hiện tượng tiêu tán năng lượng dưới dạng nhiệt năng của một phân tử.

Khi cho dòng điện  $i(t)$  chạy qua điện trở  $R$  (hình 1-8) nó gây ra sụt áp  $u_R$  trên điện trở. Theo định luật Ôm quan hệ giữa dòng điện và điện áp là:

$$u_R = R.i(t) \text{ hay } R = \frac{u_R}{i(t)} \quad (1.7)$$

Đơn vị điện trở là  $\Omega$  (ôm)

Công suất tiêu tán tức thời:

$$p(t) = u.i(t) = R.i^2(t) \quad (W) \quad (1.8)$$

Năng lượng tiêu tán:

$$A = \int_0^T p(t) dt \quad (1.9)$$

Người ta còn dùng khái niệm điện dẫn  $g$ . Điện dẫn  $g$  là tỷ số nghịch đảo của điện trở và được tính như sau:

$$g = \frac{1}{R} \quad (1.10)$$

Đơn vị điện dẫn là S (simen).

### 1.3.3. Điện cảm $L$

Phần tử điện cảm đặc trưng cho khả năng tiêu tán năng lượng dưới dạng từ trường.

Khi có dòng điện  $i(t)$  chạy qua cuộn dây có  $w$  vòng, sẽ sinh ra từ thông  $\psi$  móc vòng qua các vòng dây và tích lũy năng lượng  $W_M$  vào không gian bao quanh. Khi dòng điện tăng thì từ thông  $\psi$  cũng tăng, ta đặt tỷ số giữa từ thông và dòng điện và gọi là điện cảm của cuộn dây (hình 1-9) ta có:

$$L = \frac{\psi}{i(t)} \text{ hay } \psi = L.i(t) \quad (1.11)$$

$$\text{Và } \psi = w.\Phi \quad (1.12)$$

Đơn vị của điện cảm là H (henry)

Nếu dòng điện  $I$  biến thiên thì từ thông cũng biến thiên và theo định luật cảm ứng điện từ trong cuộn dây xuất hiện sức điện động tự cảm. Lúc đó:

$$e_L = -\frac{d\psi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (1.13)$$

Khi đó điện áp tự cảm trên điện cảm  $L$ :

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} \quad (1.14)$$

$$\text{Công suất tức thời: } p = u_L.i(t) \quad (1.15)$$

Năng lượng từ trường tích lũy trong cuộn dây:

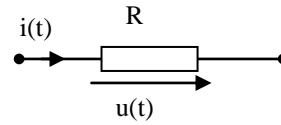
$$W_M = \int_0^t p dt \quad (1.16)$$

Từ (1.14) ta thấy, khi  $i = I$  (hằng số) có  $u_L = 0V$ , như vậy ở trạng thái xác lập đối với dòng một chiều thì điện cảm  $L$  đóng vai trò dây dẫn.

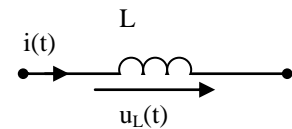
### 1.3.4. Điện dung $C$

Phần tử điện dung  $C$  đặc trưng cho khả năng tích lũy năng lượng dưới dạng điện trường.

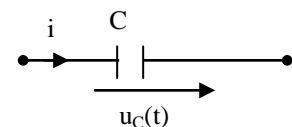
Khi đặt điện áp  $u_C$  lên tụ điện có điện dung  $C$  thì tụ sẽ được nạp điện với điện tích là  $q$  (hình 1- 10). Như vậy tụ điện đã tích lũy năng lượng dưới dạng điện trường.



Hình 1- 7



Hình 1- 9



Hình 1- 10

Quan hệ giữa điện tích và điện áp trên tụ điện là:

$$q = C.u_c \quad (1.17)$$

Trong đó C là điện dung của tụ điện. Đơn vị của điện dung là F (Fara)

Dòng điện chạy trong tụ bằng:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dC.u_c}{dt} = C.\frac{du_c}{dt} \quad (1.18)$$

Vậy điện áp trên tụ là:  $u_c = \frac{1}{C} \int_0^t i.dt$  (1.19)

Nếu tại thời điểm  $t = 0$  mà tụ điện đã có điện tích ban đầu thì điện áp trên tụ điện là:

$$u_c = \frac{1}{C} \int_0^t i.dt + u_c(0)$$

Công suất trên tụ điện:  $p_c = u_c.i = C.u_c.\frac{du_c}{dt}$  (1.20)

Năng lượng tích lũy trong điện trường của tụ điện trong thời gian t:

$$W_d = \int_0^t p_c.dt = \int_0^t C.u_c.du_c \quad (1.21)$$

Vậy điện dung C đặc trưng cho quá trình trao đổi và tích lũy năng lượng điện trường trong tụ điện.

#### 1.4. Định luật Kirchoff

Để nghiên cứu, tính toán mạch điện người ta dùng 2 định luật cơ bản là định luật Kirchoff 1 và 2.

##### 1.4.1. Định luật Kirchoff 1 (K<sub>1</sub>)

###### 1.4.1.1. Nội dung

Định luật Kirchoff 1 phát biểu cho một nút: *Tổng đại số các dòng điện tại một nút bằng không.*

$$\sum i_k = 0 \quad (1.22)$$

Trong đó, nếu quy ước các dòng điện đi tới nút mang dấu dương, thì các dòng điện rời khỏi nút mang dấu âm hoặc ngược lại.

Ví dụ: Tại nút A hình 1- 11 định luật Kirchoff 1 được viết:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \text{ hay } i_1 = i_2 + i_3$$

Nghĩa là tổng các dòng điện tới nút bằng tổng các dòng điện rời khỏi nút.

Khi có cả các nguồn dòng đi tới nút vì nguồn dòng đã biết trước nên ta có:

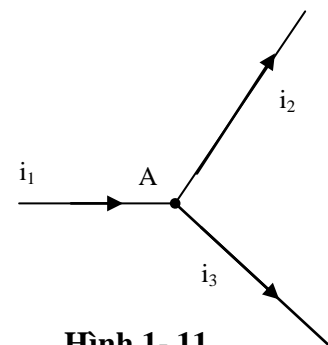
$$\sum i_k = \sum j_k \quad (1.23)$$

###### 1.4.1.2. Ý nghĩa

Định luật Kirchoff 1 nói lên tính chất liên tục của dòng điện. Trong một nút không có hiện tượng tích lũy điện tích, có bao nhiêu trị số dòng điện tới nút thì cũng có bấy nhiêu trị số dòng điện rời khỏi nút.

###### 1.4.1.3. Số phương trình độc lập viết theo định luật Kirchoff 1

Khi viết phương trình K1 cần lưu ý phương trình viết phải độc lập và số lượng phương trình phải viết đủ. Ta xét số phương trình đủ viết theo K1: Nếu mạch điện có n nút thì về nguyên tắc có thể viết được n phương trình K1 cho n nút, nhưng cần nhớ



Hình 1- 11

rằng trong một nhánh, dòng chảy từ đầu đến cuối nên dòng điện sẽ đi vào (dương) ở nút đầu và đi ra (âm) ở nút cuối, nên viết đủ n phương trình thì thừa một phương trình, tức là phương trình này có thể suy ra từ (n-1) phương trình đã viết, nên phương trình đó không độc lập. Vì vậy số phương trình độc lập viết theo luật Kirchoff 1 là (n-1). Có thể thấy số phương trình độc lập viết theo luật Kirchoff 1 chính bằng số nhánh trên sơ đồ mạch điện.

### 1.4.2. Định luật Kirchoff 2(K<sub>2</sub>)

#### 1.4.2.1. Nội dung

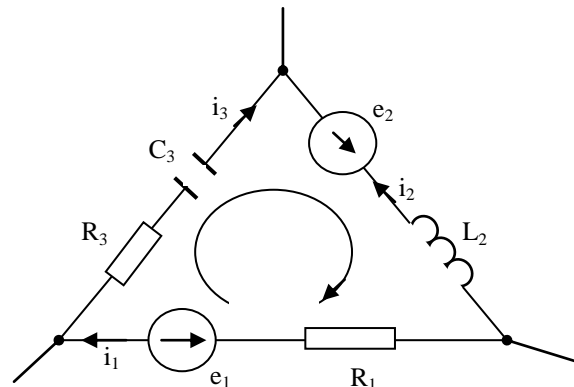
Định luật Kirchoff 2 phát biểu cho mạch vòng kín như sau: *Đi theo một vòng kín với chiều tùy ý, tổng đại số các điện áp rơi trên các phần tử bằng không.*

$$\sum u_k = 0 \quad (1.24)$$

Thay thế điện áp rơi trên các phần tử có trong mạch điện vào biểu thức (1.24) và chuyển các sức điện động sang vế phải, ta được phương trình.

$$\sum u = \sum e \quad (1.25)$$

Định luật Kirchoff 2 được phát biểu như sau: *Đi theo một vòng khép kín, theo một chiều tùy ý, tổng đại số các điện áp rơi trên các phần tử bằng tổng đại số các sức điện động trong vòng: Trong đó những sức điện động và dòng điện có chiều trùng với chiều đi vòng sẽ lấy dấu dương, ngược lại mang dấu âm.*



Hình 1- 12

Ví dụ: Đối với vòng kín trong hình 1- 12, định luật Kirchoff 2 viết:

$$R_3 i_3 + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt - L_2 \frac{di_2}{dt} + R_1 i_1 = e_2 - e_1 \quad (1.26)$$

#### 1.4.2.2. Ý nghĩa

Định luật Kirchoff 2 nói lên tính chất thế của mạch điện. Trong một mạch điện xuất phát từ một điểm theo một mạch vòng kín và trở lại vị trí xuất phát thì lượng tăng thế bằng không.

#### 1.4.2.3. Số phương trình độc lập viết theo định luật Kirchoff 2

Phương trình K<sub>2</sub> viết theo vòng nên số phương trình độc lập ứng với số vòng độc lập. Trong một mạch điện số vòng độc lập bằng k<sub>2</sub> = m-n+1.

## CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 1

Câu 1. Hãy nêu khái niệm và kết cấu hình học của mạch điện.

Câu 2. Hãy nêu tính chất, chiều quy ước của các đại lượng đặc trưng cho quá trình năng lượng điện.

Câu 3. Hãy nêu ý nghĩa, tính chất, ký hiệu của các phần tử đặc trưng lý tưởng của mạch.

Câu 4. Hãy phát biểu nội dung và viết biểu thức 2 định luật Kirchoff .

Câu 5. Cho mạch điện hình 1-13.

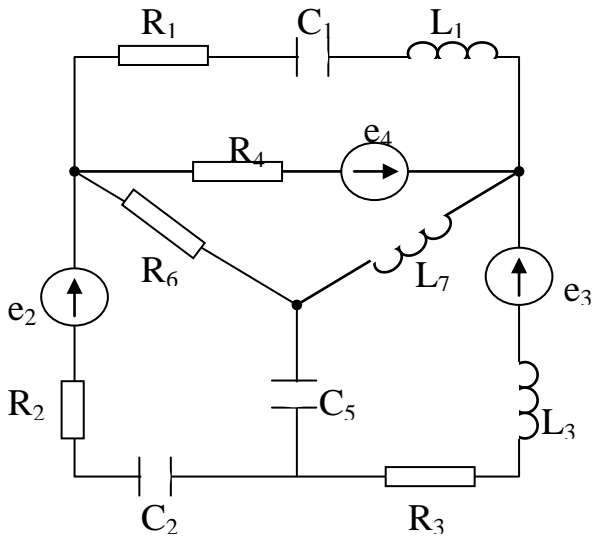
a, Hãy xác định số nhánh, số nút, số mạch vòng độc lập và kể tên các phần tử có trong mạch vòng ấy.

b, Tùy ý chọn chiều dòng điện các nhánh và chọn chiều dương cho các mạch vòng độc lập. Hãy thành lập các phương trình theo 2 định luật Kirchoff .

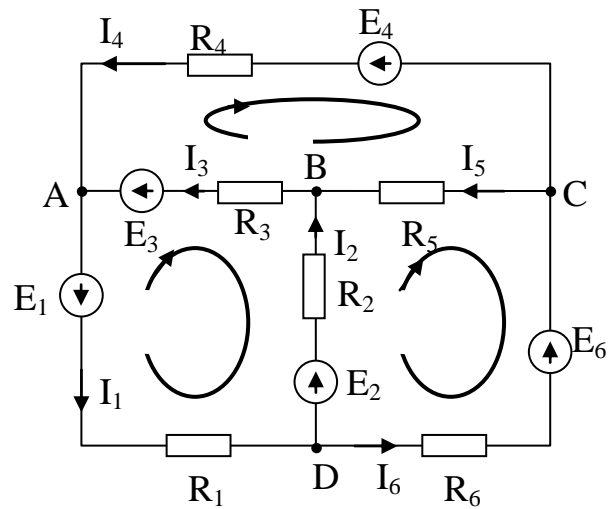
Câu 6. Cho mạch điện hình 1- 14.

Với  $R_1 = R_3 = R_5 = 2\Omega$ ,  $R_2 = R_4 = R_6 = 4\Omega$ .  $E_1 = E_6 = 12V$ ,  $E_4 = 9V$ ,  $E_3 = 24V$ .  
Cho trước chiều dòng điện nhánh và chiều dương vòng độc lập.

Hãy thành lập các phương trình theo 2 định luật Kirchoff .



**Hình 1- 13**



**Hình 1- 14**

## Chương 2. MẠCH TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

Với nội dung chính của chương này sinh viên được củng cố kiến thức về số phức, được trang bị cách biểu diễn đại lượng điều hòa dùng ảnh phức và được cung cấp các định luật cơ bản của mạch điện phức. Vì vậy sau khi học xong chương này sinh viên có thể nắm vững kiến thức về số phức, biết biểu diễn các đại lượng điều hòa dùng ảnh phức và có khả năng vận dụng được các định luật cơ bản của mạch điện phức vào giải quyết các bài tập cụ thể.

Để đi vào tính toán các mạch điện cụ thể trước hết ta xét một loại mạch quan trọng và thường gặp đó là mạch tuyến tính hệ số hằng ở chế độ cơ bản là chế độ xác lập với dạng kích thích cơ bản nhất là kích thích điều hoà. Kích thích điều hoà là kích thích cơ bản vì mọi kích thích chu kỳ không điều hoà đều có thể phân tích thành tổng các kích thích điều hoà có tần số và biên độ khác nhau. Hơn nữa đa số các nguồn trên thực tế như máy phát điện, máy phát âm tần... đều là nguồn phát điều hoà hoặc chu kỳ không điều hoà, mặt khác ứng với các kích thích điều hoà với các toán tử tuyến tính thì đáp ứng cũng sẽ là những điều hoà khiến cho việc tính toán khảo sát rất đơn giản.

### 2.1. Số phức

#### 2.1.1. Khái niệm

Số phức là một lượng gồm hai thành phần:  $a+jb$ .

Trong đó: -  $a, b$  là số thực

- $j = \sqrt{-1}$  là số ảo
- $a$  là thành phần thực.
- $jb$  là thành phần ảo.

Hai thành phần này khác hẳn nhau về bản chất: Với mọi giá trị  $a, b$  khác số 0, không làm cho tổ hợp  $a+jb$  triệt tiêu được.

Theo nghĩa ấy ta bảo  $a$  và  $jb$  là hai thành phần độc lập tuyến tính và trực giao nhau của số phức và coi số phức như một vectơ phẳng (hình 2- 1).

Trên hệ trục tọa độ trực hoành gọi là trục thực (+1), trục tung gọi là trục ảo ( $j$ ). Hình chiếu của véc tơ  $\vec{V}$  lên trục thực chính là số thực  $a$ , lên trục ảo chính bằng số ảo  $jb$ . Độ dài véc tơ  $\vec{V}$  (được gọi là modul của số phức  $\dot{V}$ ) được xác định như sau:

$$|\dot{V}| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2.1)$$

Góc lệch của véc tơ  $\vec{V}$  với trục thực (được gọi là argumen của số phức  $\dot{V}$ ) được xác định:

$$\varphi = \arctg \frac{b}{a} \quad (2.2)$$

Như vậy, một số phức bất kì có thể biểu thị bằng một véc tơ trên mặt phẳng phức và ngược lại một véc tơ trong mặt phẳng phức cũng tương ứng với một số phức.

#### 2.1.2. Các dạng biểu diễn số phức

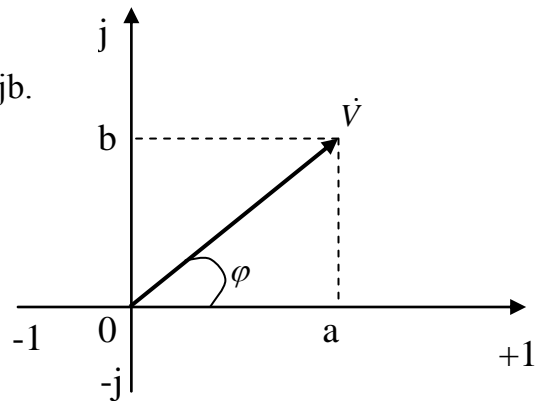
Biểu thức viết số phức dưới dạng tổng của số thực và số ảo là dạng đại số của số phức  $\dot{V}$ :

$$\dot{V} = a + jb \quad (2.3)$$

Từ hình 2- 1 ta dễ thấy quan hệ giữa hai cặp số  $(a, b)$  và  $(V, \varphi)$  của số phức  $\dot{V}$ .

$$a = V \cos \varphi, \quad b = V \sin \varphi \quad (2.3a)$$

$$\text{và ngược lại: } V = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{b}{a} \quad (2.3b)$$



Hình 2- 1. Biểu thị véc tơ trên mặt phẳng phức



Thay biểu thức 2.3a vào số phức  $\dot{V}$  dạng đại số ta số phức  $\dot{V}$  biểu diễn dưới dạng lượng giác:

$$\dot{V} = |V| \cos \varphi + j|V| \sin \varphi \quad (2.4)$$

Để chuyển đổi một số phức từ dạng đại số sang dạng lượng giác có thể sử dụng máy tính bỏ túi (calculator) (xem hướng dẫn phụ lục).

Dạng thứ ba của số phức là dạng mũ:

$$\dot{V} = |A|(\cos \varphi + j \sin \varphi) = |A|e^{j\varphi} \quad (2.5)$$

Công thức này được rút ra từ công thức Öle:  $(\cos \varphi + j \sin \varphi) = e^{j\varphi}$

Thường người ta viết gọn số phức dưới dạng mũ như sau:  $\dot{V} = |V| \angle \varphi$ .

\* **Các số phức đáng nhớ.**

$$j = e^{j\frac{\pi}{2}}; \quad j^2 = -1; \quad j^3 = e^{-j\frac{\pi}{2}}; \quad j^4 = 1$$

\* **Cặp số phức liên hợp**

Hai số phức được gọi là liên hợp với nhau nếu chúng có phần thực bằng nhau còn phần ảo cũng bằng nhau về trị số nhưng trái dấu. Nếu hai số phức được viết dưới dạng số mũ thì chúng được gọi là liên hợp với nhau khi có modul bằng nhau và argument cũng bằng nhau nhưng trái dấu.

Nếu số phức ký hiệu  $\dot{V}$  thì số phức liên hợp của nó ký hiệu  $\dot{V}^*$ .

### 2.1.3. Các phép toán cơ bản của số phức

#### a. **Đẳng thức của hai số phức**

Hai số phức gọi là bằng nhau khi phần thực và phần ảo của chúng bằng nhau từng đôi một.

#### b. **Tổng hoặc hiệu của hai số phức**

Hai số phức:  $\dot{V}_1 = a_1 + jb_1$  và  $\dot{V}_2 = a_2 + jb_2$  có tổng hoặc hiệu là một số phức  $\dot{V} = a + jb$  có phần thực và phần ảo thứ tự bằng tổng (hoặc hiệu) phần thực và phần ảo của các số phức  $\dot{V}_1$  và  $\dot{V}_2$ :

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = a + jb = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) \quad (2.6)$$

Từ định nghĩa về phép tính tổng và hiệu hai số phức suy ra: Tổng hai phức liên hợp với nhau là một số thực bằng hai lần phần thực của một trong hai số phức đó. Hiệu hai số phức liên hợp là một số ảo bằng hai lần phần ảo của một trong hai số phức đó.

#### c. **Tích và thương của hai số phức**

Tích và thương của hai số phức được tính một cách tiện lợi nhất nếu hai số phức đó được viết dưới dạng mũ.

Ví dụ với hai số phức:  $\dot{V}_1 = |V_1|e^{j\varphi_1}$ ;  $\dot{V}_2 = |V_2|e^{j\varphi_2}$  ta có tích và thương của chúng lần lượt như sau:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 \cdot \dot{V}_2 = |V_1|e^{j\varphi_1} \cdot |V_2|e^{j\varphi_2} = |V_1||V_2|e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \quad (2.7)$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{|V_1|e^{j\varphi_1}}{|V_2|e^{j\varphi_2}} = \frac{|V_1|}{|V_2|}e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad (2.8)$$

Tích của hai số phức là một số phức có modul bằng tích của hai modul các số phức thành phần, có argument bằng tổng hai argument của hai số phức thành phần.

Thương của hai số phức là một số phức có modul bằng thương của hai modul các số phức bị chia và chia, có argument bằng tổng hai argument của hai số phức bị chia và chia.

Khi nhân và chia hai số phức viết dưới dạng đại số, ta làm như các phép tính đại số thông thường. Riêng phép chia, sau khi thao tác tính xong ta phải trục số phức ra khỏi mẫu bằng cách nhân cả tử và mẫu với số phức liên hợp của mẫu. Tích của hai số phức liên hợp là một số thực dương bằng bình phương modul mỗi số phức:

$$\hat{V} \cdot \hat{V} = |V| \cdot e^{j\varphi} \cdot |V| \cdot e^{-j\varphi} = |V|^2 \quad (2.9)$$

Riêng khi  $\hat{V} = j$  ta có  $\hat{V} = -j$

$$\text{Kết quả: } j \cdot (-j) = |j|^2 = 1 \text{ hoặc } -j = \frac{1}{j} \quad (2.10)$$

## 2.2. Biểu diễn đại lượng điều hoà dùng ảnh phức

Trong mục trên đã nêu rõ một số phức gồm hai thành phần trục giao thực và ảo, nên có thể biểu diễn những cặp hai thông số của mạch điện. Ở chế độ xác lập các quá trình năng lượng trong mạch tuyến tính có dòng hình sin như dòng, áp, sức điện động, tổng trở, góc lệch pha (phản ứng của nhánh), công suất... thường đặc trưng bởi những cặp hai thông số. Do đó có thể biểu diễn chúng bằng số phức như sau:

### 2.2.1. Biểu diễn các biến trạng thái điều hoà

#### 2.2.1.1. Biến trạng thái điều hoà

Để đo quá trình năng lượng điện từ trong mạch điện ta chọn cặp biến trạng thái là dòng  $i(t)$  và áp  $u(t)$  có biểu thức:  $i = I_{\max} \sin(\omega t + \psi_i)$  hay  $u = U_{\max} \sin(\omega t + \psi_u)$ . Các biến điều hoà có các đặc trưng sau:

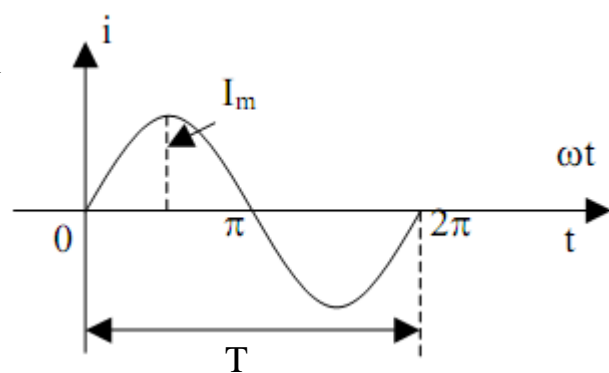
- Biên độ  $I_{\max}$  là trị số cực đại của đại lượng hình sin, nói lên đại lượng hình sin lớn hay bé.

- Góc pha  $(\omega t + \psi_i)$  còn gọi tắt là pha, xác định trạng thái (trị số và chiều) của đại lượng hình sin tại thời điểm  $t$  bất kỳ. Trong đó:

- $\psi_i$  là góc pha đầu (gọi tắt là pha đầu) của dòng điện, xác định trị số của đại lượng hình sin, đơn vị là rad/s.
- Tần số góc  $\omega$  là tốc độ biến thiên của dòng điện hình sin, đơn vị là rad/s.

Quan hệ giữa tần số góc  $\omega$  và tần số  $f$  là:  $\omega = 2\pi f$  (2.11)

Với  $f$  là số chu kỳ của dòng điện trong một giây ( tần số công nghiệp thông thường  $f = 50\text{Hz}$  ứng với  $T = 0,02\text{s}$ , ở một số nước khác (Mỹ) thì  $f = 60\text{Hz}$ , trong vô tuyến điện  $f = 3 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$ ).



Hình 2- 2. Biểu diễn dòng điện hình sin

Biểu diễn hàm chu kỳ trên đồ thị thời gian như hình 2.2.

#### 2.2.1.2. So sánh các biến điều hoà cùng tần số

Điện áp và dòng điện biến thiên cùng tần số, song phụ thuộc vào tính chất mạch điện, góc pha của chúng có thể không trùng nhau, người ta gọi giữa chúng có sự lệch pha. Góc  $\varphi$  thường được dùng để ký hiệu góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện.

Xét biểu thức trị số tức thời của dòng điện:

$$i = I_{\max} \sin(\omega t + \psi_i)$$

Một cách tương tự, ta có biểu thức trị số tức thời của điện áp:

$$u = U_{\max} \sin(\omega t + \psi_u)$$

Trong đó  $U_{\max}$ ,  $\psi_u$  là biên độ và pha đầu của điện áp.

Góc lệch pha giữa dòng điện và điện áp là:

$$\varphi = \psi_i - \psi_u \quad (2.12)$$

- Khi  $\psi_i > \psi_u \Rightarrow \varphi > 0$ : dòng điện vượt pha trước điện áp (hoặc điện áp chậm pha sau dòng điện).

- Khi  $\psi_i < \psi_u \Rightarrow \varphi < 0$ : điện áp vượt pha trước dòng điện hoặc dòng điện chậm pha sau điện áp).

- Khi  $\psi_i = \psi_u \Rightarrow \varphi = 0$ : dòng điện và điện áp trùng pha nhau.

### 2.2.1.3. Trị hiệu dụng của hàm điều hoà

Khi biến là một hàm điều hoà, ví dụ xét biến dòng điện: Trị số hiệu dụng của dòng điện xoay chiều ký hiệu là  $I$ , là giá trị tương đương với dòng điện một chiều khi đi qua cùng một điện trở ( $R$ ) trong cùng một thời gian là một chu kỳ ( $T$ ) của dòng điện xoay chiều thì toả ra cùng một nhiệt lượng ( $Q$ ).

Thật vậy:

- Trong thời gian một chu kỳ của dòng điện xoay chiều, dòng điện một chiều toả ra nhiệt lượng là:

$$Q_{lc} = I^2 . R . T \quad (2.13)$$

- Trong thời gian  $dt$ , dòng điện xoay chiều  $i = I_m \sin \omega t$  toả ra một nhiệt lượng:

$$dQ_{xc} = i^2 . R . dt$$

Vậy trong một chu kỳ  $T$  nó sẽ toả ra một nhiệt lượng:

$$Q_{xc} = \int_0^T dQ = \int_0^T i^2 . R . dt \quad (2.14)$$

- Theo định nghĩa ta có:  $Q_{lc} = Q_{xc}$

$$\text{Hay: } I^2 . T = \int_0^T i^2 . dt \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 . dt} \quad (2.15)$$

+ Liên hệ giữa trị số hiệu dụng và trị số cực đại

Thay  $i = I_m \sin \omega t$  vào (1.20). Ta được  $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t . dt}$

Từ lượng giác ta có :  $\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$

$$\text{Vì vậy: } \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t . dt = \frac{I_m^2}{2} \left( \int_0^T dt - \int_0^T \cos 2\omega t . dt \right) = \frac{I_m^2}{2} . T \quad (2.16)$$

$$\text{Vậy: } I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{I_m^2}{2} \cdot T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (2.17)$$

Tương tự ta có các trị hiệu dụng của điện áp và sức điện động:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad ; \quad (2.18)$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad (2.19)$$

### 2.2.1.4. Biểu diễn các biến trạng thái bằng ảnh phức

Khi các hàm (sin hoặc cos) dòng, áp, sđđ trong mạch có cùng một tần số, chúng chỉ còn phân biệt nhau bằng cặp thông số hiệu dụng – góc pha đầu. Do đó, có thể biểu diễn chúng bằng những số phức có modul bằng hiệu dụng và argument bằng góc pha đầu của mỗi hàm cụ thể.

$$\begin{aligned}
i &= \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) \Leftrightarrow \dot{I} = I.e^{j\varphi_i} \\
u &= \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_u) \Leftrightarrow \dot{U} = U.e^{j\varphi_u} \\
e &= \sqrt{2}E \sin(\omega t + \varphi_e) \Leftrightarrow \dot{E} = E.e^{j\varphi_e}
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

Ví dụ 2.1: Viết biểu thức phức của dòng điện có giá trị tức thời:

$$i = 10\sqrt{2}\sin(100\pi t + 30^\circ) \text{ (A)}$$

Giải: Số phức biểu diễn sẽ có modul là 10 argument là  $30^\circ$  tức:  $\dot{I} = 10.e^{j30^\circ}$  (A)

### 2.2.2. Biểu diễn phản ứng của một nhánh đối với kích thích điều hoà

Phản ứng của một nhánh đặc trưng bởi cặp số tổng trở - góc lệch pha ( $z, \varphi$ ), hoặc điện trở - điện kháng ( $r, x$ ), cũng được biểu diễn bằng số phức ký hiệu bằng chữ hoa Z không có dấu chấm ở trên, với modul bằng tổng trở  $z$  và argument bằng góc lệch pha  $\varphi$ :

$$Z = z.e^{j\varphi} \tag{2.21a}$$

Ta gọi số phức đó là tổng trở phức của nhánh đối với dòng hình sin, trong đó phân biệt ta ký hiệu modul của Z bằng chữ  $z$  nhỏ.

Nếu viết Z dưới dạng lượng giác ta có:  $Z = z.\cos \varphi + jz.\sin \varphi$

Ta cũng đã biết:  $r = z.\cos \varphi$ ;  $x = z.\sin \varphi$

$$\text{Vậy: } Z = r + jx \tag{2.21b}$$

Chú ý rằng, vì  $r, x$  đặc trưng những quá trình năng lượng khác hẳn nhau, nên chúng không cộng thẳng với nhau mà là những phần thực và phần ảo của một số phức.

Tổng dẫn phức của mạch được biểu diễn là đại lượng nghịch đảo của tổng trở phức. Nó được quy ước ký hiệu bằng chữ Y (in hoa không có dấu chấm ở trên).

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{z.e^{j\varphi}} = \frac{1}{z}.e^{-j\varphi} = y.e^{-j\varphi} \tag{2.22a}$$

$$\text{Cũng có thể viết: } Y = y.\cos \varphi - jy.\sin \varphi \Leftrightarrow Y = g - jb \tag{2.22b}$$

Với  $g = y \cos \varphi = \frac{r}{z^2}$  là điện dẫn tác dụng và  $b = y \sin \varphi = \frac{x}{z^2}$  là điện dẫn phản kháng.

Ví dụ 2.2: Cho mạch gồm ba phần tử  $r, L, C$  nối tiếp với  $r = 3\Omega, X_L = 2\Omega, X_C = 6\Omega$  viết tổng trở và tổng dẫn phức của mạch.

Giải:

$$\text{Tổng trở phức: } Z = r + j(X_L - X_C) = 3 + j(2 - 6) = 3 - j4 = 5\angle -53,13^\circ (\Omega)$$

$$\text{Tổng dẫn phức: } Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{5\angle -53,13^\circ} = \frac{1}{5}\angle 53,13^\circ (S)$$

### 2.2.3. Biểu diễn công suất trong một nhánh.

Đối với dòng hình sin ta đã có hai khái niệm cơ bản về công suất khác hẳn nhau về bản chất là công suất tác dụng và công suất phản kháng. Do đó có thể biểu diễn cặp số ( $P, Q$ ) của một nhánh bằng một số phức có phần thực là  $P$  và phần ảo là  $Q$ .

Theo tam giác công suất ta có:  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ ,  $\varphi = \text{arctg} \frac{Q}{P}$  đây chính là modul và argument của số phức công suất ký hiệu là  $\tilde{S}$ .

$$\tilde{S} = P + jQ = S.e^{j\varphi} \tag{2.23}$$

### 2.2.4. Biểu diễn quan hệ giữa điện áp và dòng của một nhánh.

Ta đã biết quan hệ giữa dòng và áp hình sin trong một nhánh miêu tả bởi hai hệ thức về modul và về pha:

$$\begin{cases} U = z.I, & \varphi_u = \varphi + \varphi_i \\ I = \frac{U}{z}, & \varphi_i = \varphi_u - \varphi \end{cases}$$

Dùng số phức có thể viết gọn mỗi cặp hai hệ thức đó bằng một biểu thức đơn giản. Thật vậy, dùng các biểu diễn phức:

$$\dot{U} = U.e^{j\varphi_u}, \dot{I} = I.e^{j\varphi_i}, Z = z.e^{j\varphi}$$

thì mỗi cặp quan hệ trên gộp thành một quan hệ dưới đây:

$$\dot{U} = Z.I \Rightarrow \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} \quad (2.24)$$

### 2.2.5. Biểu diễn phản ứng một nhánh bằng tổng dẫn phức.

Tổng dẫn phức là nghịch đảo của tổng trở phức  $Z$ . Nó cũng là một thông số của một nhánh và hoàn toàn xác định theo các thông số  $r, L, C$  hoặc  $r, x \dots$  của nhánh.

Nếu như đã biết tổng dẫn:  $Y = \frac{1}{Z}$  thì từ (3.11) ta có thể tìm được dòng theo áp

$$\text{hoặc ngược lại vì: } \dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = Y.\dot{U} \quad (2.25)$$

Quan hệ giữa  $Y$  và các thông số của nhánh như sau:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{z.e^{j\varphi}} = \frac{1}{z}.e^{-j\varphi} = y.e^{-j\varphi} \quad (2.26)$$

Vậy tổng dẫn phức có modul là tổng dẫn  $y$  bằng nghịch đảo của tổng trở  $z$  và argumen bằng góc lệch pha  $\varphi$  với dấu ngược lại.

Ta cũng phân tích được tổng dẫn phức  $Y$  thành hai thành phần thực là điện dẫn tác dụng  $g$  và thành phần ảo là điện dẫn phản kháng  $b$  như sau:

$$Y = g - jb = \frac{1}{z} \cos \varphi - j \frac{1}{z} \sin \varphi \quad (2.27)$$

Tất nhiên cặp số  $g, b$  cũng có quan hệ mật thiết với cặp số  $r, x$  của một nhánh. Từ tam giác tổng trở suy ra:

$$g = \frac{1}{z} \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{r}{r^2 + x^2} = \frac{r}{z^2} \quad (2.28a)$$

$$\text{và } b = \frac{1}{z} \sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{r^2 + x^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{x}{r^2 + x^2} = \frac{x}{z^2} \quad (2.28b)$$

Chú ý rằng với quy ước  $Y = g - jb$  thì  $g$  và  $b$  luôn cùng dấu với  $r$  và  $x$ . Với nhánh thuần trở hoặc thuần kháng  $g, b$  không phải là nghịch đảo của  $r, x$ .

### 2.2.6. Biểu diễn quan hệ dòng áp và công suất.

Một cách logic ta cũng nghĩ rằng số phức  $\tilde{S}$  phải liên quan với những số phức  $\dot{U}, \dot{I}, Z$  và  $Y$ .

Thật vậy ta có:

$$\tilde{S} = S.e^{j\varphi} = U.I.e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U.e^{j\varphi_u}.I.e^{-j\varphi_i} = \dot{U}.\hat{I} \quad (2.29)$$

Mặt khác cũng có quan hệ giữa  $\tilde{S}$  và  $Z, Y$  như sau:

$$\tilde{S} = U.I.e^{j\varphi} = z.I^2.e^{j\varphi} = Z.I^2 \quad (2.30a)$$

$$\text{và } \tilde{S} = U.I.e^{j\varphi} = U.\frac{U}{z}.e^{j\varphi} = \frac{U^2}{z.e^{-j\varphi}} = \hat{Y}.U^2 \quad (2.30b)$$

*Ví dụ 2.3:* Cho biết tổng trở phức của một nhánh có tính chất cảm  $Z = 200 \angle 30^\circ (\Omega)$ , đặt dưới một điện áp có  $\dot{U} = 220 \angle 0^\circ (V)$ . Tìm  $\dot{I}, \tilde{S}, P, Q$ ?

Giải: Ta có:

$$i = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{200\angle 30^\circ} = 1,1\angle -30^\circ (A)$$

Công suất phức:

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot \hat{I} = 220\angle 0^\circ \cdot 1,1\angle -30^\circ = 242\angle 30^\circ = 209 + j121(\text{VA})$$

Vậy: S = 242 (VA), P = 209 (W), Q = 121 (Var)

### 2.2.7. Biểu diễn các phép đạo hàm và tích phân hàm điều hoà bằng số phức.

Cho một lượng điều hoà:  $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_i) \Leftrightarrow \dot{I} = I \cdot e^{j\varphi_i}$

Đạo hàm theo thời gian ta được:

$$\frac{di}{dt} = \sqrt{2} \cdot \omega \cdot I \cdot \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) \text{ có cặp thông số } \left(\omega I, \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) \text{ do đó được biểu diễn}$$

phức:  $\omega I \cdot e^{j\left(\varphi_i + \frac{\pi}{2}\right)} = \omega I \cdot e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\varphi_i} = j\omega I \cdot e^{j\varphi_i} = j\omega \dot{I}$

Từ đó thấy rằng nếu biểu diễn một hàm điều hoà của thời gian bằng số phức thì phép đạo hàm theo thời gian đối với hàm này sẽ biểu diễn bởi phép nhân số phức biểu diễn với số  $j\omega$ , tức:

$$\frac{di}{dt} \Leftrightarrow j\omega \dot{I} \quad (2.31)$$

Cũng tương tự như vậy, tích phân một hàm điều hoà theo thời gian, trong trường hợp xác lập cũng sẽ cho một hàm điều hoà, ví dụ với dòng điện trên:

$$\int idt = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\omega} \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right)$$

Cũng theo cách lập luận trên ta thấy phép tích phân theo thời gian của hàm điều hoà sẽ biểu diễn bằng phép chia số phức biểu diễn với số  $j\omega$  tức:

$$\int idt \Leftrightarrow \frac{\dot{I}}{j\omega} \quad (2.32)$$

Những biểu thức (2.31) và (2.32) dẫn đến những kết quả rất quan trọng dưới đây:

a) Nhờ phép biểu diễn các hàm lượng giác có cùng tần số bằng số phức, những quan hệ vi tích phân giữa các lượng điều hoà được biểu diễn bằng những quan hệ hàm đơn giản giữa các số phức biểu diễn.

Ví dụ quan hệ dòng áp trên điện cảm  $u_L = L \frac{di}{dt}$  và trên điện dung  $u_C = \frac{1}{C} \int idt$  được biểu diễn bằng những quan hệ đơn giản:

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I} \quad (2.33a)$$

$$\dot{U}_C = \frac{\dot{I}}{j\omega C} = -j \frac{\dot{I}}{\omega C} \quad (2.33b)$$

Điện áp trên một nhánh nối tiếp r – L quan hệ với dòng bằng một quan hệ vi tích phân theo định luật Kirchoff 2:

$$u = L \frac{di}{dt} + ri \quad (2.33c)$$

Dùng số phức ta biểu diễn quan hệ ấy bằng một quan hệ hàm:

$$\dot{U} = j\omega L \dot{I} + r \dot{I} = (r + j\omega L) \dot{I} \quad (2.33d)$$

Quan hệ giữa u và I trên nhánh nối tiếp r – L – C:

$$u = L \frac{di}{dt} + ri + \frac{1}{C} \int idt \quad (2.34a)$$

được biểu diễn bằng một quan hệ hàm đơn giản giữa  $\dot{U}$  và  $\dot{I}$ :

$$\dot{U} = j\omega L \dot{I} + r \dot{I} + \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = \left[ r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right] \dot{I} = Z \dot{I} \quad (2.34b)$$

Ở đây theo 2.10 ta thay  $\frac{1}{j} = -j$  được biểu thức tổng trở phức của một nhánh:

$$Z = r + jx = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

b) Cũng nhờ phép biểu diễn bằng số phức từ (2.31), (2.32) suy ra các hệ phương trình vi phân của mạch điện có dòng điều hòa sẽ biểu diễn bằng các hệ phương trình đại số đối với các số phức biểu diễn. Như vậy, việc giải hệ vi phân của mạch để tìm nghiệm là hàm điều hòa, sẽ được chuyển đến việc giải một hệ đại số đơn giản để tìm các số phức biểu diễn cho các nghiệm đó. Biết các số phức này ta suy ra được các nghiệm ấy.

Ví dụ 3.4: Với mạch hình 2.3a ta có 3 phương trình cho các dòng nhánh:

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

$$r_1 i_1 + L_1 \frac{di}{dt} - r_3 i_3 = e_1 - e_2$$

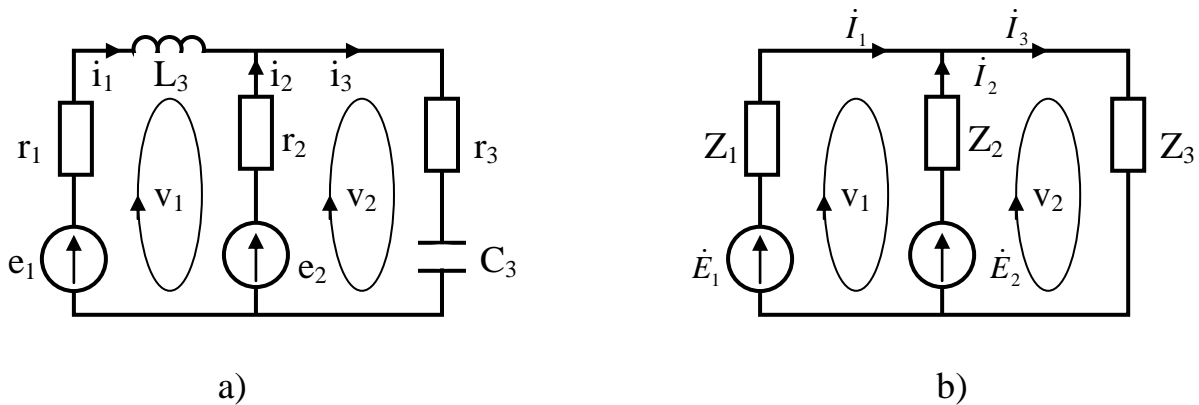
$$r_2 i_2 + r_3 i_3 + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt = e_2$$

Chuyển sang số phức đối với trường hợp các lượng điều hòa ta có một phương trình đại số đơn giản:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

$$(r_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - r_2 \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$$

$$r_2 \dot{I}_2 + \left(r_3 - j\frac{1}{\omega C_3}\right) \dot{I}_3 = \dot{E}_2$$



Hình 2- 3

### 2.3. Các định luật cơ bản của mạch điện phức

Trong tính toán kỹ thuật, ta thường quen và tiện dùng sơ đồ phức của mạch, dựa trên dạng phức của các luật Kirchoff 1,2 nêu dưới đây.

#### 2.3.1. Định luật Kirchoff 1

Ta đã biết định luật Kirchoff 1 viết cho một điểm nút bất kỳ của mạch điện ứng với các giá trị tức thời của các dòng điện đi tới điểm nút đó.

Khi chúng ta biểu thị các đại lượng và thông số của mạch bằng các ảnh phức của chúng, ta cũng có thể viết biểu thức của định luật này dưới dạng phức.

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0$$

Tại điểm nút bất kỳ của mạch điện, tổng đại số các trị số hiệu dụng phức của dòng điện bằng không.

Tất nhiên cũng giống như trước, khi viết phương trình theo định luật Kirchoff 1 cần quy ước chiều dương của các dòng điện để xác định dấu của chúng trong biểu thức.

### 2.3.2. Định luật Kirchoff 2

Tương tự ta cũng có thể viết định luật Kirchoff 2 cho một vòng của mạch điện dưới dạng phức:

$$\sum_{k=1}^n \dot{E}_k = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k \cdot Z_k$$

Đi theo một vòng khép kín, tổng đại số các phức sức điện động bằng tổng đại số các phức điện áp (bằng các tích  $\dot{I}_k \cdot Z_k$ ).

Để viết được biểu thức theo định luật Kirchoff 2 cho một vòng bất kỳ thì đầu tiên ta phải quy ước chiều dương cho vòng và chiều dương các dòng điện nhánh. Những sức điện động và dòng điện nào có chiều cùng chiều với chiều dương của vòng thì viết vào biểu thức với dấu dương và ngược lại.

## CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 2

Câu 1. Tại sao có thể dùng số phức biểu diễn các lượng dòng, áp hình sin cùng tần số: biểu diễn phản ứng  $(z, \varphi)$ ,  $(r, x)$ , công suất  $(P, Q)$ ,  $(S, \varphi)$  của một nhánh.

Câu 2. Các biểu thức liên hệ công suất  $P, Q, S$  với dòng, áp, với tổng trở, tổng dẫn thế nào? Quan hệ giữa tổng trở và tổng dẫn thế nào? Giữa  $(r, x)$  và  $(g, b)$  như thế nào?

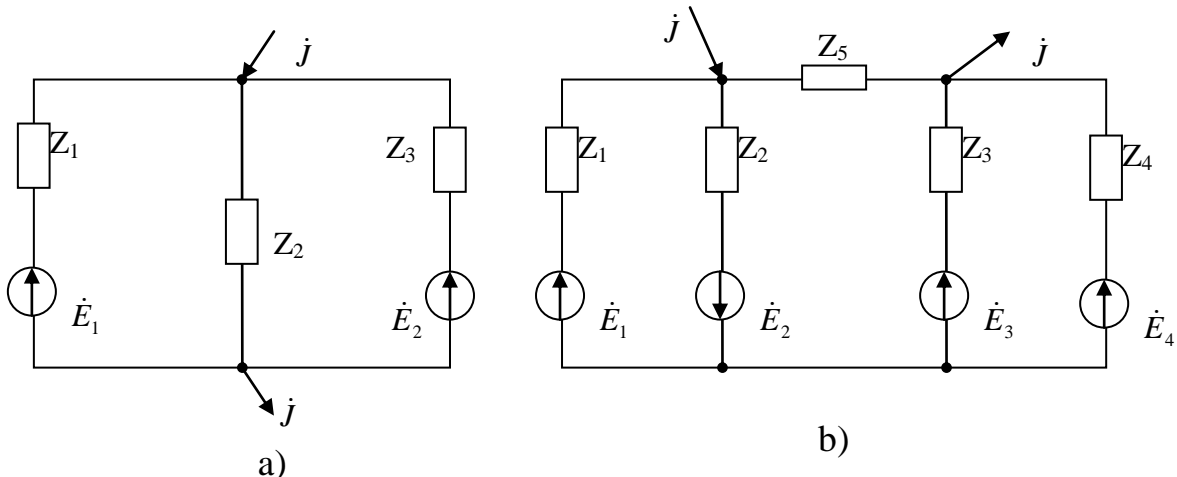
Câu 3. Cho lượng hình sin:

a,  $i = \sqrt{2} \cdot 5 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) (A); \quad u = \sqrt{2} \cdot 220 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) (V)$

b,  $i = \sqrt{2} \cdot 4 \cos(\omega t + 90^\circ) (A); \quad u = \sqrt{2} \cdot 220 \cos(\omega t + 30^\circ) (V)$

Hãy viết các biểu diễn phức của chúng dưới dạng đại số và số mũ.

Câu 4. Hãy lập các phương trình theo các định luật Kirchoff (hình 2-4)



Hình 2-4



Câu 5. Hãy viết các hàm điều hoà tương ứng với các biểu diễn phức sau :

a,  $\dot{I} = 5\angle\pi/4(A)$ ;  $\dot{U} = 125\angle\pi/3(V)$

b,  $\dot{I} = 4 + j3(A)$ ;  $\dot{U} = 110 + j190(V)$

Câu 6. Với các biểu diễn phức bài 3.2. Hãy tính biểu diễn phức tổng trở, công suất và tổng dẫn.

### Chương 3. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH

Trong chương này sinh viên được trang bị kiến thức về một số phương pháp phân tích mạch điện. Nhằm củng cố kiến thức lý thuyết học ở chương 1, đồng thời hình thành tư duy và kỹ năng phân tích các mạch điện phức tạp.

#### 3.1. Một số phép biến đổi tương đương

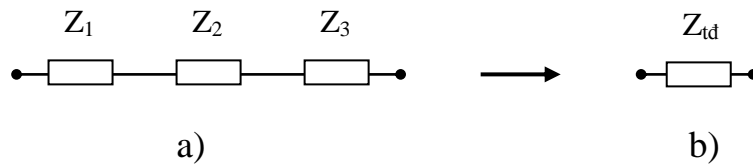
##### 3.1.1. Điều kiện biến đổi tương đương

Phép biến đổi tương đương là phép biến đổi sao cho khi biến đổi, dòng, áp và công suất tại các nhánh không bị biến đổi vẫn giữ nguyên giá trị vốn có trước khi biến đổi. Đồng thời những nhánh, nút không bị biến đổi có véc tơ dòng và áp giữ nguyên.

##### 3.1.2. Biến đổi nối tiếp.

###### 3.1.2.1. Biến đổi nhánh gồm các trở kháng ghép nối tiếp.

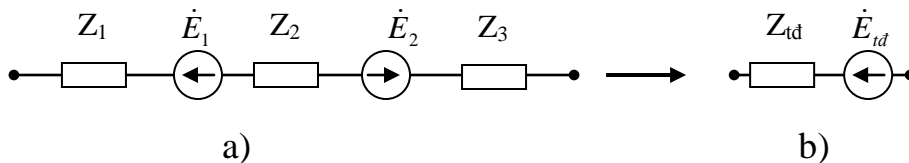
Xét sơ đồ (hình 3.1a) có các trở kháng ghép nối tiếp được biến đổi tương đương với một trở kháng tương đương  $Z_{td}$  (hình 3.1b).



Hình 3-1

Biểu thức :  $Z_{td} = Z_1 + Z_2 + Z_3 = \sum Z_k$  (3.1)

###### 3.1.2.2. Biến đổi các nhánh có trở kháng và sức điện động ghép nối tiếp (hình 3.2)



Hình 3-2

Biểu thức :

$$Z_{td} = Z_1 + Z_2 + Z_3 = \sum_k Z_k$$

$$\dot{E}_{td} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = \sum_k \dot{E}_k$$

(3.2)

##### 3.1.3. Biến đổi song song

###### 3.1.3.1. Biến đổi song song các nhánh không nguồn (hình 3-9)

Biểu thức:  $Y = \sum_k Y_k$  (3.3)

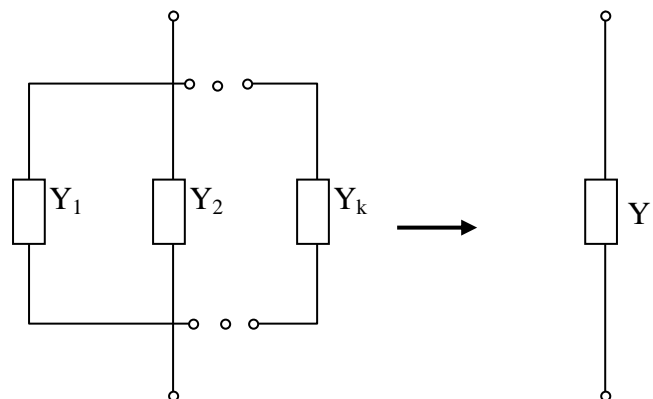
Hoặc:  $\frac{1}{Z} = \sum_k \frac{1}{Z_k}$

Ví dụ 3.1. Cho mạch điện hình 3.4.

$$e(t) = 24\sqrt{2} \sin(4t + 60^\circ) (V)$$

Biết:  $R_1 = 10(\Omega)$ ;  $X_C = 6(\Omega)$

$$R_2 = 8(\Omega)$$
;  $X_L = 12(\Omega)$



Hình 3-3

- Tìm dòng các nhánh theo phương pháp biến đổi tương đương.
- Tính công suất P, Q, S của nguồn e(t).

Lời giải:

Hình 3-4 có sơ đồ tương đương hình 3 – 5.

Trong đó:

$$\dot{E} = 24\angle 60^\circ (\text{V})$$

$$Z_1 = R_1 + jX_L = 10 + j12(\Omega)$$

$$Z_2 = R_2 = 8(\Omega); Z_3 = -jX_C = -j6(\Omega)$$

Ta có:  $Z_{23} (Z_2 // Z_3) = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$

$$\Rightarrow Z_{23} = \frac{8 \cdot (-j6)}{8 - j6} = \frac{48\angle -90^\circ}{10\angle -36,9^\circ} = 4,8\angle 53,1^\circ (\Omega)$$

$$Z_{td} = Z_1 + Z_{23} = 10 + j12 + 4,8\angle 53,1^\circ = 12,9 + j8,2(\Omega)$$

Từ sơ đồ hình 3.6b ta có:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z_{td}} = \frac{24\angle 60^\circ}{12,9 + j8,2} = 1,57\angle 27,6^\circ (\text{A})$$

Từ sơ đồ hình 3.6a ta có:

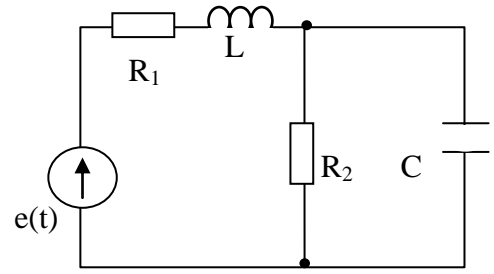
$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_1 \cdot Z_{23} = 1,57\angle 27,6^\circ \cdot (12,9 + j8,2)$$

$$\Rightarrow \dot{U}_{ab} = 7,54\angle -25,5^\circ (\text{V})$$

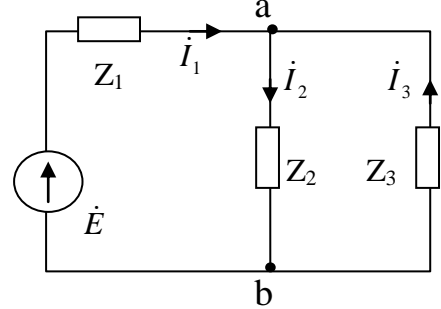
Vậy dòng điện trên các nhánh:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_2} = \frac{7,54\angle -25,5^\circ}{8} = 0,94\angle -25,5^\circ (\text{A})$$

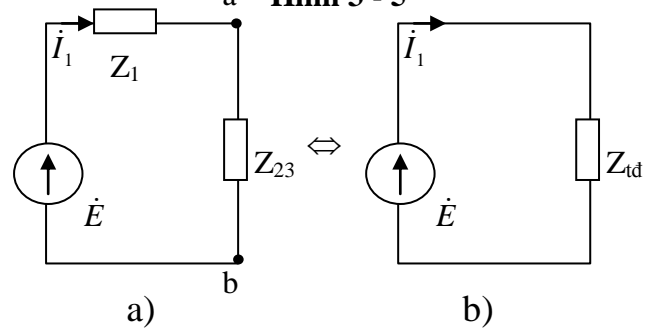
$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_3} = \frac{7,54\angle -25,5^\circ}{-j6} = 1,26\angle 64,6^\circ (\text{A})$$



Hình 3 - 4



Hình 3 - 5



Hình 3 - 6

Công suất tác dụng của nguồn :

Ta có:  $\sum P_{far} = \sum P_{thu} \Leftrightarrow P_e = R_1 \cdot \dot{I}_1^2 + R_2 \cdot \dot{I}_2^2 = 10 \cdot (1,57)^2 + 8 \cdot (0,94)^2 = 31,7(\text{W})$

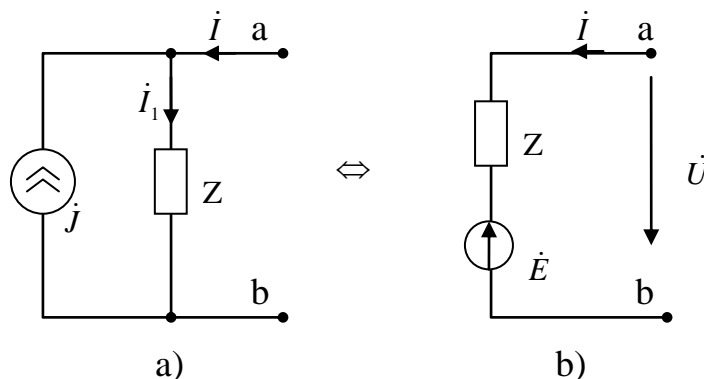
Công suất phản kháng của nguồn:

Ta có:  $\sum Q_{far} = \sum Q_{thu} \Leftrightarrow Q_e = X_L \cdot \dot{I}_1^2 - X_C \cdot \dot{I}_3^2 = 12 \cdot (1,57)^2 - 6 \cdot (1,26)^2 = 20,05(\text{Var})$

Công suất biểu kiến của nguồn:

$$S_e = \sqrt{P_e^2 + Q_e^2} = \sqrt{31,7^2 + 20,05^2} \approx 1407(\text{VA})$$

3.1.3.2. Biến đổi tương đương các nhánh có nguồn (hình 3 -7)



Hình 3-7 19

Theo sơ đồ hình 3 – 7a:

$$\dot{I} - \dot{I}_1 + \dot{J} = 0 \Rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I} + \dot{J} \quad (3.3)$$

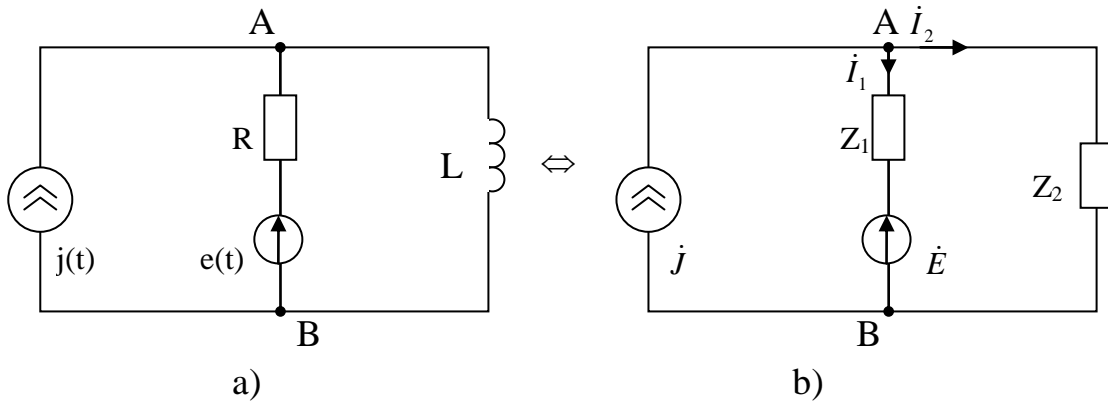
$$\dot{U} = Z\dot{I}_1 = Z(\dot{I} + \dot{J}) = Z\dot{I} + Z\dot{J} \quad (3.4)$$

Theo sơ đồ hình 3 – 7b:  $\dot{U} = Z\dot{I} + \dot{E}$  (3.4)

Từ (3.3) và (3.4) suy ra:  $\dot{E} = Z\dot{J} \Leftrightarrow \dot{J} = \frac{\dot{E}}{Z}$  (3.5)

Ví dụ 3.2. Cho mạch điện như hình 3 – 8a.

Biết  $R = 10\Omega$ ;  $L=1H$ ;  $e(t) = 100\sqrt{2} \sin 10t(V)$ ;  $j(t) = 2\sqrt{2} \sin 10t(A)$ . Tìm dòng điện các nhánh.



**Hình 3-8**

Lời giải: Sơ đồ phức tương đương hình 3 – 8b. Trong đó:

$$Z_1 = R = 10(\Omega); Z_2 = j\omega L = j10(\Omega); \dot{E} = 100(V); \dot{J} = 2(A)$$

Dùng phương pháp biến đổi tương đương, chuyển nguồn dòng về nguồn áp hình 3 – 9:

$$\dot{E}_{td} = Z_1 \dot{J} = 10 \cdot 2 = 20(V)$$

Từ sơ đồ hình 3 – 9 ta có:

$$(Z_1 + Z_2)\dot{I} = \dot{E} + \dot{E}_{td}$$

$$\Rightarrow \dot{I} = \frac{\dot{E} + \dot{E}_{td}}{Z_1 + Z_2} = \frac{100 + 20}{10 + j10} = 6 - j6 = 8,5 \angle -45^\circ (A)$$

Chiều dòng nhánh như hình 3 – 8b. Ta xếp chồng kết quả được:

$$\dot{I}_2 = \dot{I} = 8,5 \angle -45^\circ (A).$$

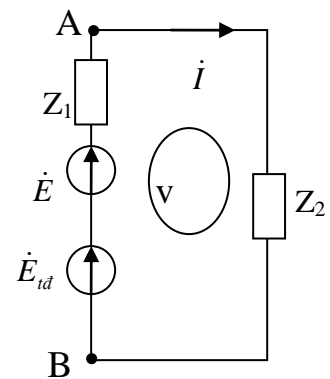
$$\dot{I}_1 = \dot{J} - \dot{I} = 2 - (6 - j6) = -4 + j6(A)$$

### 3.1.4. Biến đổi sao – tam giác

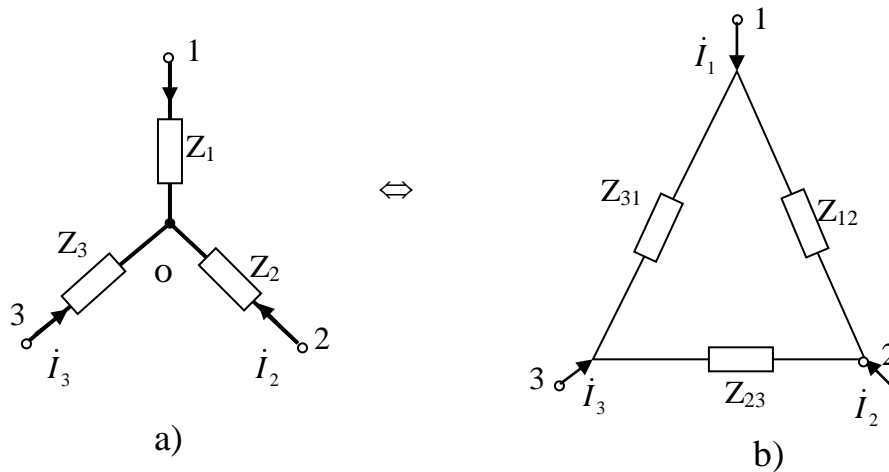
Ba tổng trở gọi là nối hình sao khi chúng có một đầu nối với nhau thành một nút chung, còn ba đầu còn lại nối với các nút khác của mạch (hình 3- 10a).

Ba tổng trở được gọi là nối tam giác khi chúng nối với nhau thành một vòng kín và các chỗ nối là các nút của mạch (hình 3- 10b).

\* Ký hiệu: Các tổng trở nối hình sao và nối với các nút 1,2 và 3 thứ tự là  $Z_1, Z_2, Z_3$  và các tổng trở nối hình tam giác giữa các nút 1,2,3 là  $Z_{12}, Z_{23}, Z_{31}$ .



**Hình 3-9**



**Hình 3-10**

**3.1.4.1. Biến đổi tam giác- sao**

Tổng trở của một cánh sao bằng tích hai tổng trở của hai cạnh tam giác tương ứng chia cho tổng các tổng trở của ba cạnh.

Biểu thức:

$$Z_1 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}; Z_2 = \frac{Z_{23} \cdot Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}}; Z_3 = \frac{Z_{23} \cdot Z_{31}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \quad (3.6)$$

Nếu  $Z_{12} = Z_{23} = Z_{31} = Z_{\Delta}$  thì  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y \Rightarrow Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3}$  (3.7)

**3.1.4.2. Biến đổi sao – tam giác**

Tổng trở một cạnh tam giác bằng tổng các tổng trở của hai cạnh hình sao tương ứng và thương số giữa tích của chúng với tổng trở của cạnh còn lại của hình sao.

Biểu thức:

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}; Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1}; Z_{31} = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2}; \quad (3.8)$$

Nếu  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y$  thì  $Z_{12} = Z_{23} = Z_{31} = Z_{\Delta} \Rightarrow Z_{\Delta} = 3Z_Y$  (3.9)

**3.2. Phương pháp dòng nhánh.**

**3.2.1. Nội dung phương pháp**

Phương pháp áp dụng trực tiếp hai định luật Kirchoff, ẩn số của phương pháp là dòng điện trên các nhánh.

**3.2.2. Các bước giải mạch**

Bước 1: Phức hóa sơ đồ mạch.

Bước 2: Tùy ý chọn chiều dòng điện nhánh và lập phương trình theo định luật Kirchoff1.

Bước 3: Tùy ý chọn chiều dương vòng độc lập và lập phương trình theo định luật Kirchoff 2.

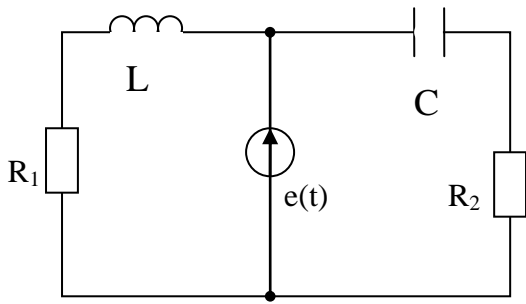
Bước 4: Giải hệ phương trình gồm các phương trình theo định luật Kirchoff tìm được nghiệm là dòng điện các nhánh.

Bước 5: Kiểm nghiệm kết quả theo định luật Kirchoff 1.

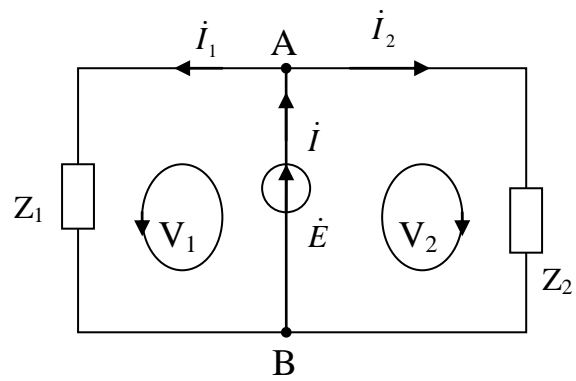
**3.2.3. Ví dụ minh họa**

Cho mạch điện hình 3 – 11a. Biết  $R_1 = 6\Omega$ ;  $R_2 = 10\Omega$ ;  $L = 0,8H$ ;  $C = 0,01F$ ;  $e(t) = 220\sqrt{2} \sin(10t + 30^\circ)V$ .

Tìm dòng điện các nhánh và tính công suất toàn mạch.



Hình 3-11a



Hình 3-11b

Lời giải :

- Phức hoá sơ đồ mạch điện hình 3- 11a ta có sơ đồ mạch hình 3 – 11b. Trong đó :

$$+ Z_1 = R_1 + jX_L \text{ với } X_L = \omega L = 0,8.10 = 8\Omega \Rightarrow Z_1 = 6 + j8(\Omega)$$

$$+ Z_2 = R_2 - jX_C \text{ với } X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10.0,01} = 10\Omega \Rightarrow Z_2 = 10 - j10(\Omega)$$

$$+ \dot{E} = 200\angle 30^0 (V)$$

- Giả sử chọn chiều dòng điện nhánh như hình vẽ 3-11b ta có phương trình viết theo định luật Kirchoff 1 tại nút A :  $\dot{I} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 0$

- Giả sử chọn chiều dương vòng độc lập như hình 3 -11b ta có các phương trình viết theo định luật Kirchoff 2 lần lượt cho vòng 1, vòng 2:

$$Z_1 \dot{I}_1 = \dot{E}$$

$$Z_2 \dot{I}_2 = \dot{E}$$

- Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \dot{I} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 0 & (1) \\ Z_1 \dot{I}_1 = \dot{E} & (2) \\ Z_2 \dot{I}_2 = \dot{E} & (3) \end{cases}$$

Giải mạch bằng phương pháp thế ta được :

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 20\angle -23,1^0 (A) \\ \dot{I}_2 = 10\sqrt{2}\angle -75^0 (A) \\ \dot{I} = 30,8\angle -44,27^0 (A) \end{cases}$$

- Công suất toàn mạch :

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 6.20^2 + 10.(10\sqrt{2})^2 = 4400W$$

$$Q = X_L I_1^2 + (-X_C) I_2^2 = 1200Var$$

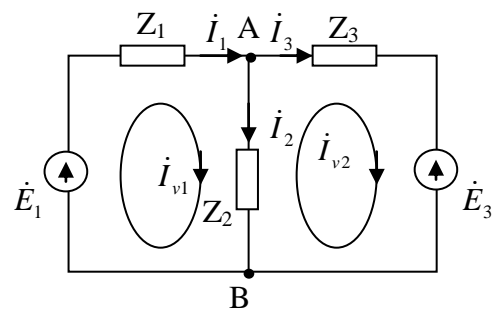
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 4560,7VA$$

### 3.3. Phương pháp dòng vòng

#### 3.3.1. Nội dung phương pháp

##### 3.3.1.1. Dòng điện vòng

Xét mạch điện như hình 3-12. Trong mỗi vòng kín, quan niệm có một dòng điện vòng chạy qua các nhánh. Theo tính chất xếp chồng trong mạch điện tuyến tính, dòng điện nhánh



Hình 3 - 12

được xác định bằng cách xếp chồng các dòng điện vòng chạy qua nhánh.

Giả sử chiều dòng điện nhánh và dòng điện vòng như hình 3-12. Theo tính chất xếp chồng ta có:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{I}_{v1} \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_{v1} - \dot{I}_{v2} \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_{v2} \end{cases}$$

Theo định luật kirchoff 1 ta có:

$$\text{Xét tại nút A: } \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \Leftrightarrow \dot{I}_{v1} - (\dot{I}_{v1} - \dot{I}_{v2}) - \dot{I}_{v2} \Leftrightarrow 0 = 0$$

Luôn thoả mãn về trái bằng về phải. Tức là định luật kirchoff 1 luôn thoả mãn đối với dòng điện vòng. Do đó, khi lập hệ phương trình theo dòng điện vòng ta chỉ cần xác định số phương trình độc lập theo định luật kirchoff 2.

### 3.3.1.2. Nội dung

Phương pháp dòng điện vòng chỉ áp dụng định luật kirchoff 2 với ẩn số trung gian là dòng điện chảy trong các mạch vòng độc lập.

### 3.3.2. Các bước giải

Bước 1: Phức hoá sơ đồ mạch điện.

Bước 2: Tùy ý chọn chiều dòng điện nhánh và dòng điện vòng.

Bước 3: Lập và giải hệ phương trình gồm  $(m-(n-1))$  phương trình kirchoff 2 với ẩn là dòng điện vòng.

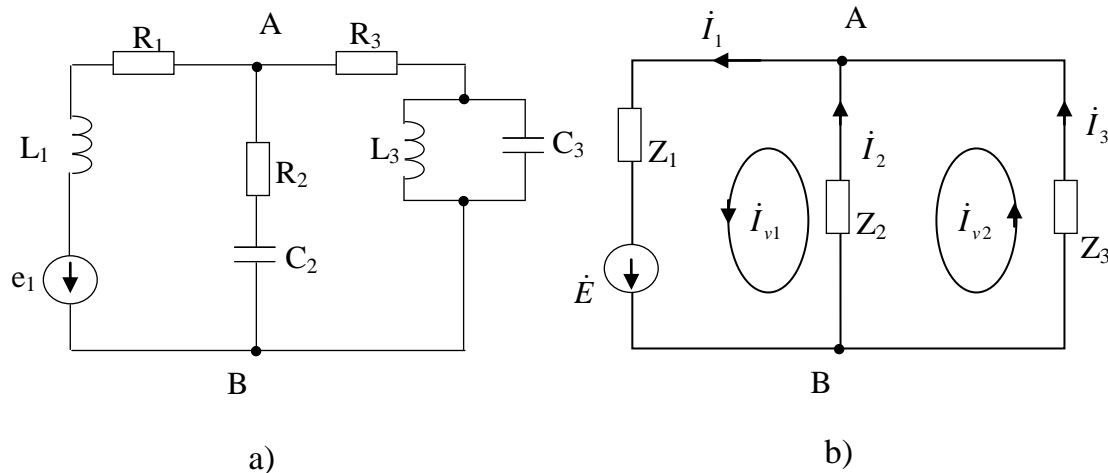
Bước 4: Tìm dòng điện nhánh theo các dòng điện vòng:  $\dot{I}_{nh} = \sum \dot{I}_v$  (Quy ước dấu: dòng điện vòng cùng chiều với dòng điện nhánh thì lấy dấu dương và ngược lại).

Nếu mạch có nguồn dòng  $j(t)$ , ta chuyển nguồn dòng về nguồn áp bằng cách cho  $j(t)$  chảy qua một nhánh bất kỳ, từ đó xếp chồng kết quả tìm dòng điện nhánh.

### 3.3.3. Ví dụ minh họa.

Cho mạch điện như hình 3 – 13a, biết:  $e_1 = 10\angle 0^\circ$  (V);  $R_1 = 1$  ( $\Omega$ );  $R_2 = 3$  ( $\Omega$ );  $R_3 = 8$  ( $\Omega$ );  $X_{L1} = X_{L3} = 2$  ( $\Omega$ );  $X_{C2} = 4$  ( $\Omega$ );  $X_{C3} = 3$  ( $\Omega$ )

Tìm dòng điện trên các nhánh theo phương pháp dòng điện vòng.



Bài giải :

**Hình 3-13**

- Phức hóa sơ đồ mạch ta có mạch điện hình 3-13b.

Trong đó :

$$\dot{E}_1 = 10\angle 0^\circ (V);$$

$$Z_1 = R_1 + jX_{L1} = 1 + j2(\Omega)$$

$$Z_2 = R_2 - jX_{C2} = 3 - j4(\Omega)$$

$$Z_3 = R_3 + \frac{jX_{L3} \cdot (-jX_{C3})}{jX_{L3} - jX_{C3}} = 8 + j6(\Omega)$$

- Chọn chiều dương dòng điện nhánh và dòng điện vòng như hình 3.13b ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \dot{E}_1 = \dot{I}_{v1}(Z_1 + Z_2) - \dot{I}_{v2} \cdot Z_2 & (1) \\ 0 = \dot{I}_{v2}(Z_2 + Z_3) - \dot{I}_{v1} \cdot Z_2 & (2) \end{cases}$$

Thay số vào hệ ta có :

$$\begin{cases} 10 = \dot{I}_{v1}(4 - j2) - \dot{I}_{v2} \cdot (3 - j4) & (1) \\ 0 = \dot{I}_{v2}(11 + j2) - \dot{I}_{v1} \cdot (3 - j4) & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I}_{v1} = 2(A) \\ \dot{I}_{v2} = 0,4 - j0,8(A) \end{cases}$$

- Xếp chồng kết quả ta được dòng điện trên các nhánh :

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{I}_{v1} = 2(A) \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_{v1} - \dot{I}_{v2} = 2 - (0,4 - j0,8) = 1,6 + j0,8(A) \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_{v2} = 0,4 - j0,8(A) \end{cases}$$

### 3.4. Phương pháp điện thế nút

#### 3.4.1. Nội dung phương pháp.

##### 3.4.1.1. Tính dòng điện các nhánh theo điện thế

- Xét nhánh 1 (hình 3-14). Áp dụng định luật Ôm ta có :

$$\text{Điện áp nhánh : } \dot{U}_{ab} = Z_{ab} \cdot \dot{I}_{ab} - \dot{E}$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab} + \dot{E}}{Z_{ab}} = (\dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b + \dot{E}) \cdot Y_{ab}$$

Trong đó :  $\dot{\varphi}_a$  : điện thế tại nút a ;  $\dot{\varphi}_b$  : điện thế tại nút b.

$$Y_{ab} = \frac{1}{Z_{ab}} : \text{Tổng dẫn phức}$$

- Xét nhánh 2 (hình 3-15)

Áp dụng định luật Ôm ta có :

$$\text{Điện áp nhánh : } \dot{U}_{ab} = Z_{ab} \cdot \dot{I}_{ab} + \dot{E}$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab} - \dot{E}}{Z_{ab}} = (\dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b - \dot{E}) \cdot Y_{ab}$$

- Xét nhánh 3 (hình 3-16)

Áp dụng định luật Ôm ta có :

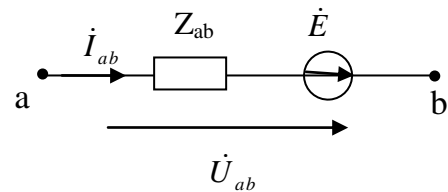
$$\text{Điện áp : } \dot{U}_{ab} = Z_{ab} \cdot \dot{I}_{ab}$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} = (\dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b) \cdot Y_{ab}$$

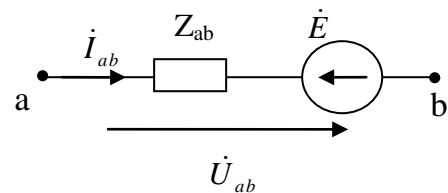
##### 3.4.1.2. Nội dung

Phương pháp điện thế nút áp dụng trên định luật kirchoff 1. Ấn số của phương pháp là điện thế của các nút của mạch điện.

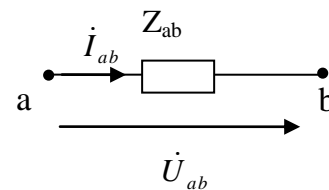
#### 3.4.2. Các bước giải mạch



Hình 3-14



Hình 3-15



Hình 3-16



Bước 1 : Phức hóa sơ đồ mạch điện. Chọn điện thế tại một nút bất kỳ làm gốc ( $\dot{\phi}_{nút} = 0$ ).

Bước 2 : Chọn chiều dương dòng điện nhánh. Áp dụng định luật Ôm, lập phương trình tính dòng điện các nhánh theo điện thế.

Bước 3 : Lập và giải hệ phương trình theo định luật kirchoff1 cho các nút có điện thế khác không với ẩn chính là điện thế tại các nút đó.

Bước 4 : Thay điện thế nút vừa tìm được ở bước 3 vào bước 2 ta tìm được dòng điện trên các nhánh.

Nếu mạch điện có hai nút, gồm nhiều nhánh mắc song song với nhau, khi đó phương pháp điện thế nút chỉ còn một phương trình và được gọi là công thức điện áp hai nút. Phương trình điện thế 2 nút :

$$\dot{\phi}_1 = \frac{\sum \dot{E}_k \cdot Y_k + \sum j}{Y_{11}}$$

Trong đó :  $Y_{11}$  là tổng các tổng dẫn nối vào nút 1.

$\sum \dot{E}_k \cdot Y_k$  : Tổng đại số của tích giữa sức điện động và tổng dẫn của nhánh chứa nguồn áp tương ứng nối với nút 1. Nếu nguồn áp có chiều đi vào nút thì lấy dấu dương và đi ra khỏi nút thì lấy dấu âm.

$\sum j$  : Tổng đại số các nguồn dòng nối với nút 1. Nếu nguồn dòng có chiều đi vào nút thì lấy dấu dương và đi ra khỏi nút thì lấy dấu âm.

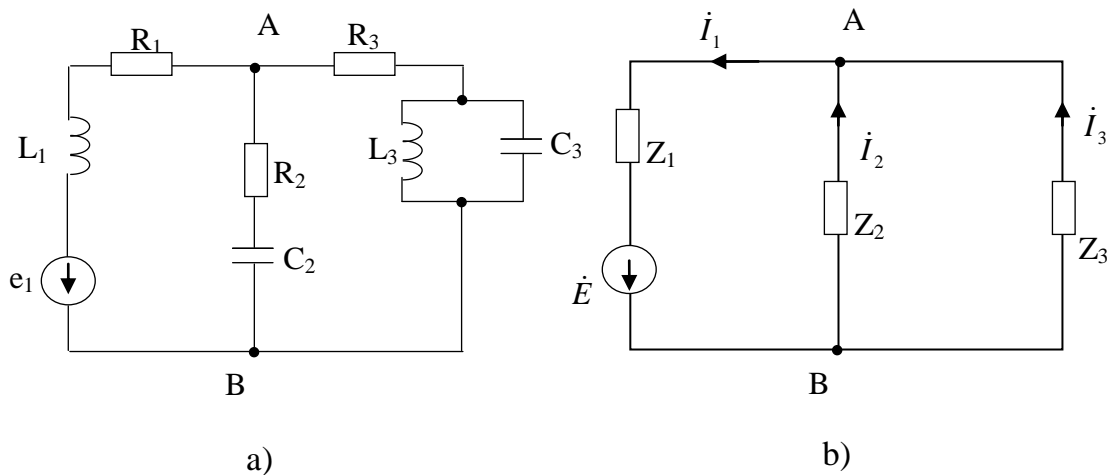
### 3.4.3. Ví dụ minh họa.

Cho mạch điện như hình 3 -17a:

$e_1 = 10\angle 0^\circ$  (V);  $R_1 = 1$  ( $\Omega$ );  $R_2 = 3$  ( $\Omega$ );  $R_3 = 8$  ( $\Omega$ );  $X_{L1} = X_{L3} = 2$  ( $\Omega$ );  $= 20$  ( $\Omega$ )

$X_{C2} = 4$  ( $\Omega$ );  $X_{C3} = 3$  ( $\Omega$ )

Tìm dòng điện trên các nhánh theo phương pháp điện thế nút



Bài giải :

**Hình 3-17**

- Phức hóa sơ đồ mạch điện ta có mạch điện như hình 3.17b.

Trong đó :

$$\dot{E}_1 = 10\angle 0^\circ (V);$$

$$Z_1 = R_1 + jX_{L1} = 1 + j2(\Omega)$$

$$Z_2 = R_2 - jX_{C2} = 3 - j4(\Omega)$$

$$Z_3 = R_3 + \frac{jX_{L3} \cdot (-jX_{C3})}{jX_{L3} - jX_{C3}} = 8 + j6(\Omega)$$

- Chọn điện thế tại nút b làm gốc :  $\dot{\phi}_b = 0$
- Chọn chiều dòng điện nhánh như hình 3.17b. Áp dụng định luật Ôm cho các nhánh ta có :

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{ab} + \dot{E}}{Z_1} = (\dot{\phi}_a + \dot{E}).Y_1$$

$$\dot{I}_2 = \frac{-\dot{U}_{ab}}{Z_2} = -\dot{\phi}_a.Y_2$$

$$\dot{I}_3 = \frac{-\dot{U}_{ab}}{Z_3} = -\dot{\phi}_a.Y_3$$

Trong đó :

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{1 + j2} = 0,2 - j0,4(S)$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{3 - j4} = 0,12 + j0,16(S)$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{8 + j6} = 0,08 - j0,06(S)$$

- Phương trình điện thế hai nút :

$$\dot{\phi}_A = \frac{-\dot{E}_1.Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

Thay số vào phương trình ta tính được :  $\dot{\phi}_a = -8 + j4(V)$

- Thay giá trị  $\dot{\phi}_a$  vào các phương trình định luật Ôm ta tính được dòng điện trên các nhánh :

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = 2(A) \\ \dot{I}_2 = 1,6 + j0,8(A) \\ \dot{I}_3 = 0,4 - j0,8(A) \end{cases}$$

### 3.5. Tính mạch có hồ cảm.

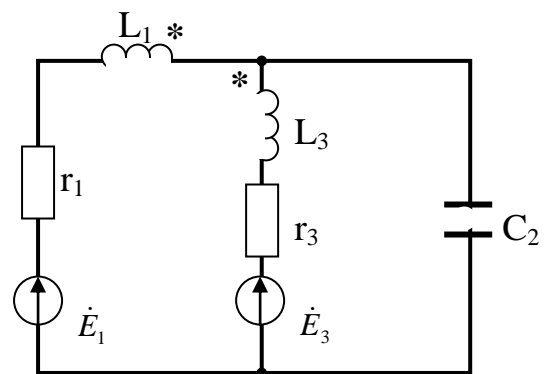
Mạch điện có hồ cảm là mạch chứa các phần tử có hồ cảm với nhau, giữa các phần tử có liên hệ về từ. Do đó điện áp trên một phần tử có hồ cảm không những phụ thuộc dòng điện qua nó mà còn phụ thuộc cả dòng điện ở các nhánh có hồ cảm với nó nữa.

#### 3.5.1. Hiện tượng hồ cảm

Xét hai cuộn dây đặt gần nhau (hình 3-19a), sao cho từ thông của cuộn dây này có thể móc vòng sang cuộn dây bên cạnh.

Khi cuộn dây 1 có dòng điện  $i_1$  chạy qua nó sẽ sinh ra từ thông móc vòng qua chính nó gọi là từ thông móc vòng tự cảm  $\psi_{11}$ , còn một phần từ thông móc vòng sang cuộn 2 gọi là từ thông móc vòng hồ cảm  $\psi_{12}$ .

Nếu vị trí tương đối của hai cuộn dây không thay đổi thì  $\psi_{12}$  tỉ lệ với  $i_1$  và tỉ số giữa  $\psi_{12}$  và  $i_1$  được gọi là hệ số hồ cảm giữa cuộn 1 và cuộn 2, kí hiệu  $M_{12}$  ( công thức 1.17)



Hình 3-18

$$\psi_{12} = M_{12} \cdot i_1 \text{ hay } M_{12} = \frac{\psi_{12}}{i_1} \quad (1.17)$$

Tương tự, từ thông hổ cảm trong cuộn dây 1 do dòng điện  $i_2$  tạo nên là:

$$\psi_{21} = M_{21} \cdot i_2 \text{ hay } M_{21} = \frac{\psi_{21}}{i_2} \quad (1.18)$$

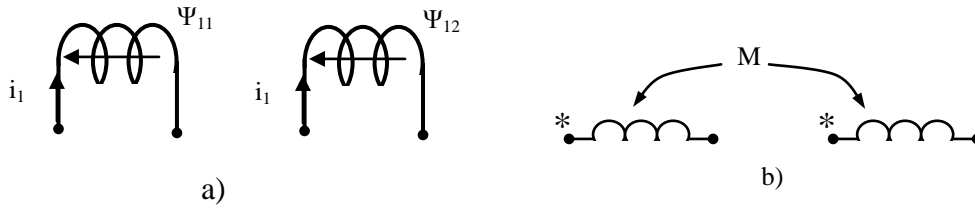
$M_{21}$  là hệ số hổ cảm giữa cuộn dây 2 sang cuộn dây 1.

Theo nguyên lý hổ cảm giữa hai cuộn dây:

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (1.19)$$

$M$  được gọi là hệ số giữa hai cuộn dây, nó phụ thuộc vào cấu tạo, hình dáng của mỗi cuộn dây và sự sắp đặt tương hổ giữa chúng.

Đơn vị của hệ số hổ cảm là H (henry).



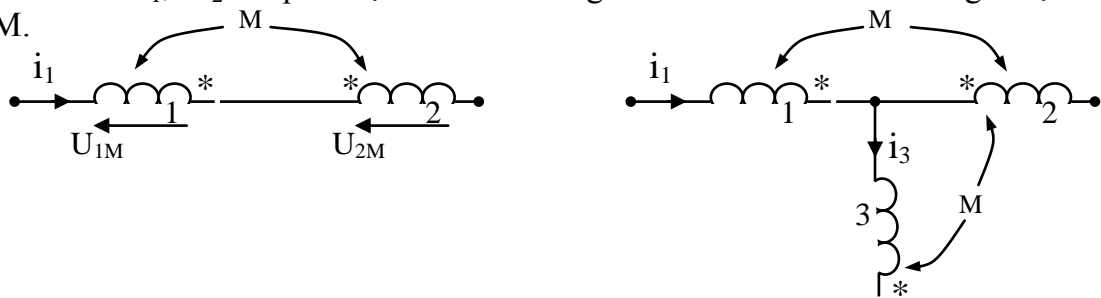
**Hình 3-19. Hai cuộn dây có liên hệ hổ cảm (a) và ký hiệu hổ cảm (b)**

### 3.5.2. Cực cùng tính

Để xác định chiều dương của điện áp hổ cảm ta quy ước như sau:

- Nếu chiều dương của từ thông  $\Phi_{12}$  do dòng điện  $I_1$  đi từ cực 1 sang cực 1' của cuộn  $W_1$  cùng chiều với từ thông  $\Phi_{21}$  do dòng điện  $I_2$  đi từ cực 2 sang cực 2' của cuộn  $W_2$  thì 2 cực 1 và 2 cùng cực tính và 1' - 2' cùng cực tính.

Kí hiệu cùng cực tính với nhau người ta dùng dấu "\*" để đánh dấu ở đầu cuộn dây và để chỉ  $W_1, W_2$  có quan hệ hổ cảm ta dùng mũi tên hai chiều trên có ghi hệ số hổ cảm  $M$ .



**Hình 3-20. Hình minh họa cùng cực tính**

- Nếu chiều dương của dòng điện  $I_1$  đi từ cực "\*" sang không có "\*" thì chiều dương  $U_{2M}$  cũng có chiều đi từ "\*" sang không có "\*" và ngược lại nếu chiều của dòng điện  $I_1$  đi từ cực không "\*" sang có "\*" thì  $U_{2M}$  cũng có chiều đi từ không "\*" sang có "\*".

- Điện áp trên cuộn  $W_1$  sẽ cộng với điện áp hổ cảm  $U_{2M}$  nếu 1 và 2 cùng cực tính và sẽ trừ đi  $U_{2M}$  nếu 1 và 2 ngược cực tính.

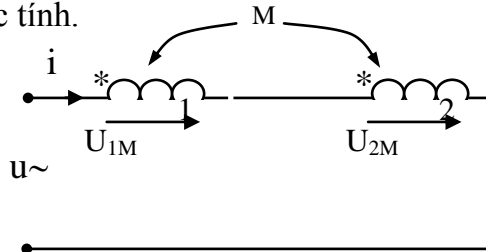
- Dạng phức của điện áp hổ cảm: Giả sử có điện áp hổ cảm  $U_{2M} = M \cdot \frac{di_1}{dt}$

Khi chuyển sang dạng phức như sau:  $\dot{U}_{2M} = j\omega M \dot{I}_1 = jX_M \dot{I}_1 = Z_M \dot{I}_1$   
 với  $Z_M = jX_M$  là tổng trở phức hồ cảm.

### 3.5.3. Đấu nối tiếp hai cuộn dây có quan hệ hồ cảm

Hai cuộn dây hồ cảm đấu nối tiếp có thể cùng cực tính hoặc ngược cực tính.

- Nếu dòng điện chạy qua 2 cuộn dây đều đi vào cực đánh dấu "\*" thì 2 cuộn dây đó mắc nối tiếp cùng cực tính.



**Hình 3-21. Mắc nối tiếp cùng cực tính**

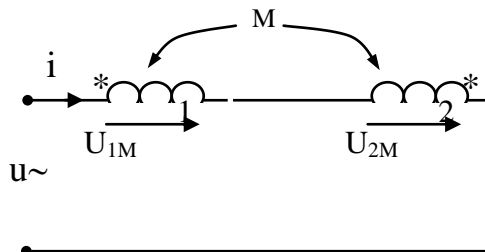
Vậy điện áp trên các cuộn dây (hai cuộn dây có điện trở  $R_1, R_2$ ) là:

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I} + j\omega L_1 \dot{I} + j\omega M \dot{I}$$

$$\dot{U}_2 = R_2 \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} + j\omega M \dot{I}$$

$$\Rightarrow \dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (R_1 + R_2) \dot{I} + j\omega(L_1 + L_2 + 2M) \dot{I}$$

- Ngược lại nếu dòng điện  $i$  chạy qua 2 cuộn dây mà ở cuộn dây 1 đi vào cực đánh dấu "\*" còn lại đi vào cực không có "\*" ở cuộn 2 thì sẽ sinh ra hai điện áp hồ cảm tác động lẫn nhau khi đó 2 cuộn dây đó mắc nối tiếp ngược cực tính.



**Hình 3-22. Mắc nối tiếp ngược cực tính**

Và ta có:

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I} + j\omega L_1 \dot{I} - j\omega M \dot{I}$$

$$\dot{U}_2 = R_2 \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} - j\omega M \dot{I}$$

$$\Rightarrow \dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (R_1 + R_2) \dot{I} + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) \dot{I}$$

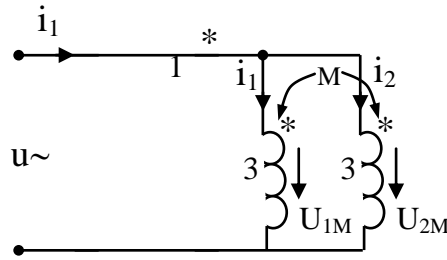
### 3.5.4. Đấu song song hai cuộn dây có quan hệ hồ cảm

Hai cuộn dây có quan hệ hồ cảm cũng có thể đấu song song cùng cực tính hoặc ngược cực tính.

Nếu hai đầu 2 cuộn dây có cùng cực "\*" đấu với nhau và 2 cực còn lại cũng đấu với nhau thì 2 cuộn dây đó đấu song song cùng cực tính.

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = R_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1$$

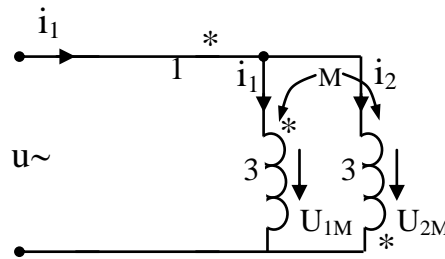


**Hình 3-23. Hình minh họa mắc song song cùng cực tính**

- Ngược lại nếu hai đầu của 2 cuộn dây mà 1 đầu có cực “\*” cuộn này đấu với 1 đầu không có “\*” của cuộn kia thì 2 cuộn dây đó đấu song song ngược cực tính. Và ta có:

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = R_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1$$



**Hình 3-24. Hình minh họa mắc song song ngược cực tính**

### 3.5.5. Phương pháp chung khi giải mạch có hồ cảm

#### 3.5.5.1. Phương pháp dòng điện nhánh

- Giả thiết chiều dương dòng điện hiệu dụng phức các nhánh và chiều dương vòng như hình 3-25a. Trên các phần tử có hồ cảm  $L_1$  và  $L_2$  có các thành phần điện áp  $j\omega M \dot{I}_3$  và  $j\omega M \dot{I}_1$  có chiều dương vẽ trên hình 3-25a.

- Mạch điện có (n-1) phương trình Kiết hốp 1 giống như mạch điện không có hồ cảm:

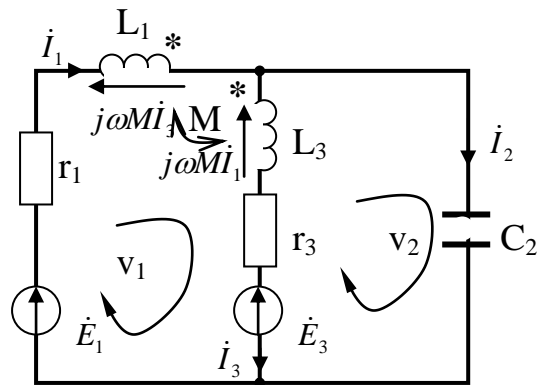
$$\sum \dot{I} = 0.$$

- Phương trình kirchof 2 cho các mạch vòng vẫn có dạng tổng quát:

$$\sum Z \dot{I} = \sum \dot{E}$$

Với mạch điện hồ cảm ta cần phải kể đến các điện áp hồ cảm.

+ Phương trình K2 cho mạch vòng 1 có dạng:



**Hình 3-25a**

$$(r_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_3 + (r_3 + j\omega L_3)\dot{I}_3 - j\omega M\dot{I}_1 = \dot{E}_1 - \dot{E}_3$$

+ Phương trình K2 cho mạch vòng 2 có dạng:

$$-(r_3 + j\omega L_3)\dot{I}_3 + j\omega M\dot{I}_1 - \frac{j}{\omega C_2}\dot{I}_2 = \dot{E}_3$$

### 3.5.5.2. Phương pháp dòng điện vòng

Chọn chiều dương các dòng điện vòng hiệu dụng phức như hình vẽ 3-25b.

Ta có chiều các điện áp hồ cảm  $j\omega M\dot{I}_{v1}$  và  $j\omega M\dot{I}_{v2}$  trên phần tử  $L_1$ ; điện áp hồ cảm  $j\omega M\dot{I}_{v1}$  trên phần tử  $L_2$  như hình 3-25b.

Phương trình K2 theo chiều dương các dòng điện vòng hiệu dụng phức.

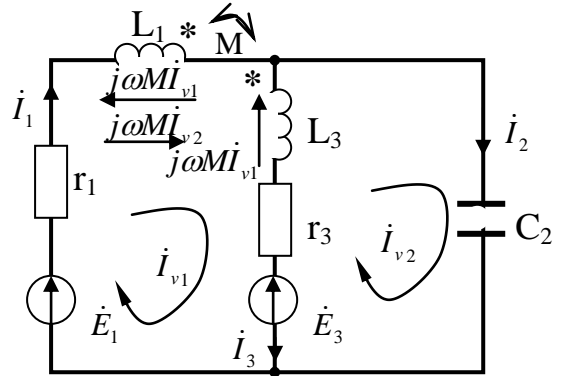
+ Xét theo chiều  $\dot{I}_{v1}$  ta có:

$$[r_1 + r_3 + j\omega(L_1 + L_3 - 2M)]\dot{I}_{v1} - [r_3 + j\omega(L_3 - M)]\dot{I}_{v2} = \dot{E}_1 - \dot{E}_3$$

+ Xét theo chiều  $\dot{I}_{v2}$  ta có:

$$-[r_3 + j\omega(L_3 - M)]\dot{I}_{v1} + \left[ r_3 + j\left( \omega L_3 - \frac{1}{\omega C_2} \right) \right] \dot{I}_{v2} = \dot{E}_3$$

\* Chú ý: Để tính mạch có hồ cảm không tiện dùng phương pháp điện thế nút. Đó là vì, trong trường hợp có hồ cảm, điện áp trên nhánh không những phụ thuộc dòng điện trong nhánh đó mà còn phụ thuộc các dòng điện của các nhánh có hồ cảm với nó nữa.



Hình 3-25b

## CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 3

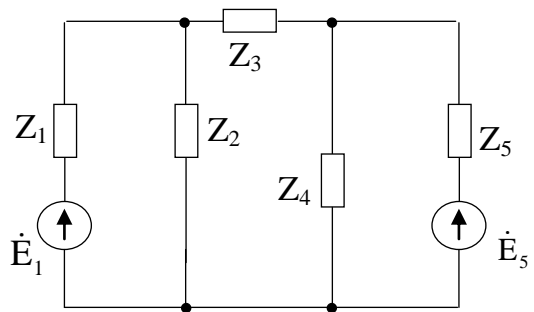
Câu 1. Cho mạch điện như hình 3-26, biết:

$$Z_1 = Z_5 = j5(\Omega); Z_2 = Z_3 = Z_4 = 10(\Omega)$$

$$\dot{E}_1 = 100\angle 0^\circ (\text{V});$$

$$\dot{E}_5 = 100\angle 90^\circ (\text{V})$$

Hãy tìm dòng điện trên các nhánh theo phương pháp điện thế nút.



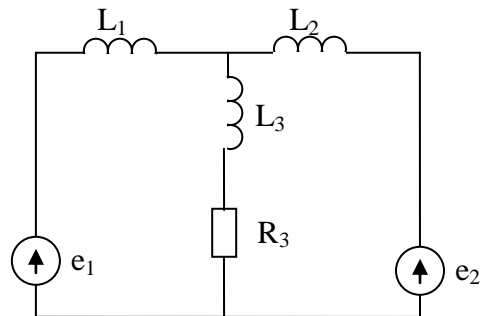
Hình 3-26

Câu 2. Cho mạch điện như hình 3-27, biết:

$$e_1 = 284 \sin \omega t (\text{V}); e_2 = 298 \sin \omega t (\text{V});$$

$$x_{L1} = x_{L2} = 0,1(\Omega); R_3 = 1(\Omega); x_{L3} = 0,5(\Omega)$$

Hãy tìm dòng điện trên các nhánh theo phương pháp dòng điện vòng.



Hình 3-27

Câu 3. Cho mạch điện như hình 3-28.

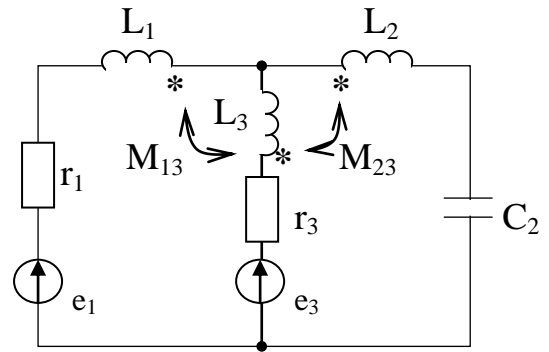
$$\text{Biết các } X_{L1} = -X_{C2} = 10(\Omega); X_{L2} = X_{L3} = 5(\Omega);$$

$$r_1 = r_3 = 2(\Omega); X_{M13} = X_{M23} = 5(\Omega)$$

$$e_1 = 110\sqrt{2}\sin(314t) \text{ (V)}$$

$$e_3 = 90.e^{-j90} \text{ (V)}$$

1. Hãy thành lập sơ đồ phức
2. Lập hệ phương trình theo phương pháp dòng điện vòng



**Hình 3-28**

Câu 4. Cho mạch điện như hình 3-29.

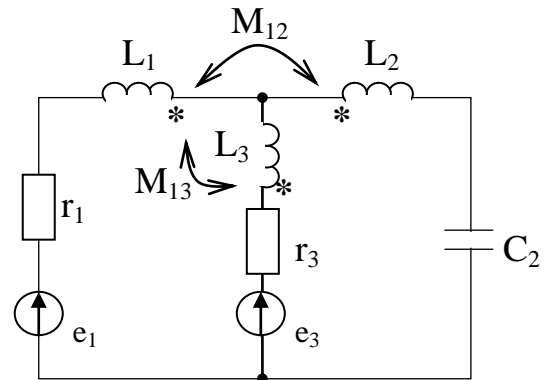
$$\text{Biết các } X_{L1} = -X_{C2} = 5(\Omega); X_{L2} = X_{L3} = 10(\Omega);$$

$$r_1 = r_3 = 5(\Omega); X_{M12} = X_{M13} = 3(\Omega)$$

$$e_1 = 150\sqrt{2}\sin(314t) \text{ (V)}$$

$$e_3 = 90.e^{-j90} \text{ (V)}$$

1. Hãy thành lập sơ đồ phức
2. Lập hệ phương trình theo phương pháp dòng điện nhánh



**Hình 3-29**

## Chương 4. MẠNG ĐIỆN BA PHA Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

Trong chương này nội dung được truyền tải đến người học chủ yếu là định nghĩa mạch điện 3 pha ở chế độ xác lập điều hoà, đặc điểm và ý nghĩa của dòng điện 3 pha đối xứng. Người học biết được cách biểu diễn các đại lượng dây, pha và cách nối giữa nguồn với tải trong mạch 3 pha. Đặc biệt sinh viên được rèn luyện cách vận dụng các kiến thức để giải quyết các bài toán mạch điện 3 pha đối xứng và không đối xứng.

### 4.1. Khái niệm chung.

Hệ thống ba pha ngày nay được sử dụng rất rộng rãi trong sản xuất, truyền tải và phân phối điện năng. Ưu điểm của hệ thống này là các thiết bị điện ba pha như động cơ điện không đồng bộ ba pha, máy biến áp... có cấu tạo đơn giản, chắc chắn và rẻ tiền. Mặt khác dùng mạch điện ba pha sẽ tiết kiệm được kim loại màu hơn hẳn việc dùng ba mạch điện một pha.

#### 4.1.1. Định nghĩa.

Hệ thống mạch điện xoay chiều 3 pha là tập hợp 3 mạch điện 1 pha được nối với nhau thành 1 hệ thống chung. Trong đó sức điện động mỗi pha đều có dạng hình sin cùng tần số nhưng lệch pha nhau  $1/3$  chu kỳ

#### 4.1.2. Hệ thống dòng điện ba pha đối xứng.

Dùng máy phát điện 3 pha tạo ra sức điện động (sđđ) 3 pha đối xứng, đó là hệ thống gồm 3 sđđ  $e_A(t)$ ,  $e_B(t)$ ,  $e_C(t)$  biến thiên hình sin theo thời gian có cùng tần số, cùng biên độ  $E_m$  nhưng lệch pha đối với nhau một góc  $\frac{2\pi}{3}$  theo thứ tự pha A, B, C:

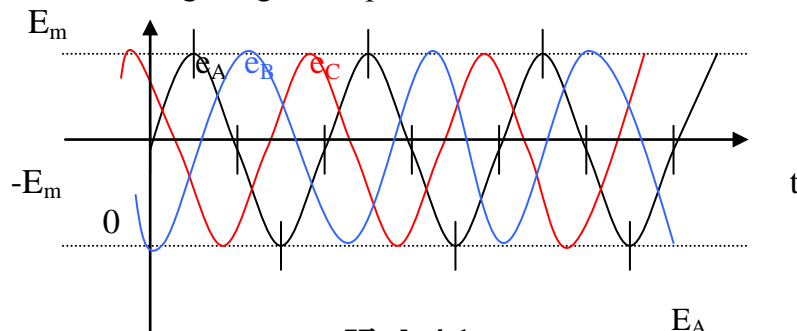
$$e_A(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_{eA})$$

$$e_B(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_{eA} - \frac{2\pi}{3})$$

$$e_C(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_{eA} - \frac{4\pi}{3})$$

$\omega = 2\pi f$  là tần số góc của dòng điện.

Đồ thị biểu diễn dạng sóng điện áp hình 4.1



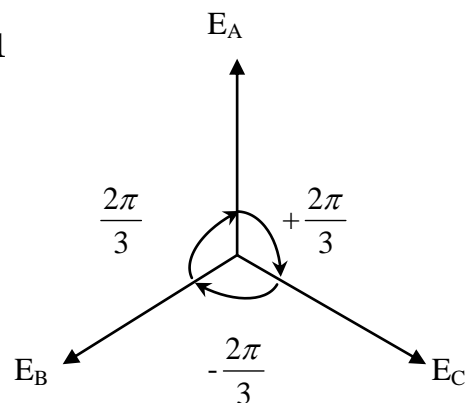
Hình 4.1

Các sức điện động hiệu dụng phức tương ứng:

$$\dot{E}_A = E_m / \sqrt{2} \angle \varphi_{eA} = E \angle \varphi_{eA}$$

$$\dot{E}_B = E_m / \sqrt{2} \angle \varphi_{eB} = E \angle \varphi_{eB}$$

$$\dot{E}_C = E_m / \sqrt{2} \angle \varphi_{eC} = E \angle \varphi_{eC}$$



Hình 4.2. Đồ thị véc tơ



Đồ thị véctor của hệ thống sđđ ba pha đối xứng được vẽ ở hình 4.2. Chú ý rằng theo quy ước, chiều dương của góc được chọn là chiều ngược chiều kim đồng hồ. Hệ thống sđđ ba pha đối xứng có tính chất đặc biệt là ở một thời điểm bất kỳ tổng các trị số tức thời của  $e_A(t)$ ,  $e_B(t)$ ,  $e_C(t)$  đều bằng không.

$$e_A(t) + e_B(t) + e_C(t) = 0$$

Những tính chất nói trên đây cũng đúng đối với các hệ thống dòng điện ba pha đối xứng hoặc hệ thống điện áp ba pha đối xứng.

#### 4.1.3. Đặc điểm và ý nghĩa

Mạch ba pha có ba đến bốn dây dẫn trong mạch ba pha, 4 dây có thể dùng làm mạch một pha.

So với mạch một pha thì tiết kiệm hơn nhiều tạo từ trường quay, chế tạo động cơ KĐB đơn giản kinh tế. Vì vậy hệ thống ba pha được dùng phổ biến mọi nơi trong công nghiệp điện

#### 4.1.4. Các đại lượng dây và đại lượng pha.

##### 4.1.4.1. Đại lượng pha

- Dây trung tính là dây nối hai điểm chung của máy phát và phụ tải (OO').
- Dây pha là dây nối giữa hai điểm của các đầu pha tương ứng giữa máy phát và phụ tải (AA', BB', CC').
- Điện áp pha là điện áp giữa hai đầu của mỗi cuộn dây máy phát và điện áp giữa hai đầu mỗi phụ tải (hay điện áp giữa một dây pha - dây trung tính) gọi là điện áp pha. Kí hiệu:  $U_P$  ( $U_A, U_B, U_C$ )
- Dòng điện pha là dòng điện chạy trong mỗi cuộn dây của máy phát hay chạy trong mỗi phụ tải. Kí hiệu:  $I_P$  ( $I_A, I_B, I_C$ )

##### 4.1.4.1. Đại lượng dây

- Điện áp dây là điện áp giữa hai dây pha. Kí hiệu:  $U_d$  ( $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$ )
- Dòng điện dây là dòng điện chạy trên mỗi dây pha. Kí hiệu:  $I_d$  ( $I_A, I_B, I_C$ )

#### 4.2. Đặc điểm mạch ba pha đối xứng.

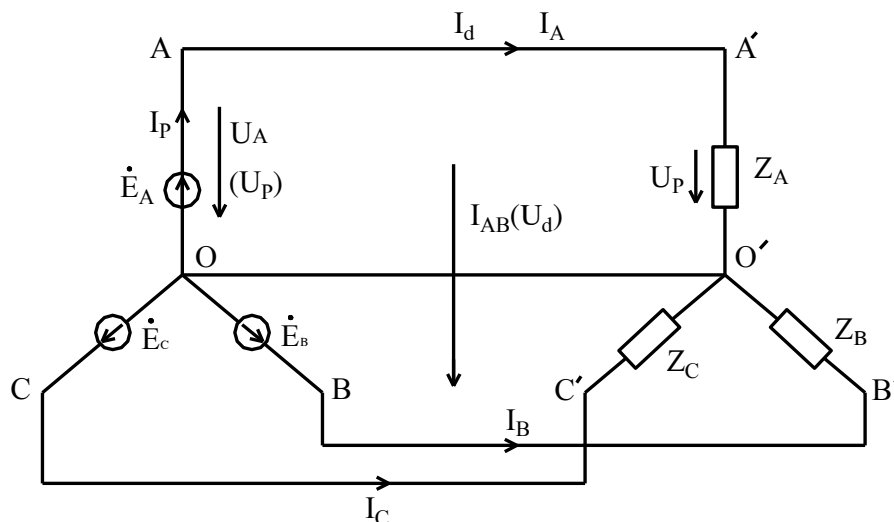
##### 4.2.1. Sơ đồ nối hình sao (Y-Y)

###### 4.2.1.1. Sơ đồ nối

Mỗi pha của nguồn (hoặc tải) có đầu và cuối thường quen kí hiệu đầu pha nguồn A, B, C ; cuối X, Y, Z và đầu pha tải A', B', C' ; cuối X', Y', Z'.

Đối với nguồn: ba điểm cuối X, Y, Z nối với nhau thành điểm trung tính 0.

Đối với tải: ba điểm X', Y', Z' nối với nhau tạo thành điểm trung tính 0'



Hình 4.3

Ba dây nối ba điểm đầu của A, B, C của nguồn với ba điểm đầu các pha tải gọi là ba dây pha.

Dây dẫn nối điểm trung tính của nguồn tới điểm trung tính của tải gọi là dây trung tính.

#### 4.2.1.2. Các quan hệ giữa đại lượng dây và pha khi đối xứng

- Quan hệ giữa dòng điện dây và dòng điện pha:  $I_d = I_p$

(Dòng điện dây và dòng điện pha như nhau  $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ )

- Quan hệ giữa điện áp dây và điện áp pha

Theo định nghĩa điện áp ta có

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$$

Về trị số hiệu dụng  $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$   
 $U_d = \sqrt{3}U_p$

Về pha: điện áp dây vượt trước điện áp pha một góc tương ứng  $30^\circ$  ( $U_{AB}$  vượt trước  $U_A$  một góc  $30^\circ$ )

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U_A e^{j30^\circ}$$

$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3}U_B e^{j30^\circ}$$

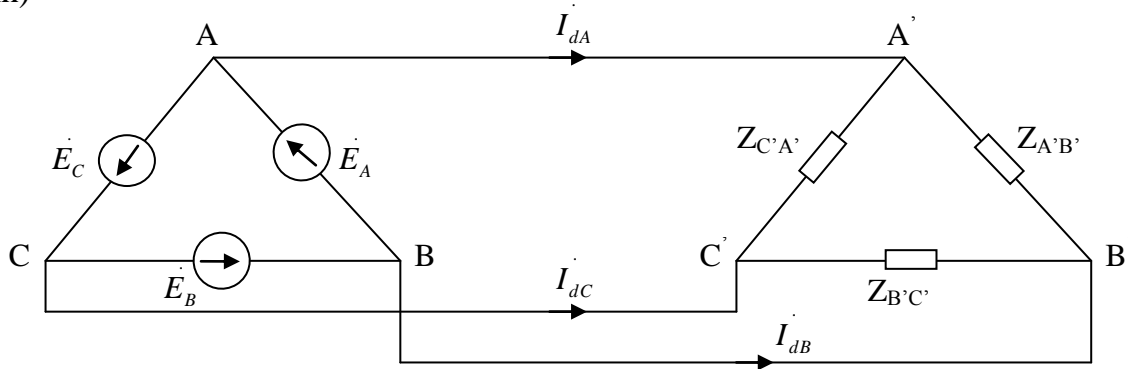
$$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3}U_C e^{j30^\circ}$$

#### 4.2.2. Sơ đồ nối hình tam giác ( $\Delta$ - $\Delta$ )

##### 4.2.2.1. Sơ đồ nối

Muốn nối hình tam giác, ta lấy đầu pha này nối với cuối pha kia tạo thành 1 vòng khép kín như hình 4.4

Ví dụ: A nối với Z, B nối với X, C nối với Y (Cách nối tam giác không có dây trung tính)



**Hình 4.4**

##### 4.2.2.2. Các quan hệ giữa đại lượng dây và pha khi đối xứng

- Quan hệ giữa điện áp dây và điện áp pha

$$U_d = U_p$$

- Quan hệ giữa dòng điện dây và dòng điện pha

Về trị số hiệu dụng:  $I_d = \sqrt{3}I_p$

Về pha: dòng điện dây chậm sau dòng điện pha tương ứng góc  $30^\circ$  ( $I_A$  chậm pha so với  $I_{AB}$  một góc  $30^\circ$ ,  $I_B$  chậm pha so với  $I_{BC}$  một góc  $30^\circ$ ,  $I_C$  chậm pha so với  $I_{CA}$  một góc  $30^\circ$ )

$$\dot{I}_{AB} = \sqrt{3}I_{AB}e^{-j30^\circ}$$

$$\dot{I}_{BC} = \sqrt{3}I_{BC}e^{-j30^\circ}$$

$$\dot{I}_{CA} = \sqrt{3}I_{CA}e^{-j30^\circ}$$

Ví dụ 4.1:

Một nguồn điện ba pha đối xứng nối hình sao, điện áp pha nguồn  $U_{Pn} = 220V$ , nguồn cung cấp cho tải R ba pha đối xứng biết dòng điện dây  $I_d = 10A$ . Tính điện áp dây  $U_d$ , điện áp pha của tải dòng điện pha của tải và của nguồn.

Giải:

- Vì nguồn nối sao  $U_d = \sqrt{3}U_{Pn}$

$$\Rightarrow \text{Điện áp dây } U_d = \sqrt{3}.220 = 380(V)$$

- Vì tải nối sao  $U_{Pt} = \frac{U_d}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220(V)$

- Dòng điện pha nguồn là :  $I_{Pn} = I_d$  vì nguồn nối Y

$$\Rightarrow I_{Pn} = 10(A)$$

- Vì tải nối Y Dòng điện pha tải là  $I_{Pt} = I_d$

$$\Rightarrow I_{Pt} = 10(A)$$

- Vì tải thuần điện trở nên điện áp pha của tải trùng với dòng điện pha tải thì

Ví dụ 4.2:

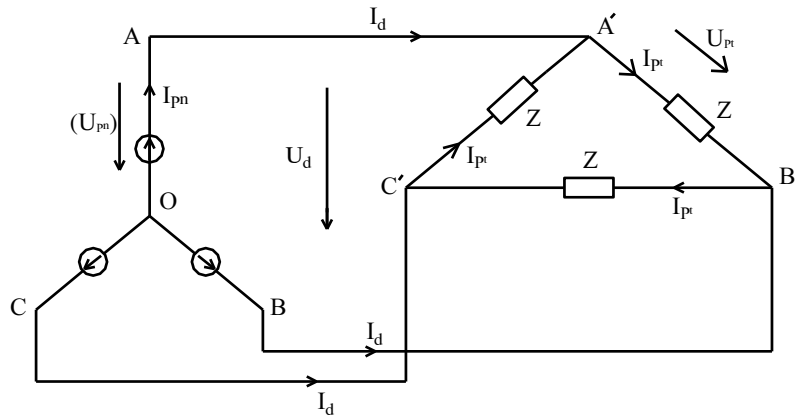
Một mạch điện ba pha, nguồn điện nối sao, tải nối hình tam giác, biết điện áp pha của nguồn  $U_{Pn} = 2 KV$ , dòng điện pha của nguồn  $I_{Pn} = 20 A$

a, Hãy vẽ sơ đồ nối dây mạch ba pha.

b, Xác định dòng điện pha và điện áp pha của tải.

Giải:

a, Sơ đồ đấu dây (Nguồn nối sao, tải nối tam giác).



**Hình 4.5**

b, Xác định dòng điện pha và điện áp pha của tải

+ Vì nguồn nối sao  $U_d = \sqrt{3}U_{Pn}$

$$\rightarrow U_d = \sqrt{3}U_{Pn} = \sqrt{3}.2 = 3,464(KV)$$

Tải nối tam giác nên  $I_{Pt} = I_d$

điện áp pha tải bằng điện áp dây

$$\Rightarrow U_{Pt} = 3,464(KV)$$

+ Vì nguồn nối sao nên dòng điện dây bằng dòng điện pha nguồn  $I_d = I_{Pn}$

$$I_d = 20(A)$$

Vì tải nối tam giác nên  $I_d = \sqrt{3}I_{Pt}$

$$\Rightarrow I_{Pt} = \frac{I_d}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} = 11,547(A)$$

### 4.3. Công suất mạch điện ba pha.

#### 4.3.1. Công suất mạch ba pha đối xứng

##### 4.3.1.1. Công suất tác dụng P

Công suất tác dụng P(W hoặc KW) của mạch ba pha bằng tổng công suất tác dụng của các pha cộng lại. Gọi  $P_A, P_B, P_C$  là công suất tác dụng của các pha tương ứng A, B, C ta có

$$P = P_A + P_B + P_C$$

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$$

Khi ba pha đối xứng

Điện áp pha:  $U_A = U_B = U_C = U_P$

Dòng điện pha:  $I_A = I_B = I_C = I_P$

Hệ số công suất:  $\cos \varphi_A = \cos \varphi_B = \cos \varphi_C$

Như vậy  $P_A = P_B = P_C$

$\Rightarrow$  ta có  $P = 3U_P I_P \cos \varphi$  hoặc  $P = 3R_P I_P^2$

Trong đó  $R_P$  là điện trở pha của tải.

Nếu thay đại lượng pha bằng đại lượng dây

+ Đối với cách nối hình sao

$$I_P = I_d ; U_P = \frac{U_d}{\sqrt{3}}$$

+ Đối với cách nối hình tam giác

$$U_P = U_d ; I_P = \frac{I_d}{\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow$  Biểu thức tính công suất tác dụng đối với trường hợp đấu sao và đấu tam giác đối xứng:

$$P = \sqrt{3}U_d \cdot I_d \cdot \cos \varphi$$

$\varphi$  là góc lệch pha giữa điện áp pha và dòng điện pha tương ứng.

$$\cos \varphi = \frac{R_P}{\sqrt{R_P^2 + X_P^2}}$$

##### 4.3.1.2. Công suất phản kháng Q

Vì mạch ba pha cân bằng nên công suất phản kháng Q (Var hoặc KVar) trên các pha như nhau:

$$Q_A = Q_B = Q_C$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3Q_P$$

$\Rightarrow$  Khi mạch ba pha đối xứng  $Q_{3P} = 3U_P I_P \cdot \sin \varphi$  hoặc  $Q_{3P} = 3X_P I_P^2$

Trong đó  $X_P$  là điện kháng pha của tải

+ Nếu tính theo các đại lượng dây:  $Q_{3P} = \sqrt{3}U_d I_d \cdot \sin \varphi$

##### 4.3.1.3. Công suất biểu kiến S.

Vì mạch ba pha cân bằng nên công suất biểu kiến S (VA hoặc KVA) trên các pha như nhau:

$$\begin{aligned} S_A &= S_B = S_C \\ S_{3P} &= S_A + S_B + S_C = 3S_P \\ S_{3P} &= 3U_P \cdot I_P = \sqrt{3}U_d \cdot I_d = 3Z_P I_P^2 \end{aligned}$$

Ví dụ 4.3:

Một động cơ điện ba pha có công suất định mức  $P_{dm} = 14(KW)$ , hiệu suất định mức  $\eta_{dm} = 0.89$ , hệ số công suất định mức  $\cos \varphi = 0.88$ . Dây quấn động cơ điện nối hình sao, điện áp dây mạng điện  $U_d = 380(V)$ .

- Tính điện áp đặt lên mỗi pha dây quấn.
- Tính dòng điện dây và dòng điện pha của động cơ điện.

Giải:

- Tính điện áp đặt lên mỗi pha dây quấn:

Vì dây quấn nối hình sao

$$U_d = \sqrt{3}U_P \Rightarrow U_P = \frac{U_d}{\sqrt{3}}$$

$$U_P = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220(V)$$

- Tính dòng điện dây và dòng điện pha của động cơ điện:

Ta có  $P = 3U_P \cdot I_P \cdot \cos \varphi$

$$\Rightarrow I_P = \frac{P_{dm}}{3U_P \cos \varphi} = \frac{P_{dien}}{3U_P \cos \varphi}$$

Đối với động cơ điện, công suất định mức  $P_{dm}$  là công suất cơ có ích ở trục động cơ, vậy công suất điện động cơ tiêu thụ là:

$$P_{dien} = \frac{P_{dm}}{\eta_{dm}} = \frac{14 \cdot 10^3}{0.89}$$

$$\Rightarrow I_P = \frac{14 \cdot 10^3}{0.89 \cdot 3 \cdot 220 \cdot 0.88} = 27,16(A)$$

Vì dây quấn nối hình sao  $I_P = I_d$

$$\Rightarrow I_d = 27,16(A)$$

### 4.3.2. Công suất mạch ba pha không đối xứng

#### 4.3.2.1. Công suất tác dụng

Công suất tác dụng P của mạch ba pha bằng tổng công suất tác dụng của các pha cộng lại. Gọi  $P_A, P_B, P_C$  là công suất tác dụng của các pha tương ứng A, B, C ta có

$$P = P_A + P_B + P_C$$

$$P = U_{PA} I_{PA} \cos \varphi_A + U_{PB} I_{PB} \cos \varphi_B + U_{PC} I_{PC} \cos \varphi_C$$

#### 4.3.1.2. Công suất phản kháng

Vì mạch ba pha không đối xứng nên công suất phản kháng Q trên các pha khác nhau:

$$Q_A \neq Q_B \neq Q_C$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3Q_P$$

$\Rightarrow$  Khi mạch ba pha không đối xứng

$$Q_{3P} = U_{PA} I_{PA} \cdot \sin \varphi_A + U_{PB} I_{PB} \cdot \sin \varphi_B + U_{PC} I_{PC} \cdot \sin \varphi_C$$

#### 4.3.1.3. Công suất biểu kiến

$$S_{3P} = S_A + S_B + S_C$$

$$S_{3P} = U_{PA} \cdot I_{PA} + U_{PB} \cdot I_{PB} + U_{PC} \cdot I_{PC}$$

#### 4.4. Cách giải mạch điện ba pha.

##### 4.4.1. Cách giải mạch ba pha đối xứng

###### 4.4.1.1. Khái niệm:

Đối với mạch điện ba pha đối xứng, dòng điện (điện áp) các pha có trị số hiệu dụng bằng nhau và lệch pha nhau một góc  $2\pi/3$ . Vì vậy khi giải mạch ba pha đối xứng ta tách một pha để tính.

###### 4.4.1.2. Các bước giải:

Bước 1: Xác định điện áp dây và điện áp pha phía đầu nguồn:

+ Trường hợp nguồn nối sao đối xứng

- Điện áp pha phía đầu nguồn là:  $U_P = E_P$

- Điện áp dây phía đầu nguồn là:  $U_d = \sqrt{3} \cdot E_P$

+ Trường hợp nguồn nối tam giác đối xứng

- Điện áp pha phía đầu nguồn là:  $U_P = E_P$

- Điện áp dây phía đầu nguồn là:  $U_d = U_P = E_P$

Bước 2: Xác định điện áp pha của tải:

- Trường hợp tải nối hình sao:  $U_P = U_d / \sqrt{3}$

- Trường hợp tải nối hình tam giác:  $U_P = U_d$

Bước 3: Tính dòng điện dây và dòng điện pha của tải:

Khi không xét tổng trở đường dây pha:

+ Trường hợp tải nối hình sao:

- Tổng trở pha tải:  $Z_P = \sqrt{R_P^2 + X_P^2}$

Trong đó:  $R_P, X_P$  là điện trở, điện kháng mỗi pha tải.

- Dòng điện pha của tải:  $I_P = \frac{U_P}{Z_P} = \frac{U_d}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{R_P^2 + X_P^2}}$

- Dòng điện dây của tải:  $I_d = I_P$

- Góc lệch pha  $\varphi$  giữa điện áp pha và dòng điện pha là:

$$\varphi = \arctg \frac{X_P}{R_P}$$

+ Trường hợp tải nối hình tam giác:

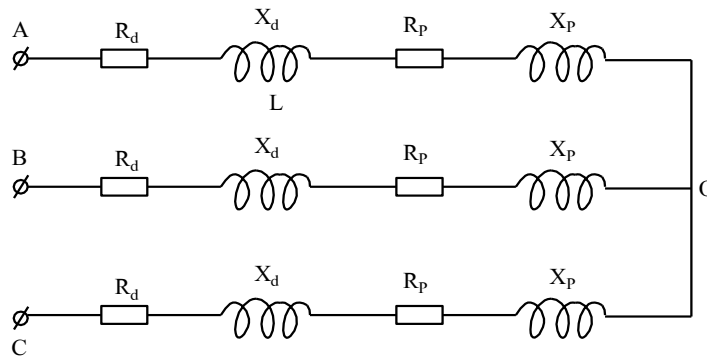
- Tổng trở:  $Z_P = \sqrt{R_P^2 + X_P^2}$

- Dòng điện pha của tải:  $I_P = \frac{U_P}{Z_P} = \frac{U_d}{\sqrt{R_P^2 + X_P^2}}$

- Dòng điện dây của tải:  $I_d = \sqrt{3} \cdot I_P$

- Góc lệch pha giữa dòng điện pha và điện áp pha:

$$\varphi = \arctg \frac{X_P}{R_P}$$



**Hình 4.6**

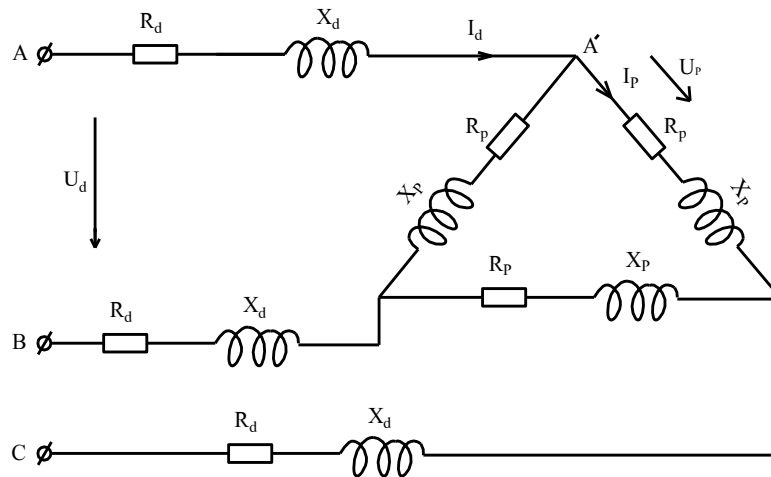
Khi xét tổng trở đường dây:

+ Trường hợp tải nối hình sao (hình 4.6):

Cách tính toán tương tự nhưng phải tính đến tổng trở đường dây

$$I_d = I_p = \frac{U_p}{Z_p} = \frac{U_d}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{(R_d + R_p)^2 + (X_d + X_p)^2}}$$

Trong đó:  $R_d$  và  $X_d$  là điện trở và điện kháng của đường dây.



**Hình 4.7**

+ Trường hợp tải nối hình tam giác (hình 4.7):

Lúc này để tính dòng điện ta biến đổi tương đương tải tam giác  $\rightarrow$  sao

- Tổng trở mỗi pha lúc nối tam giác:  $Z_{\Delta} = R_p + jX_p$

$\Rightarrow$  Biến đổi sang hình sao:  $Z_Y = \frac{Z_{\Delta}}{3} = \frac{R_p}{3} + j \frac{X_p}{3}$

- Dòng điện dây là:

$$I_d = \frac{U_d}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\left(R_d + \frac{R_p}{3}\right)^2 + \left(X_d + \frac{X_p}{3}\right)^2}}$$

Dòng điện pha của tải khi nối tam giác:  $I_p = \frac{I_d}{\sqrt{3}}$ .

4.4.1.3. Bài tập:

Bài tập 1:

Một tải 3 pha có điện trở pha  $R_p = 20 \Omega$ , điện kháng pha  $X_p = 15 \Omega$ , nối hình tam giác, đấu vào mạng điện có điện áp dây  $U_d = 220 \text{ V}$ . Tính dòng điện pha  $I_p$ , dòng điện dây  $I_d$ , Công suất tải tiêu thụ ?

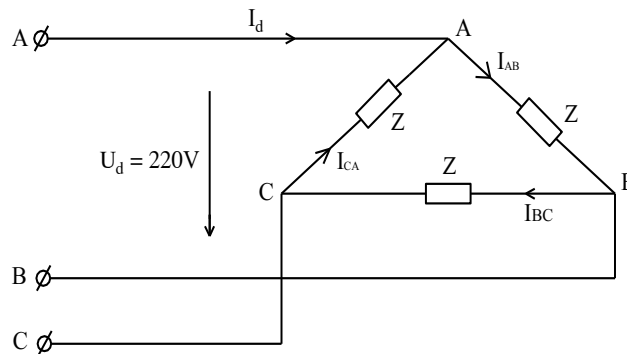
Giải:

Theo sơ đồ nối dây mạch điện, tải nối tam giác:

- Điện áp pha của tải

$$U_d = U_p = 220V$$

Sơ đồ đấu dây:



**Hình 4.8**

- Tính dòng điện pha và dòng điện dây

$$\text{Tổng trở pha tải: } Z_p = Z_p = \sqrt{R_p^2 + X_p^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25(\Omega)$$

$$\text{Dòng điện pha của tải: } I_p = \frac{U_p}{Z_p}$$

$$I_p = \frac{220}{25} = 8,8(A)$$

- Dòng điện dây của tải:

Vì tải nối tam giác nên dòng điện dây của tải

$$I_d = \sqrt{3} \cdot I_p = \sqrt{3} \cdot 8,8 = 15,24 (A)$$

+ Công suất tiêu thụ

- Công suất tác dụng:

$$P_{3fa} = 3 \cdot R_p \cdot I_p^2 = 3 \cdot 20 \cdot (8,8)^2 = 4646,4 (W)$$

- Công suất phản kháng:

$$Q_{3fa} = 3 \cdot X_p \cdot I_p^2 = 3 \cdot 15 \cdot (8,8)^2 = 3484,8 (Var)$$

- Công suất biểu kiến (công suất toàn phần):

$$S = \sqrt{3} \cdot U_d \cdot I_d = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 15,24 = 5808,726 (Va)$$

**Bài tập 2:** Một tải ba pha gồm ba cuộn dây đấu vào mạng điện ba pha có điện áp dây là 380 V. Cuộn dây được thiết kế cho làm việc với điện áp định mức 220V. Cuộn dây có điện trở  $R = 2 \Omega$ , điện kháng  $X = 8\Omega$ .

a, Xác định cách nối các cuộn dây thành tải ba pha.

b, Tính công suất P, Q, cosφ của tải.

**Giải:**

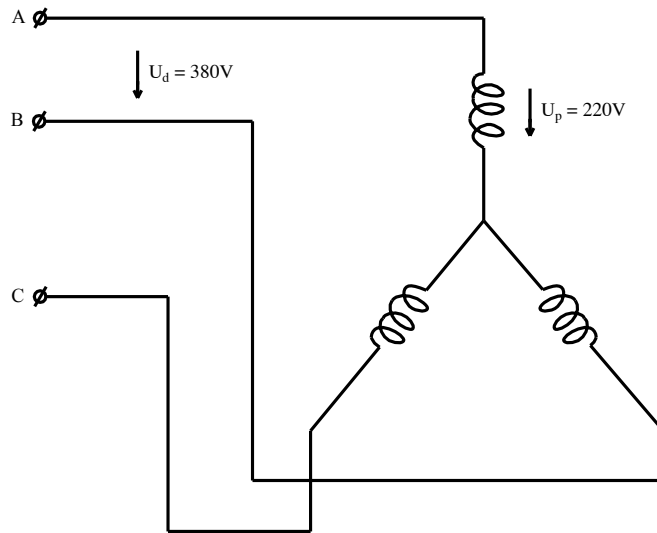
a, Xác định cách nối các cuộn dây thành tải ba pha

+ Giả sử các cuộn dây được nối theo hình sao đấu vào mạng điện  $\Rightarrow$  lúc này điện áp đặt lên các cuộn dây pha là:

$$U_p = \frac{U_d}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220(V)$$

Điện áp này bằng điện áp định mức của cuộn dây pha  $\Rightarrow$  Trường hợp này đấu được như hình vẽ sau:





**Hình 4.9**

- + Giả sử các cuộn dây được đấu hình tam giác khi đó theo cách nối hình tam giác  $U_p = U_d$ . Như vậy điện áp đặt lên các cuộn dây pha là :  $U_p = U_d = 380(V)$  mà điện áp định mức của cuộn dây là  $220(V)$ 
  - $\Rightarrow U_p = U_d = 380(V) >$  điện áp định mức của cuộn dây  $\Rightarrow$  Cuộn dây sẽ bị hỏng
- $\Rightarrow$  Trường hợp đấu tam giác không được.
- $\Rightarrow$  Như vậy các cuộn dây của phụ tải được đấu theo hình sao.

b, Tính công suất P, Q, và  $\cos \varphi$  của tải

+ Tổng trở pha của tải là:

$$Z_p = \sqrt{R_p^2 + X_p^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = 8,24(\Omega)$$

+ Dòng điện pha của tải:

$$I_p = \frac{U_p}{Z_p} = \frac{220}{8,24} = 26,7(A)$$

+ Công suất tác dụng P của tải:

$$P_{3f} = 3R_p I_p^2 = 3 \cdot 2 \cdot (26,7)^2 = 4277,34(W)$$

+ Công suất phản kháng của tải:

$$Q = 3X_p I_p^2 = 3 \cdot 8 \cdot (26,7)^2 = 17109,36(Var)$$

+ Hệ số  $\cos \varphi$  của tải:

$$\cos \varphi = \frac{R_p}{Z_p} = \frac{2}{8,24} = 0,242$$

**Bài tập 3:** Cho mạch ba pha đối xứng nối sao (hình 4.10) có tải  $R_p = 3 \Omega$ ,  $X_p = 4 \Omega$  nối vào lưới điện có  $U_d = 380 V$ . Hãy xác định: dòng điện và điện áp trên các pha, công suất ba pha.

**Giải:**

- Điện áp trên các pha

Ta có vì tải và nguồn nối sao

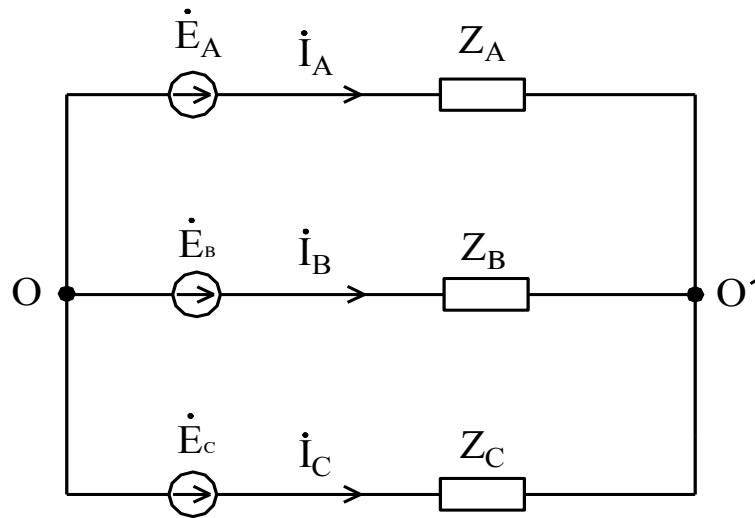
$$\Rightarrow \text{Điện áp pha: } U_f = \frac{U_d}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 219,3995(V)$$

+ Chọn pha A làm chuẩn điện áp pha A

$$\dot{U}_A = 219,3995 \angle 0^\circ (V)$$

+ Điện áp pha B chậm sau pha A một góc  $120^\circ$

$$\dot{U}_B = 219,3995 \angle -120^\circ (V)$$



**Hình 4.10**

+ Điện áp pha C vượt trước pha A một góc  $120^\circ$

$$\dot{U}_B = 219,3995 \angle 120^\circ (V)$$

- Dòng điện trên các pha

. Tổng trở pha là:  $Z_P = \sqrt{R_P^2 + X_P^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\Omega)$

. Dòng điện hiệu dụng của các pha:

$$I_f = \frac{U_P}{Z_P} = \frac{219,3995}{5} = 43,8799(A)$$

+ Dòng điện trên pha A  $\dot{I}_A = 43,8799 \angle 0^\circ (A)$

+ Dòng điện trên pha B  $\dot{I}_B = 43,8799 \angle -120^\circ (A)$

+ Dòng điện trên pha C  $\dot{I}_C = 43,8799 \angle 120^\circ (A)$

- Công suất của tải

+ Công suất tác dụng:

$$P_{3fa} = 3.R_P . I_P^2 = 3.3.(43,8799)^2 = 17329 (W)$$

- Công suất phản kháng:

$$Q_{3fa} = 3.X_P . I_P^2 = 3.4.(43,8799)^2 = 23105,347 (Var)$$

- Công suất biểu kiến (công suất toàn phần):

$$S = 3.U_P . I_P = 3.219,3995.43,8799 = 28881,6844 (VA)$$

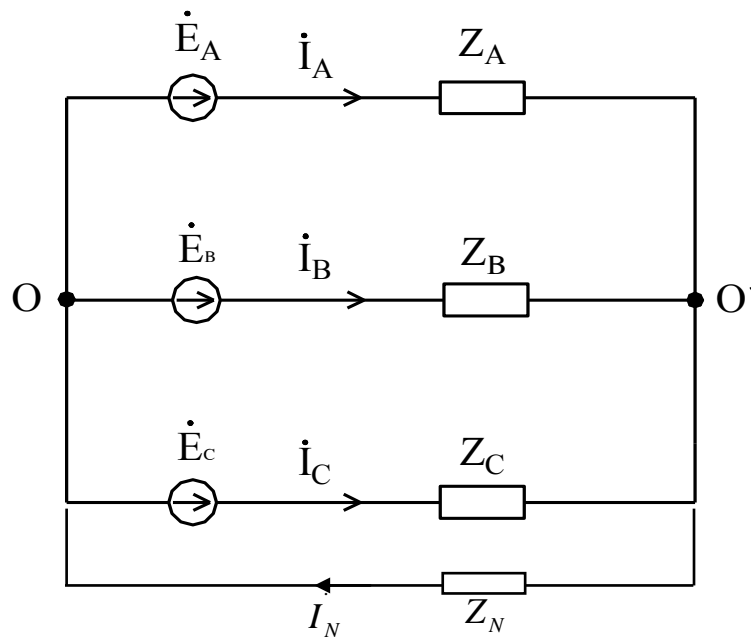
#### 4.4.2. Cách giải mạch ba pha không đối xứng.

Mạch ba pha không đối xứng là mạch ba pha có một nguồn điện ba pha không đối xứng hoặc có một tải ba pha không đối xứng .

Hình 4.11. cho ví dụ về mạch ba pha không đối xứng nối hình sao có dây trung tính.

Chỉ cần các sđđ  $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ , không phải là một hệ thống sđđ ba pha đối xứng hoặc là các tổng trở  $Z_A, Z_B, Z_C$  không thỏa mãn điều kiện của một tải ba pha đối xứng ( $Z_A = Z_B = Z_C = 0$ ) thì mạch điện này trở thành một mạch điện ba pha không đối xứng.

Để tính các dòng điện trong mạch này ta nên dùng phương pháp thế nút, vì mạch điện chỉ có hai nút.



**Hình 4.11**

Trước tiên ta tính điện áp  $\dot{U}_{O'O}$ :

$$\dot{U}_{O'O} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N}$$

Trong đó:  $Y_A = \frac{1}{Z_A}$ ,  $Y_B = \frac{1}{Z_B}$ ,  $Y_C = \frac{1}{Z_C}$

Sau đó ta tính được dòng điện nhánh:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_{O'O}}{Z_A}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_{O'O}}{Z_B}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_{O'O}}{Z_C}$$

và 
$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_{O'O}}{Z_N} \quad \text{hay} \quad \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

#### CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 4

Câu 1: Trình bày khái niệm về mạng 3 pha và 3 pha đối xứng

Câu 2: Cho biết mối quan hệ giữa các đại lượng dây và pha khi nối sao và khi nối tam giác

Câu 3: Nêu phương pháp giải mạch 3 pha đối xứng

Câu 4: Một nguồn điện 3 pha nối hình sao, tải nối hình tam giác.

Điện áp pha của nguồn :  $U_{Pn} = 2KV$ .

Dòng điện pha của nguồn:  $I_{Pn} = 20A$ .

a. Vẽ sơ đồ nối dây?

b. Xác định điện áp pha và dòng điện pha của tải?

Câu 5. Phụ tải ba pha đối xứng nối hình sao. Biết:

Tổng trở mỗi pha của tải  $Z_p = 8 + j6 (\Omega)$ . Điện áp dây của mạng  $U_d = 380V$ .

Hãy tính dòng điện dây, dòng điện pha, các thành phần công suất của tải, hệ số công suất của mạch.

Câu 6. Cho mạch điện 3 pha đối xứng, tải nối hình tam giác.

Biết tổng trở mỗi pha của tải  $Z_p = 12 + j9 \ (\Omega)$ . Điện áp dây của mạng  $U_d = 380V$ . Hãy tính dòng điện dây, dòng điện pha, các thành phần công suất của tải, hệ số công suất của mạch.

Câu 7. Phụ tải ba pha đối xứng nối tam giác có  $P = 70 \text{ kW}$ ,  $\cos\varphi = 0,866$  được đặt vào mạng có  $U_d = 1000V$ . Hãy tính dòng điện dây, dòng điện pha, các thành phần công suất của tải.

Câu 8. Phụ tải ba pha đối xứng nối hình sao biết  $U_d = 220 \text{ V}$ ,  $Z_p = j4 \ (\Omega)$ , hãy xác định dòng điện dây, dòng điện pha, các thành phần công suất của tải, hệ số công suất của mạch.

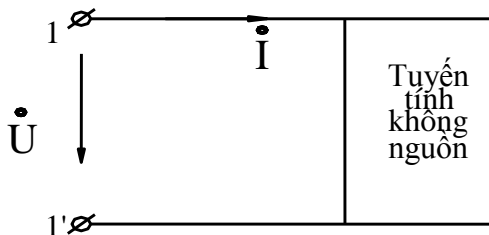
## Chương 5. MẠNG HAI CỰC TUYẾN TÍNH

Nội dung chủ yếu là giúp người đọc hiểu được định nghĩa và phân loại mạng hai cực tuyến tính. Phân tích và lập được các phương trình cơ bản của mạng 2 cực (1 cửa) tuyến tính có nguồn. Ngoài ra được học còn được trang bị kiến thức về các định luật Thevenin và Norton để vận dụng giải các bài toán mạng hai cực.

### 5.1. Định nghĩa và phân loại

\* Định nghĩa: Mạng 2 cực (1 cửa) không nguồn là mạng có một cửa ngõ để đưa năng lượng từ nguồn vào chế độ năng lượng của mạng hoàn toàn xác định bởi hai đại lượng điện áp và dòng điện trên các cực của nó.

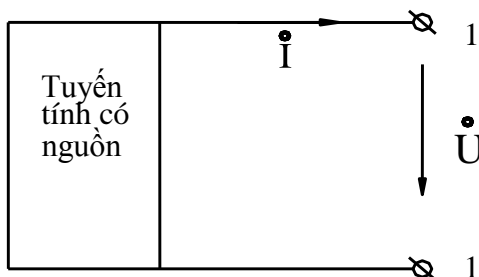
Sơ đồ :



Hình 5.1. Mạng hai cực không nguồn

Vì mạng tuyến tính không nguồn nên quan hệ tuyến tính:  $\dot{U} = Z_v \cdot I$

- Mạng hai cực có nguồn là mạng có một cửa ngõ để nối với một bộ phận ngoài khác vào trong mạch có nguồn.



Hình 5.2. Mạng hai cực có nguồn

Phân loại:

- Dựa vào quan hệ trạng thái: Mạng hai cực tuyến tính và mạng hai cực phi tuyến
- Theo quan điểm năng lượng: Mạng 2 cực có nguồn và mạng 2 cực không nguồn

#### 5.1.1. Thí nghiệm hở mạch.

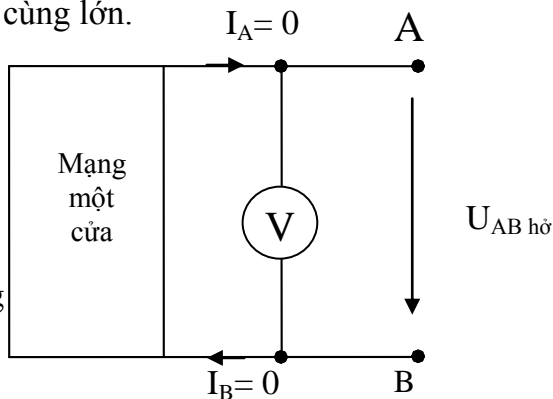
Ta cắt rời mạng một cửa đã cho khỏi bộ phận mạch điện nối với nó tại các cực A và B như hình 5.3. Khi đó ta được một mạng một cửa hở mạch (dòng điện đi ra hoặc đi vào mạng một cửa này bằng không  $i_A = 0$  (hoặc  $i_B = 0$ )).

Điện áp giữa hai cực A và B của mạng một cửa khi hở mạch được gọi là *điện áp hở mạch*  $U_{AB\text{hở}}$  hay  $U_{\text{hở}}$ . Ta có thể xác định điện áp hở mạch  $U_{AB\text{hở}}$  bằng cách tính toán hay đo bằng một Volmet có điện trở  $R_v$  vô cùng lớn.

Nếu  $U_{AB\text{hở}} = 0$  thì mạng một cửa đã cho là mạng một cửa không nguồn.

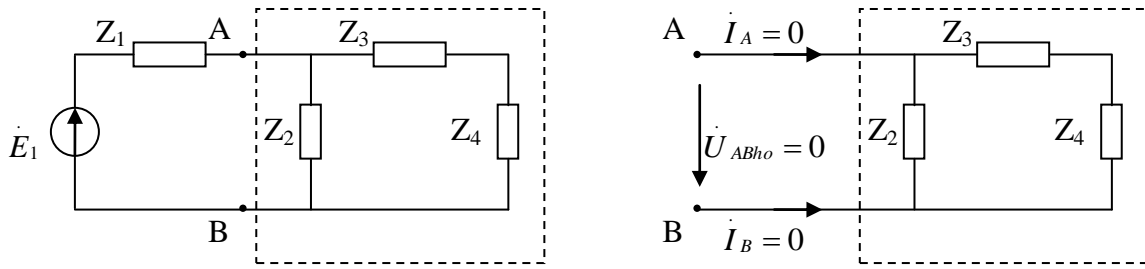
Nếu  $U_{AB\text{hở}} \neq 0$  thì mạng một cửa đã cho là mạng một cửa có nguồn.

Ví dụ: Bộ phận mạch điện trong hình chữ nhật (nét đứt) ở hình 5.4 là một mạng một cửa không nguồn. Thật vậy, nếu cắt đứt mạch điện tại các



Hình 5.3. Mạng 1 cửa hở mạch

cực A và B thì  $I_A = I_B = I_{ho} = 0$  và  $U_{ABho} = 0$



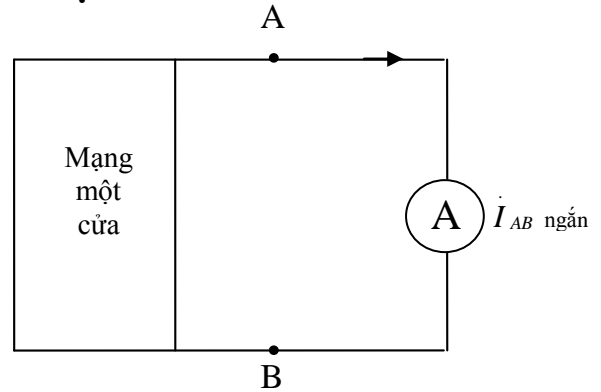
**Hình 5.4.** Ví dụ

**5.1.2. Tình trạng ngắn mạch:**

Sau khi cắt rời mạng một cửa khỏi phần mạch điện còn lại tại các cực A và B của nó ta dùng một dây dẫn có tổng trở bằng không nối hai cực A và B với nhau như hình 5.5

Trong trường hợp này người ta nói rằng các cực A và B bị nối ngắn mạch.

Ta có thể xác định dòng điện ngắn



**Hình 5.5**

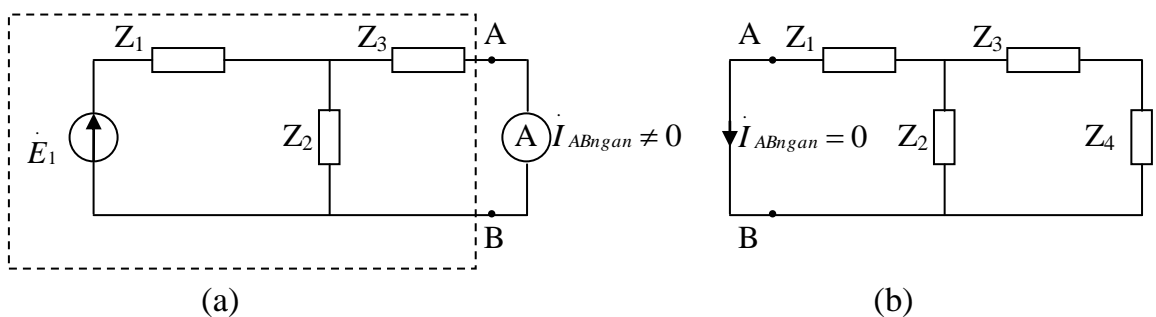
mạch  $I_{AB\text{ ngắn}}$  bằng cách tính toán hoặc bằng cách đo bởi một Ampemet có điện trở bằng không.

Nếu  $I_{AB\text{ ngắn}} \neq 0$  thì mạng một cửa đã cho là mạng một cửa có nguồn.

Nếu  $I_{AB\text{ ngắn}} = 0$  thì mạng một cửa đã cho là mạng một cửa không nguồn.

Ví dụ: Mạng một cửa ở hình 5.6a khi các cực A và B bị nối ngắn mạch thì  $I_{AB\text{ ngắn}} \neq 0$ .

Vậy nó là mạng một cửa có nguồn. Còn hình 5.6b khi các cực A và B bị nối ngắn  $I_{AB\text{ ngắn}} = 0$ . Vậy nó là mạng một cửa không nguồn.



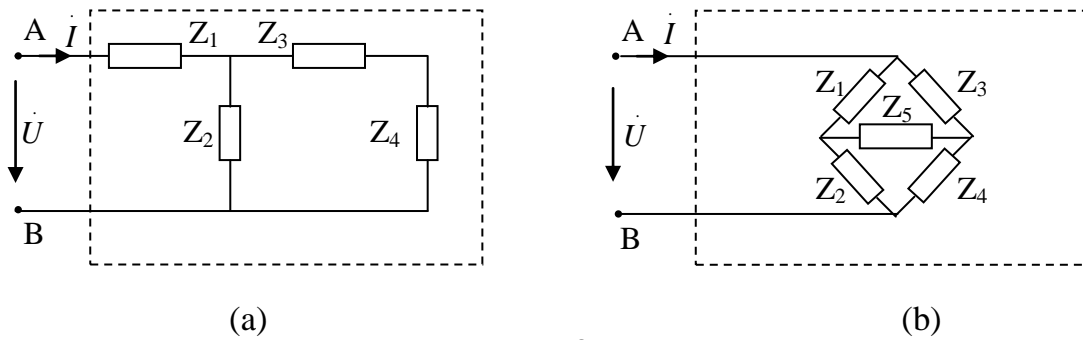
**Hình 5.6**

**5.2. Tổng trở vào của mạng một cửa tuyến tính không nguồn**

Một mạng một cửa (mạng 2 cực) không nguồn thường chỉ gồm các tổng trở nối với nhau theo một sơ đồ đơn giản hay phức tạp nào đó giữa hai cực đã cho.

Ở hình 5.7a ta có mạng một cửa chỉ gồm các tổng trở mắc nối tiếp và song song. Còn ở hình 5.7b ta có các tổng trở nối hình sao hoặc tam giác.

Ở chế độ xác lập hình sin đối với phần mạch điện bên ngoài thì một mạng một cửa không nguồn có thể được thay thế bằng một tổng trở tương đương gọi là tổng trở vào của mạng một cửa không nguồn.



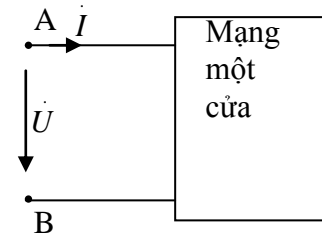
**Hình 5.7. Mạng 1 cửa có tổng trở nối khác nhau**

Ở hình 5.7a ta có mạng một cửa chỉ gồm các tổng trở mắc nối tiếp và song song. Còn ở hình 5.7b ta có các tổng trở nối hình sao hoặc tam giác.

Ở chế độ xác lập hình sin đối với phần mạch điện bên ngoài thì một mạng một cửa không nguồn có thể được thay thế bằng một tổng trở tương đương gọi là tổng trở vào của mạng một cửa không nguồn.

Nếu gọi  $\dot{U}$  là điện áp hiệu dụng phức đặt vào hai cực của mạng một cửa không nguồn và  $\dot{I}$  là dòng điện hiệu dụng phức đi vào một trong hai cực của mạng một cửa không nguồn, với quy ước là chiều

dương của điện áp  $\dot{U}$  và chiều dương của dòng điện  $\dot{I}$  của một mạng một cửa không nguồn được chọn theo cùng một chiều (ví dụ đều là chiều đi từ cực A đến cực B như trên hình 5.8) thì tổng trở vào của mạng một cửa không nguồn



**Hình 5.8**

được định nghĩa bởi: 
$$Z_{\text{vào}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad (5.1)$$

Ta có thể tính được tổng trở vào của một mạng một cửa không nguồn bằng cách giả thiết điện áp  $\dot{U}$  đặt vào mạng một cửa không nguồn là đã cho và tính dòng điện  $\dot{I}$  đi vào mạng một cửa không nguồn bằng một phương pháp nào đó. Sau đó ta tính tổng trở vào bằng tỷ số của điện áp  $\dot{U}$  đã cho và dòng điện  $\dot{I}$  đã tính được.

Trong trường hợp sơ đồ nối các tổng trở của mạng một cửa không nguồn tương đối đơn giản ta có thể tính được tổng trở vào  $Z_{\text{vào}}$  của nó bằng cách dùng các công thức tính tổng trở tương đương của các bộ phận của mạch điện và tổng trở tương đương của các bộ phận đó.

Ví dụ 5.1: Tính theo hình 5.7a, đầu tiên ta tính tổng trở tương đương  $Z_{34}$  của hai tổng trở  $Z_3$  và  $Z_4$  nối tiếp:

$$Z_{34} = Z_3 + Z_4$$

Tiếp theo ta tính tổng trở tương đương  $Z_{234}$  của  $Z_{34}$  nối song song với  $Z_2$ :

$$Z_{234} = \frac{Z_2 \cdot Z_{34}}{Z_2 + Z_{34}}$$

Cuối cùng ta tính được tổng trở vào bằng tổng trở tương đương của  $Z_{234}$  nối tiếp với  $Z_1$ :

$$Z_{\text{vào}} = Z_1 + Z_{234}$$

Vậy: 
$$Z_{\text{vào}} = Z_1 + \frac{Z_2 \cdot (Z_3 + Z_4)}{Z_2 + Z_3 + Z_4}$$

Để tính tổng trở vào của mạng một cửa không nguồn ở sơ đồ 5.7b ta cần phải dùng công thức biến đổi sao – tam giác để đưa sơ đồ về trường hợp các tổng trở nối tiếp và song song.

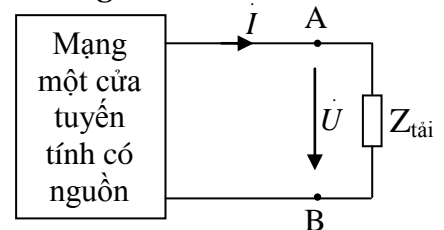
### 5.3. Phương trình cơ bản của mạng một cửa tuyến tính có nguồn. Định lý Thevenin và định lý Norton

#### 5.3.1. Phương trình cơ bản của mạng một cửa tuyến tính có nguồn

Ta xét mạng một cửa tuyến tính có nguồn bất kỳ ở chế độ xác lập hình sin như hình 5.9.

Gọi  $Z_{\text{tải}}$  là tổng trở của một tải tùy ý nối

vào các cực A và B của mạng một cửa. Gọi  $\dot{U}$  là điện áp hiệu dụng phức giữa hai cực A và B, và



**Hình 5.9**

$\dot{I}$  là dòng điện hiệu dụng phức cung cấp bởi mạng một cửa có nguồn. Nếu mạng một cửa chỉ gồm các phần tử tuyến tính thì từ các phương trình bậc nhất liên hệ các dòng và các áp trong mạch theo phương pháp dòng nhánh, phương pháp dòng vòng hay phương pháp thế nút, ta có thể rút ra một phương trình bậc nhất liên hệ điện áp  $\dot{U}$  và dòng điện  $\dot{I}$  tại các cực (cửa) của mạng một cửa tuyến tính có nguồn. Phương trình này có dạng:

$$\dot{U} = A\dot{I} + B \quad \text{hay} \quad \dot{I} = C\dot{U} + D \quad (5.2)$$

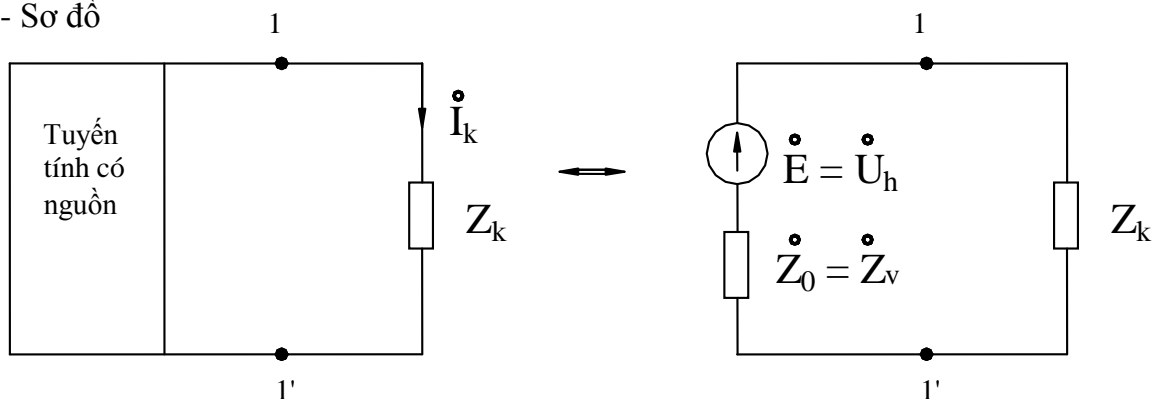
Ở đây A, B, C, D là các hằng số phức chỉ phụ thuộc vào các thông số (sđđ, nguồn dòng, các tổng trở) của các phần tử ở trong mạng một cửa có nguồn.

Phương trình (5.2) được gọi là phương trình cơ bản của mạng một cửa có nguồn.

#### 5.3.2. Định lý Thevenin

- Phát biểu: Một mạng hai cực tuyến tính có nguồn được thay thế bằng một máy phát điện tương đương. Máy phát điện tương đương gồm có sức điện động  $\dot{E}_{Th}$  nối tiếp với một tổng trở  $Z_{Th}$ , trong đó nguồn sđđ  $\dot{E}_{Th}$  được tính bằng điện áp trên hai cực hở mạch ( $\dot{U}_h$ ) và có tổng trở trong  $Z_{Th}$  bằng tổng trở vào khi triệt tiêu nguồn ( $Z_v$ ).

- Sơ đồ



**Hình 5.10**

Định luật Kiêchôp 2 của sơ đồ Máy phát điện tương đương:

$$\dot{U} + Z_v \cdot \dot{I} = \dot{E}_o$$

- Phương pháp: Nếu bài toán chỉ yêu cầu tính dòng trong một nhánh nào đó của mạch điện ta tách riêng nhánh đó ra phân mạch còn lại coi là mạng hai cực có nguồn sẽ thay bằng một máy phát điện tương đương.

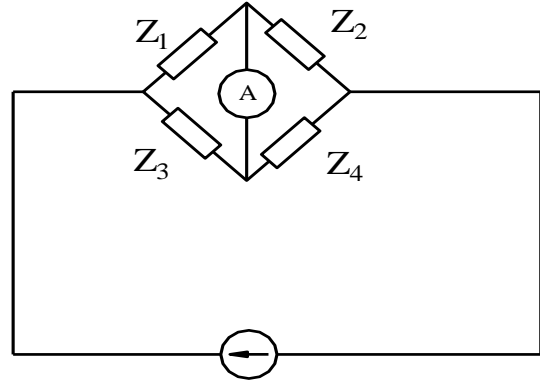


- Tính dòng  $I_K$  của nhánh K ta tách riêng nhánh K phần còn lại thay bằng một

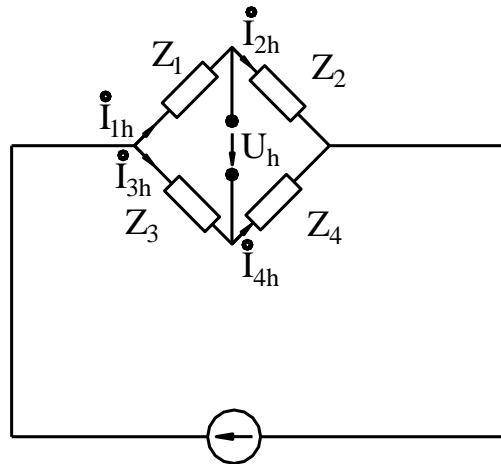
máy phát điện tương đương:  $\dot{I}_k = \frac{\dot{E}_o}{Z_o + Z_k}$

Ví dụ 5.2 : Tính số chỉ của Ampemet trong mạch điện sau:

- Để tính số chỉ của Ampemet ta đi xác định dòng qua nhánh của cầu.
- Tách nhánh cần xét (nhánh cầu) ta có sơ đồ (Hình 5.11):



**Hình 5.11** ①



**Hình 5.12** ②

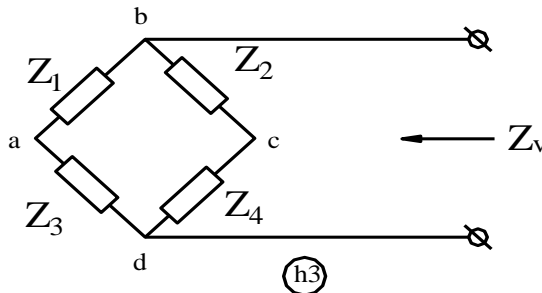
+ Tính  $E_o = U_h$

Trên hình ta có:  $\dot{I}_{1h} = \dot{I}_{2h} = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_2}$  ;  $\dot{I}_{3h} = \dot{I}_{4h} = \frac{\dot{E}}{Z_3 + Z_4}$

+ Theo định luật Kirchoff 2 cho vòng một chọn như hình vẽ ta có:

$$\dot{I}_{1h} Z_1 + \dot{U}_h - \dot{I}_{3h} Z_3 = 0 \Rightarrow \dot{U}_h = \dot{I}_{3h} Z_3 - \dot{I}_{1h} Z_1$$

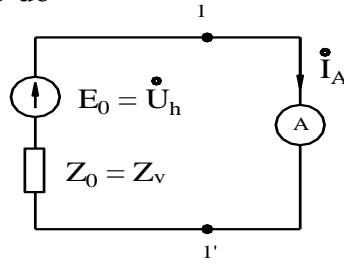
+ Tính theo hình dưới:  $Z_v = (Z_1 // Z_2) + (Z_3 // Z_4)$  (Khi triệt tiêu nguồn  $\dot{E}$ )



**Hình 5.13**

$$Z_v = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}$$

+ Theo định lý Thevenin ta có sơ đồ



Hình 5.14

Vậy: 
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_O}{Z_V + Z_A}$$

→ Cầu cân bằng khi  $\dot{I}_A = 0 \rightarrow \dot{E}_O = 0$

$$\dot{E}_O = \dot{U}_h = 0 \Rightarrow \dot{I}_{1h} Z_1 = \dot{I}_{3h} Z_3$$

$$\dot{I}_{2h} Z_2 = \dot{I}_{4h} Z_4$$

mà  $\dot{I}_{1h} = \dot{I}_{2h} \Rightarrow \frac{\dot{I}_{1h} Z_1}{\dot{I}_{2h} Z_2} = \frac{\dot{I}_{3h} Z_3}{\dot{I}_{4h} Z_4} \Rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}$

→ Điều kiện để cầu cân bằng :  $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$

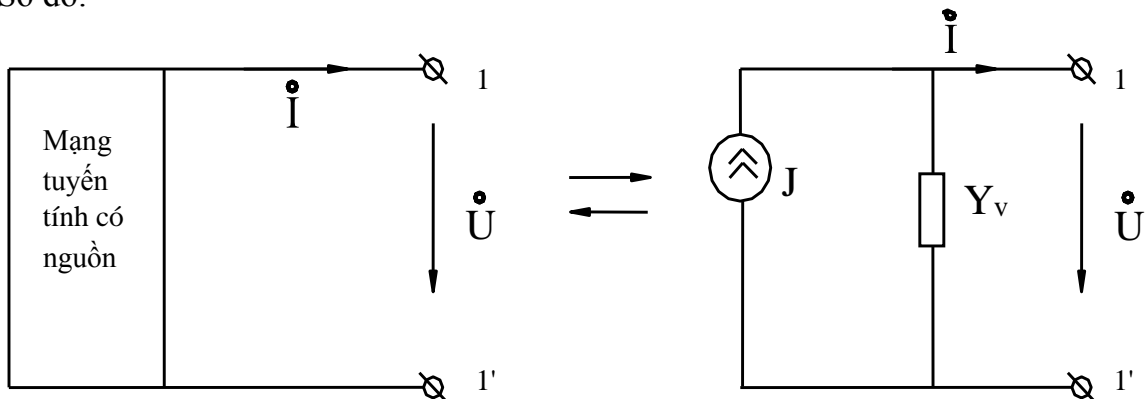
### 5.3.3. Định lý Norton

- Phát biểu: Một mạng tuyến tính có nguồn có thể được thay thế bằng một máy phát điện tương đương. Máy phát điện tương đương gồm có một nguồn dòng điện  $\dot{J}_N$  nối song song với tổng dẫn  $Y_N$ , trong đó nguồn dòng điện được tính bằng dòng điện ngắn mạch chạy tắt giữa hai cực và tổng dẫn là nghịch đảo của tổng trở vào khi triệt tiêu nguồn.

$$\dot{J}_N = \dot{I}_{ngg}$$

$$Y_N = \frac{1}{Z_{Th}}$$

- Sơ đồ:



Hình 5.15

Định luật Kiêc hốp 1 của sơ đồ máy phát điện tương đương:

$$\dot{I} + Y_v \dot{U} = \dot{I}_{ng}$$

Định lý Thevenin và định lý Norton cho ta hai sơ đồ tương đương của cùng một mạng một cửa tuyến tính có nguồn. Dĩ nhiên hai sơ đồ này phải tương đương với nhau. Giữa các thông số của sơ đồ Thevenin và sơ đồ Norton của một mạng một cửa tuyến tính có nguồn có các quan hệ sau đây.

$$\dot{J}_N = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_{Th}}; Y_N = \frac{1}{Z_{Th}}$$

$$\text{và } \dot{E}_{Th} = \frac{\dot{J}_N}{Y_N}; Z_{Th} = \frac{1}{Y_N}$$

Ví dụ 5.3: Cho mạng 1 cửa có nguồn như hình 5.16.  $\dot{I}_1$

Biết:  $\dot{E}_1 = j200V; Z_1 = Z_2 = 80\Omega; Z_3 = j30\Omega$ .

Tìm sơ đồ tương đương Thevenin và Norton.

Tìm  $Z_v$ : Ngắt mạch nguồn  $\dot{E}_0$ :

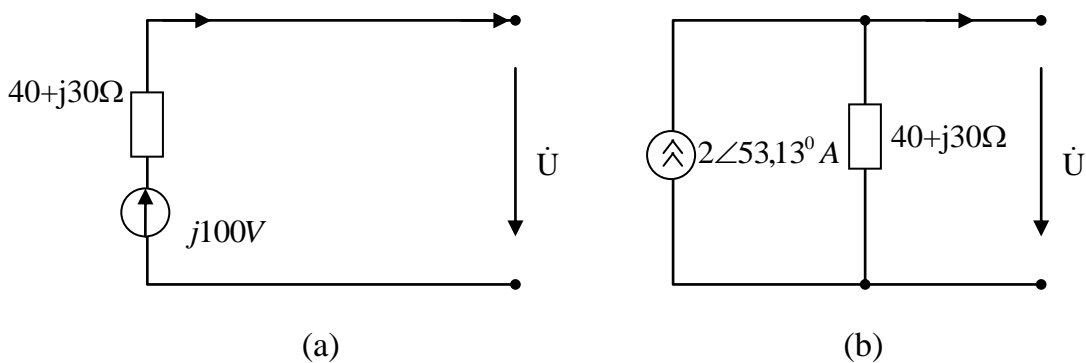
$$Z_v = (Z_1 // Z_2) + Z_3 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_3 = \frac{80 \cdot 80}{80 + 80} + j30 \\ = 40 + j30\Omega$$

Tìm  $\dot{U}_h$ : Do hở mạch  $\dot{I}_3 = 0$

$$\dot{U}_h = -Z_3 \cdot \dot{I}_3 + Z_2 \cdot \dot{I}_2 = Z_2 \cdot \dot{I}_2 = Z_2 \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + Z_2} = \frac{\dot{E}_1}{2} = j100(V)$$

Dòng điện ngắn mạch:

$$\dot{I}_{ng} = \frac{\dot{U}_h}{Z_v} = \frac{j100}{40 + j30} = \frac{100 \angle 90^\circ}{50 \angle 36,87^\circ} = 2 \angle 53,13^\circ (A)$$



Hình 5.17

## 5.4. Tải hòa hợp của một mạng một cửa tuyến tính có nguồn.

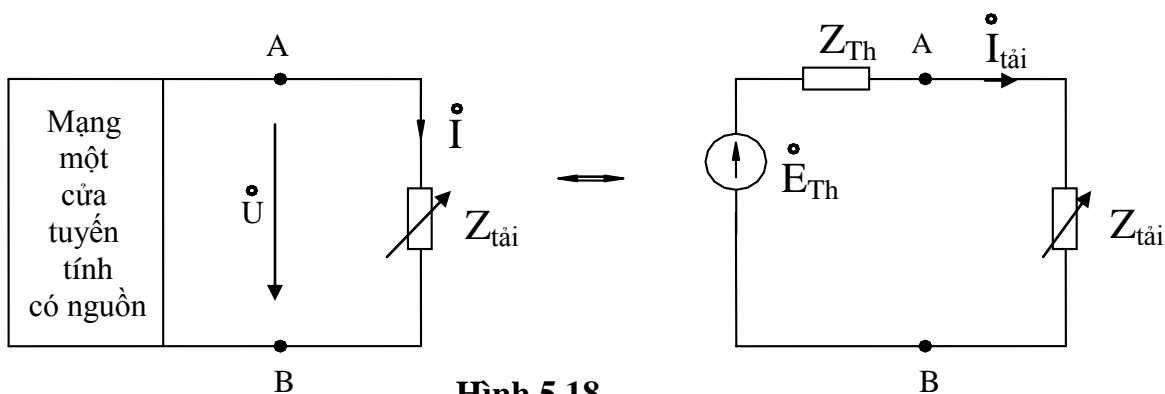
### 5.4.1. Khái niệm tải hòa hợp.

Giả sử đã cho một mạng một cửa tuyến tính có nguồn. Vấn đề thường gặp là cần tìm một tải đặc biệt sao cho công suất tác dụng mà tải nhận được từ mạng một cửa tuyến tính có nguồn đã cho có trị số cực đại. Tải đặc biệt này được gọi là tải hòa hợp của mạng một cửa có nguồn đã cho.

Bài toán này giải bằng cách áp dụng định lý Thevenin

### 5.4.2. Điều kiện truyền công suất cực đại đến tải.

Ta thay thế mạng một cửa tuyến tính có nguồn đã cho bằng sơ đồ Thevenin như hình 5.18.



**Hình 5.18**

Theo sơ đồ trên ta tính được dòng điện tải:

$$\dot{I}_{tai} = \frac{\dot{E}_{Th}}{Z_{Th} + Z_{tai}}$$

Giả sử  $Z_{Th} = R_{Th} + jX_{Th}$  và  $Z_{tai} = R_{tai} + jX_{tai}$

Ta có: 
$$\dot{I}_{tai} = \frac{\dot{E}_{Th}}{(R_{Th} + jX_{Th}) + (R_{tai} + jX_{tai})} = \frac{\dot{E}_{Th}}{(R_{Th} + R_{tai}) + j(X_{Th} + X_{tai})} \quad (5.3)$$

Từ (5.3) ta thấy rằng nếu ta chọn tải sao cho  $X_{Th} + X_{tai} = 0$

Tức 
$$X_{Th} = -X_{tai} \quad (5.4)$$

Vậy ta có: 
$$\dot{I}_{tai} = \frac{\dot{E}_{Th}}{R_{Th} + R_{tai}} \quad (5.5)$$

Bây giờ ta chỉ cần chọn  $R_{tai}$  sao cho công suất tác dụng trên tải đạt cực đại.

Ta có: 
$$P_{tai} = R_{tai} \cdot I_{tai}^2 = R_{tai} \cdot \left( \frac{\dot{E}_{Th}}{R_{Th} + R_{tai}} \right)^2$$

$$\frac{dP_{tai}}{dR_{tai}} = E_{Th}^2 \cdot \frac{d}{dR_{tai}} \left( \frac{R_{tai}}{(R_{Th} + R_{tai})^2} \right)$$

$$= \frac{(R_{Th} + R_{tai})^2 - 2(R_{Th} + R_{tai}) \cdot R_{tai}}{(R_{Th} + R_{tai})^4} = \frac{(R_{Th} + R_{tai}) - 2R_{tai}}{(R_{Th} + R_{tai})^3}$$

và 
$$\frac{dP_{tai}}{dR_{tai}} = 0 \text{ khi } R_{tai} = R_{Th} \quad (5.6)$$

Kết hợp hai điều kiện (5.4) và (5.6) ta kết luận rằng công suất tác dụng trên tải sẽ cực đại khi:  $Z_{tai} = Z_{Th}^*$  (5.7)

Tức là tổng trở của tải bằng trị số liên hợp của tổng trở  $Z_{Th}$ .

Vậy thỏa mãn điều kiện (5.7) được gọi là tải hòa hợp của mạng một cửa có nguồn.

### CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 5

Câu 1. Phát biểu định lý Thevenin, vẽ sơ đồ Thevenin

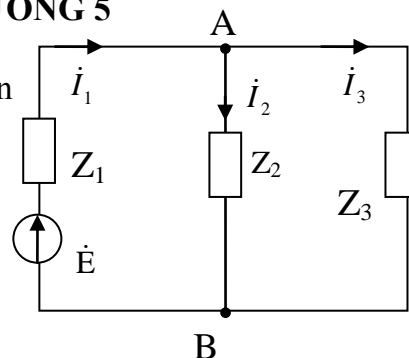
Câu 2. Phát biểu định lý Norton, vẽ sơ đồ Norton.

Câu 3. Nêu khái niệm mạng một cửa ? cho ví dụ.

Câu 4. Cho mạch điện như hình 5.19.

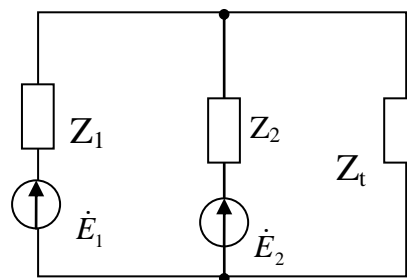
Biết  $\dot{E} = 30V$ ;  $Z_1 = Z_2 = 8 + j6\Omega$ ;  $Z_3 = 2 + j3\Omega$ .

Với chiều dòng điện cho trước, hãy tìm dòng điện trên nhánh 3.



**Hình 5.19**

Câu 5. Cho mạch điện như hình 5.20.  
 Biết  $\dot{E}_1 = 40V$ ;  $\dot{E}_2 = 20V$ ;  $Z_1 = Z_2 = 12 + j10\Omega$ ;  
 Tìm  $Z_t$  để công suất trên  $Z_t$  đạt giá trị lớn nhất,  
 tính trị số công suất tác dụng cực đại.



**Hình 5.20**

## Chương 6. MẠNG HAI CỬA TUYẾN TÍNH KHÔNG NGUỒN

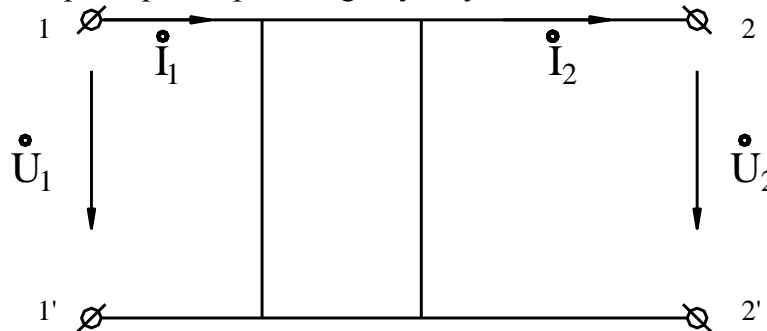
Nội dung trong chương này sinh viên cần nắm được khái niệm và phân loại các mạng hai cửa tuyến tính không nguồn. Ngoài ra cần phân tích và lập được các hệ phương trình trạng thái dạng A, Z, Y thông qua các thông số  $A_{ik}, Z_{ik}, Y_{ik}$ . Phân tích được các sơ đồ đặc trưng mạng hình T, hình  $\pi$ . Vận dụng các kiến thức trên để giải quyết các bài toán mạng hai cửa tuyến tính không nguồn.

### 6.1. Khái niệm về mạng hai cửa

#### 6.1.1. Khái niệm

Mạng hai cửa (mạng 4 cực) là một khối trung gian trong mạch điện, có hai cửa thông thường được nối với hai khối khác và thường dùng để truyền đạt năng lượng và tín hiệu từ cửa nọ sang cửa kia (cửa 1 sang cửa 2).

Ví dụ: Máy biến áp, bộ phân áp, đường dây truyền tải điện ...



**Hình 6.1**

Cửa 1: thường nối với nguồn ký hiệu là 1-1' gọi là cửa vào đặc trưng bởi tham số  $(\dot{U}_1, \dot{I}_1)$ .

Cửa 2: thường nối với tải ký hiệu 2 - 2' gọi là cửa ra được đặc trưng bởi tham số  $(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$ .

+ Quy ước: theo chiều truyền tín hiệu thì chiều dương của dòng và áp như hình vẽ.

#### 6.1.2. Phân loại

Có nhiều cách phân loại mạng 2 cửa khác nhau, tùy thuộc vào tính chất và nhiệm vụ.

- Theo quan điểm năng lượng:

+ Mạng bốn cực không nguồn: bản thân nó không tự đưa được năng lượng ra ngoài.

+ Mạng bốn cực có nguồn: Tự nó có thể đưa năng lượng ra ngoài.

- Theo tính chất của các phần tử cấu tạo mạng

+ Mạng bốn cực tuyến tính: Chỉ chứa các phần tử tuyến tính.

+ Mạng bốn cực phi tuyến: Trong mạng có chứa ít nhất một phần tử phi tuyến.

Việc Chương này nghiên cứu mạng hai cửa tuyến tính không nguồn.

- Nghiên cứu quá trình truyền tải một mạng hai cửa chủ yếu quy về xét quan hệ giữa bốn đại lượng xác định trạng thái ở các cửa 1 và 2.

Quy về xét quan hệ giữa bốn đại lượng xác định tuyến tính ở các cửa 1 và 2

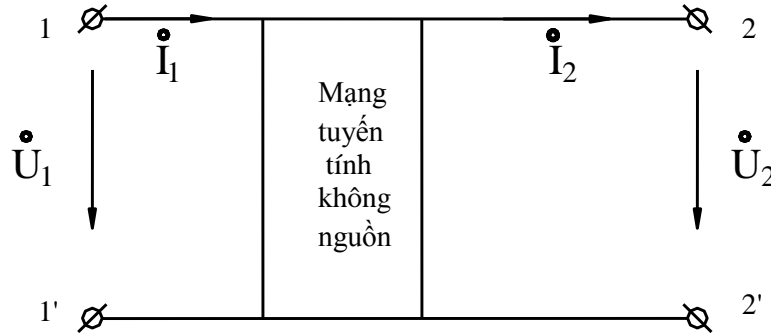
$$\left( \dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2 \right)$$

### 6.2. Hệ phương trình cơ bản dạng A, Z, Y của mạng hai cửa tuyến tính không nguồn, cách xác định các hệ số $A_{ik}$ ( $i, k = 1, 2, \dots$ )

**6.2.1. Hệ phương trình cơ bản dạng A của mạng hai cửa tuyến tính không nguồn, cách xác định các hệ số  $A_{ik}$  ( $i,k = 1,2...$ )**

**6.2.1.1. Phương trình cơ bản dạng A**

Xét mạng bốn cực như hình vẽ:



**Hình 6.2**

Trạng thái trên hai cửa  $\dot{U}_1, \dot{I}_1$  và  $\dot{U}_2, \dot{I}_2$  với chiều dương quy ước như trên quan hệ giữa  $\dot{U}_1, \dot{I}_1$  và  $\dot{U}_2, \dot{I}_2$  là quan hệ tuyến tính với một mạng bốn cực nhất định thì  $\dot{U}_1, \dot{I}_1$  và  $\dot{U}_2, \dot{I}_2$  chỉ còn phụ thuộc vào nguồn ở cửa 1 và tải ở cửa 2.

Tùy theo cách biểu diễn mối quan hệ của các biến đặc trưng là dòng điện và điện áp trên 2 cửa  $\dot{U}_1, \dot{I}_1$  và  $\dot{U}_2, \dot{I}_2$  mà ta có được các loại phương trình đặc trưng khác nhau như phương trình đặc trưng dạng A, B, Z, Y, G, H.

Phương trình dạng A là phương trình biểu diễn mối quan hệ điện áp và dòng điện trên cửa 1 với dòng điện và điện áp trên cửa 2.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$$

**6.2.1.2. Ý nghĩa của các hệ số  $A_{ik}$**

\*) Xét một số chế độ sau:

+ Hở mạch hai cực 2 - 2'  $\rightarrow \dot{I}_2 = 0$ . Hệ phương trình có dạng

$$\begin{cases} \dot{U}_{1h} = A_{11}\dot{U}_{2h} \\ \dot{I}_{1h} = A_{21}\dot{U}_2 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} A_{11} &= \frac{\dot{U}_{1h}}{\dot{U}_{2h}} \\ A_{21} &= \frac{\dot{I}_{1h}}{\dot{U}_2} \end{aligned}$$

+ Ngắn mạch hai cực 2 - 2'  $\rightarrow \dot{U}_2 = 0$ . Hệ phương trình có dạng

$$\begin{cases} \dot{U}_{1ng} = A_{12}\dot{I}_{2ng} \\ \dot{I}_{1ng} = A_{22}\dot{I}_{2ng} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} A_{12} &= \frac{\dot{U}_{1ng}}{\dot{I}_{2ng}} \\ A_{22} &= \frac{\dot{I}_{1ng}}{\dot{I}_{2ng}} \end{aligned}$$

Có thể xác định các hệ số  $A_{ik}$  dựa vào kết cấu của mạch và hai định luật Kiechoff để tìm.

\*) Nhận xét:

+  $A_{11}$  không có thứ nguyên nó đặc trưng cho khả năng truyền tín hiệu điện áp từ cửa 1 đến cửa 2 hở mạch.

+  $A_{21}$  có thứ nguyên là tổng dẫn nó cho biết phản ứng về điện áp trên cửa 2 khi kích thích là nguồn dòng ở cửa 1 trong chế độ hở mạch cửa 2.

+  $A_{12}$  có thứ nguyên là tổng trở đặc trưng cho phản ứng về dòng điện ở cửa 2 đối với kích thích điện áp ở cửa 1 khi cửa 2 ngắn mạch.

+  $A_{22}$  Không có thứ nguyên nó cho biết khả năng truyền đạt dòng điện từ cửa 1 đến cửa 2. Khi cửa 2 ngắn mạch.

\*) Tính chất của các hệ số  $A_{ik}$

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$$

\*) Ý nghĩa của các hệ số  $A_{ik}$ .

+ Thông số  $A_{ik}$  đặc trưng cho sự truyền đạt 2 cửa.

+ Thông số  $A_{ik}$  giúp tính được trạng thái dòng điện và điện áp ở cửa 1 theo trạng thái ở cửa 2.

+ Các mạng 2 cửa khác nhau nếu có các hệ  $A_{ik}$  có thứ tự bằng nhau thì bằng nhau.

+ Các thông số  $A_{ik}$  phụ thuộc vào kết cấu mạng 4 cực

### 6.2.2. Hệ phương trình cơ bản dạng Z của mạng hai cửa tuyến tính không nguồn, cách xác định các hệ số $Z_{ik}$ ( $i,k = 1,2...$ )

Ta cũng có thể viết hệ phương trình cơ bản của một mạng hai cửa tuyến tính không nguồn dưới dạng sau:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$$

Ở đây các điện áp  $\dot{U}_1$  và  $\dot{U}_2$  trên các cửa là các hàm số tuyến tính của các dòng điện

$\dot{I}_1$  và  $\dot{I}_2$  trên các cửa. Các hệ số của hệ phương trình trên đều có thứ nguyên là các tổng trở nên được ký hiệu là  $Z_{ik}$  ( $i,k = 1,2$ ). Vì thế hệ phương trình được gọi là phương trình cơ bản dạng Z của mạng hai cửa tuyến tính không nguồn.

Nếu ta đã có hệ phương trình cơ bản dạng A của mạng hai cửa thì ta cũng có thể giải hệ phương trình đó đối với  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$  để hệ phương trình cơ bản dạng Z (với điều kiện là  $A_{21} \neq 0$ )

Ta được

$$Z_{11} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \text{ và } Z_{12} = A_{12} - \frac{A_{11} \cdot A_{22}}{A_{21}}$$

$$Z_{21} = \frac{1}{A_{21}} \text{ và } Z_{22} = -\frac{A_{22}}{A_{21}}$$

### 6.2.3. Hệ phương trình cơ bản dạng Y của mạng hai cửa tuyến tính không nguồn, cách xác định các hệ số $Y_{ik}$ ( $i,k = 1,2...$ )

Ta cũng có thể viết hệ phương trình cơ bản của một mạng hai cửa tuyến tính không nguồn dưới dạng sau:

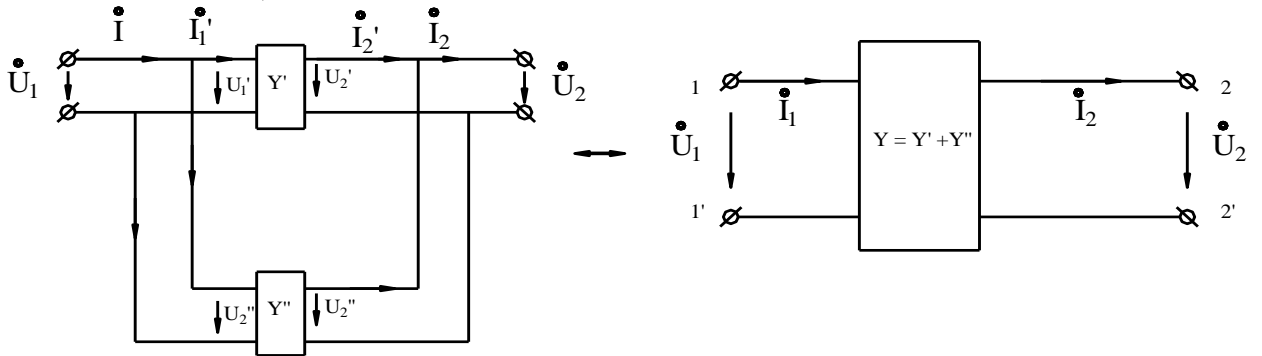
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$$

Ở đây các dòng điện  $\dot{I}_1$  và  $\dot{I}_2$  trên các cửa là các hàm số tuyến tính của các dòng điện

$\dot{U}_1$  và  $\dot{U}_2$  trên các cửa. Các hệ số của hệ phương trình trên đều có thứ nguyên là các tổng trở nên được ký hiệu là  $Y_{ik}$  ( $i,k = 1,2$ ). Vì thế hệ phương trình được gọi là phương trình cơ bản dạng Y của mạng hai cửa tuyến tính không nguồn.



Nếu ta đã có hệ phương trình cơ bản dạng  $Z$  của mạng hai cửa thì ta cũng có thể giải hệ phương trình đó đối với  $\dot{I}_1$  và  $\dot{I}_2$  để hệ phương trình cơ bản dạng  $Z$  (với điều kiện là  $Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} \neq 0$ )



**Hình 6.3**

Ta được:

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}} ; Y_{12} = \frac{-Z_{12}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

$$Y_{21} = \frac{-Z_{21}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}} ; Y_{22} = \frac{Z_{11}}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}$$

Hệ phương trình dạng  $Y$  thuận tiện để tính các mạng 4 cực nối song song  
Điều kiện để các mạng 4 cực nối song song là:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}'_1 = \dot{U}''_1$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}'_2 = \dot{U}''_2$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}'_1 + \dot{I}''_1$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}'_2 + \dot{I}''_2$$

Ngoài ra còn có hệ phương trình  $B, H, G$

\* Hệ phương trình dạng  $B$

Mô tả mối quan hệ giữa các cặp thông số  $(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$  theo  $(\dot{U}_1, \dot{I}_1)$

Dạng ma trận 
$$\begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = (B) \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix}$$

Dạng khai triển

Quan hệ giữa  $B_{iK}$  và  $A_{iK}$  
$$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1 \\ B_{11} = A_{22} \\ B_{22} = A_{11} \\ B_{12} = -A_{12} \\ B_{21} = -A_{21} \end{cases}$$

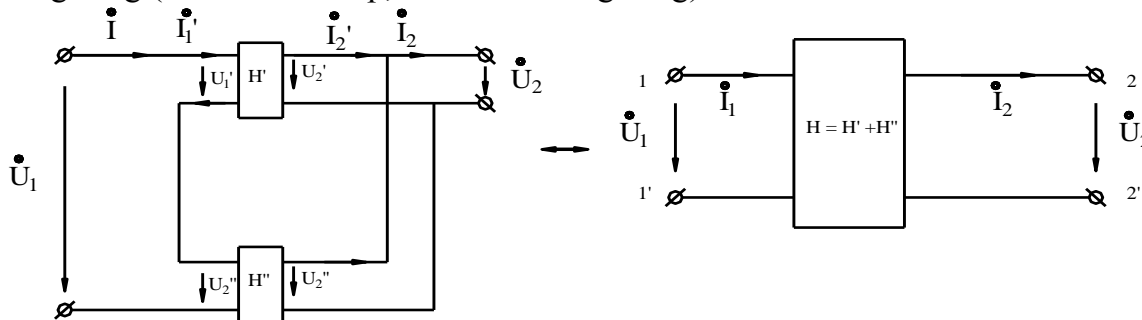
Ứng dụng hệ phương trình  $B$  thuận lợi để tính các mạng 4 cực, tìm trạng thái đầu ra theo đầu vào.

\* Hệ phương trình dạng  $H$

Mô tả mối quan hệ giữa  $(\dot{U}_1, \dot{I}_2)$  theo  $(\dot{I}_1, \dot{U}_2)$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2 \end{cases}$$

Hệ phương trình dạng H của mạng 4 cực thuận tiện để tính các mạng 4 cực nối tiếp và song song (đầu vào nối tiếp, đầu ra nối song song).



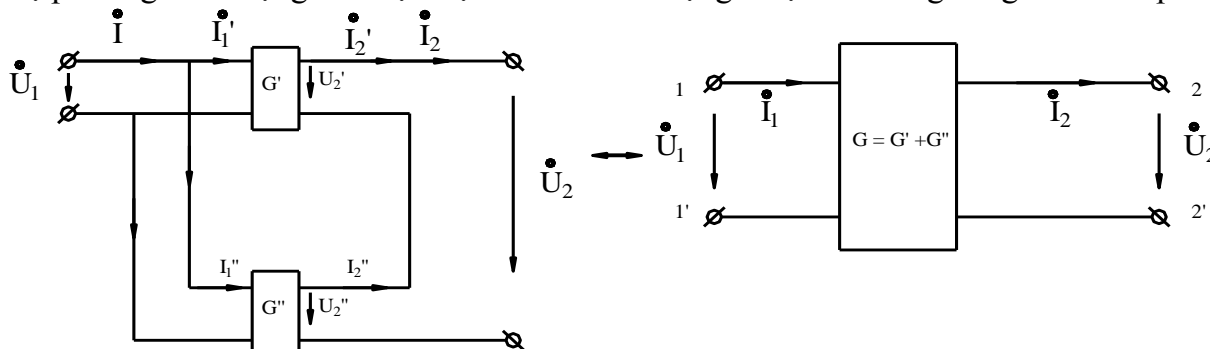
Hình 6.4

\* Hệ phương trình dạng G

Mô tả mối quan hệ giữa các cặp thông số  $(\dot{I}_1, \dot{U}_2)$  và  $(\dot{U}_1, \dot{I}_2)$

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = G_{11} \dot{U}_1 + G_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = G_{21} \dot{U}_1 + G_{22} \dot{I}_2 \end{cases}$$

Hệ phương trình dạng G thuận tiện để tính các mạng 4 cực nối song song và nối tiếp



Hình 6.5

### 6.3. Các sơ đồ tương đương hình T và hình II của một mạng hai cửa tuyến tính không nguồn tương hỗ.

Giả sử mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn với các thông số :  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$  đã xác định. Nếu  $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$  thì mạng hai cửa đã cho thỏa mãn tính tương hỗ. Khi đó ta có thể thay thế mạng 2 cửa đã cho bằng một sơ đồ tương đương hình T hoặc hình  $\pi$ .

#### 6.3.1. Sơ đồ tương đương hình T

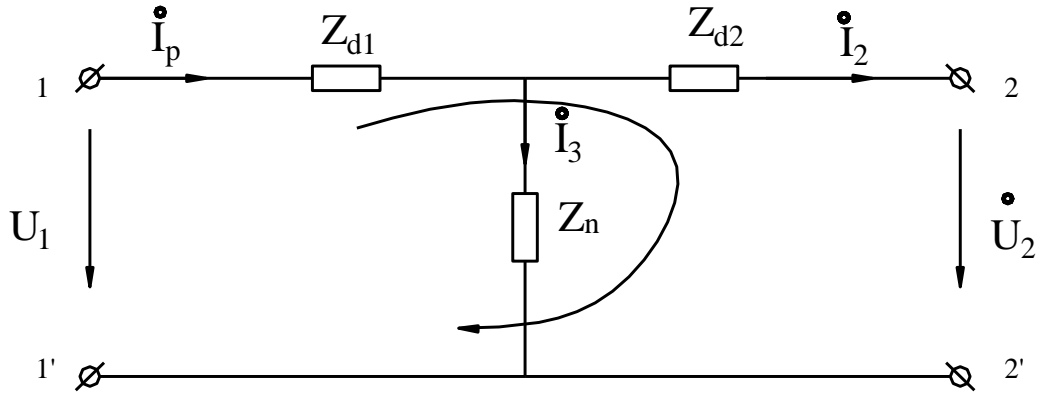
Dựa vào kết cấu của mạch tìm các hệ số  $A_{ik}$  của mạng 4 cực hình T

Giả sử đã biết các  $Z_{d1}, Z_{d2}, Z_n$

Theo định luật  $K_1$ , ta có:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_2 Z_{d2} + \dot{U}_2}{Z_n} + \dot{I}_2 = \frac{1}{Z_n} \dot{U}_2 + \left(1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}\right) \dot{I}_2$$



**Hình 6.6**

Theo định luật K<sub>2</sub> cho vòng V<sub>1</sub>, ta có:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_{d1} + \dot{I}_2 Z_{d2} + \dot{U}_2 \quad (*)$$

Thay  $\dot{I}_1$  ở trên vào (\*) và biến đổi, ta có:

$$\dot{U}_1 = \left(1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n}\right) \dot{U}_2 + \left(Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1}Z_{d2}}{Z_n}\right) \dot{I}_2$$

Đổi chiếu với dạng A chuẩn, ta được:

$$A_{11} = 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n}$$

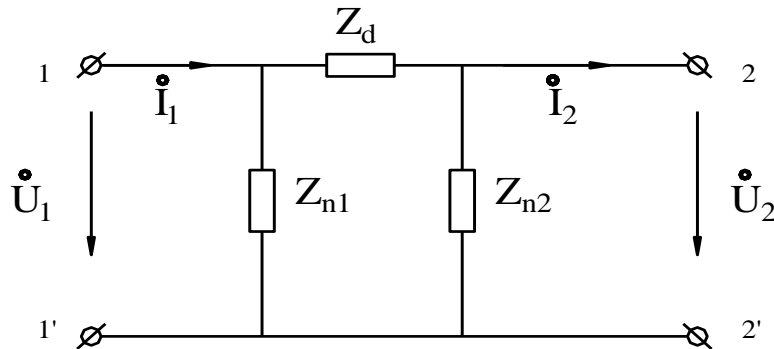
$$A_{12} = Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1}Z_{d2}}{Z_n}$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_n}$$

$$A_{22} = 1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}$$

### 6.3.2. Sơ đồ tương đương hình $\pi$ .

Dựa vào các chế độ đặc biệt của mạch tìm hệ số  $A_{ij}$  của mạch hình  $\pi$  sau:



**Hình 6.7**

Từ sơ đồ mạch, ta có:

Khi hở mạch 2 - 2' thì  $\dot{I}_2 = 0$  hệ phương trình có dạng:

$$\begin{cases} \dot{U}_{1h} = A_{11} \dot{U}_{2h} \\ \dot{I}_{1h} = A_{21} \dot{U}_{2h} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A_{11} = \frac{\dot{U}_{1h}}{\dot{U}_{2h}} \\ A_{21} = \frac{\dot{I}_{1h}}{\dot{U}_{2h}} \end{matrix} \quad (1)$$

+ Tính  $A_{11}$

$$A_{21} = \frac{\dot{I}_{1h}}{\dot{U}_{2h}} \quad (2)$$

$$\text{Mà } \dot{U}_{2h} = \frac{\dot{U}_{1h}}{Z_d + Z_{n2}} Z_{n2} \text{ thay vào (1)} \rightarrow A_{11} = \frac{\dot{U}_{1h}}{\frac{\dot{U}_{1h}}{Z_d + Z_{n2}} Z_{n2}}$$

$$\rightarrow A_{11} = 1 + \frac{Z_d}{Z_{n2}} \quad (\text{Không có thứ nguyên})$$

+ Tính  $A_{21}$

$$\text{Ta có: } \dot{I}_{1h} = \frac{\dot{U}_{1h}}{Z_{n1}} + \frac{\dot{U}_{2h}}{Z_{n2}} = \frac{A_{11} \dot{U}_{2h}}{Z_{n1}} + \frac{\dot{U}_{2h}}{Z_{n2}}$$

Thay vào (2). ta được:

$$\rightarrow A_{21} = \frac{Z_{n2} + Z_d + Z_{n1}}{Z_{n1} Z_{n2}}$$

\*) Ngắt mạch 2-2' thì  $\dot{U}_2 = 0$  hệ phương trình có dạng:

$$(3) \quad \begin{cases} \dot{U}_{1n} = A_{12} \dot{I}_{2n} \\ \dot{I}_{1n} = A_{22} \dot{I}_{2n} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A_{12} = \frac{\dot{U}_{1n}}{\dot{I}_{2n}} \\ A_{22} = \frac{\dot{I}_{1n}}{\dot{I}_{2n}} \end{matrix} \quad (4)$$

$$I_{2n} = \frac{\dot{U}_{1n}}{Z_d} \quad \text{Thay vào (3).} \rightarrow A_{12} = Z_d \quad A_{22} = \frac{\dot{I}_{1n}}{\dot{I}_{2n}}$$

$$\dot{I}_{1n} = \dot{I}_{3n} + \dot{I}_{2n} \quad \text{mà} \quad \dot{I}_{3n} = \frac{\dot{I}_{2n} Z_d}{Z_{n1}}$$

$$\dot{I}_{1n} = \dot{I}_{2n} \left( \frac{Z_d}{Z_{n1}} + 1 \right)$$

$$\text{Thay vào (4).} \quad A_{22} = \frac{\dot{I}_{1n}}{\dot{I}_{2n}} = \frac{Z_d}{Z_{n1}} + 1$$

Ví dụ 6.1: Tìm các thông số của mạng hình T,  $\pi$  tương đương khi biết các hệ số:

$$A_{11} = A_{22} = 0,5$$

$$A_{12} = -j75(\Omega)$$

Bài giải:

Từ tính chất của (A)

$$A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21} = 1 \Rightarrow A_{21} = \frac{A_{11} A_{22} - 1}{A_{12}} = \frac{-0,75}{-j75} = -j0,01(s)$$

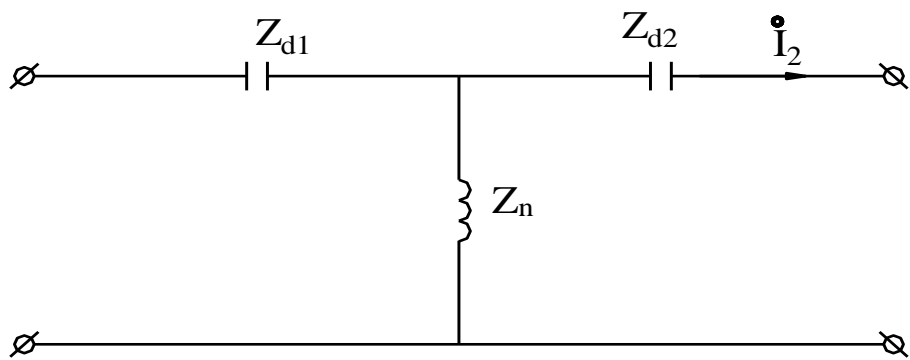
\* Mạng hình T

$$Z_n = \frac{1}{A_{21}} = \frac{1}{-j0,01} = j100(\Omega)$$

$$Z_{d1} = \frac{A_{11} - 1}{A_{21}} = \frac{0,5 - 1}{-j0,01} = -j50(\Omega)$$

$$Z_{d2} = \frac{A_{22} - 1}{A_{21}} = -j50(\Omega)$$

$\Rightarrow$  Mạch hình T



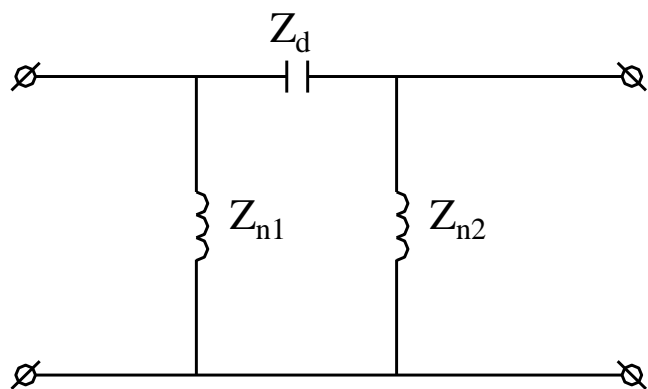
Hình 6.8

\* Mạng hình  $\pi$

$$Z_d = A_{12} = -j75(\Omega)$$

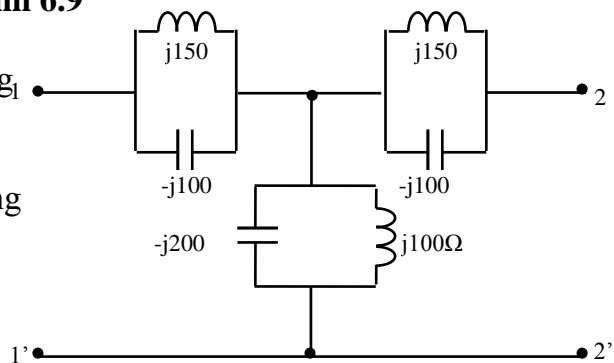
$$Z_{n1} = \frac{A_{12}}{A_{22}-1} = \frac{-j75}{-0,5} = j150(\Omega)$$

$$Z_{n2} = \frac{A_{12}}{A_{11}-1} = j150(\Omega)$$



Hình 6.9

- Ví dụ 6.2: Cho mạng hai cửa hình T đối xứng
- Tính các thông số  $A_{ij}$  của mạng
  - Từ các thông số  $A_{ij}$  vừa tính hãy tìm sơ đồ thay thế mạng hình  $\Pi$  tương ứng của mạng
  - Tính tổng trở đặc tính  $Z_C$



Hình 6.10

Đáp số: - Tính được các thông số mạng hình T tổng quát:

$$Z_{d1} = Z_{d2} = -j300(\Omega); Z_n = j200(\Omega)$$

- Tìm được  $A_{11} = A_{22} = -0,5$ ;  $A_{12} = -j150(\Omega)$ ;  $A_{21} = -j0,005(S)$
- Xác định được các thông số của mạng hình  $\Pi$ :

$$Z_{n1} = Z_{n2} = j100(\Omega); Z_d = -j150(\Omega)$$

- Tính được  $Z_C = 173(\Omega)$

Ví dụ 6.3: Tìm các thông số của mạng hình T,  $\pi$  tương đương khi biết các hệ số:

$$A_{11} = 1+j1$$

$$A_{12} = 1+j2 (\Omega)$$

$$A_{21} = j1(S)$$

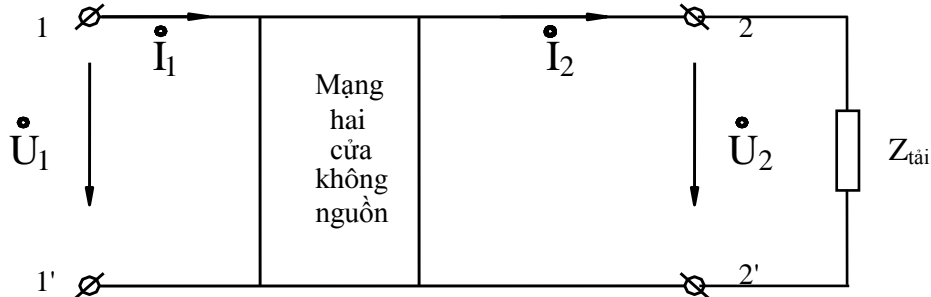
$$A_{22} = j1$$

Đáp số: - Mạng hình T tính được  $Z_{d1} = 1(\Omega)$ ;  $Z_{d2} = 1+j1(\Omega)$ ;  $Z_n = -j1(\Omega)$

- Mạng hình  $\pi$  tính được  $Z_{n1} = 0,5-j0,5(\Omega)$ ;  $Z_{n2} = 2-j1(\Omega)$ ;  $Z_d = 1+j2(\Omega)$

#### 6.4. Tổng trở vào của mạng hai cửa không nguồn.

Ta xét bộ phận mạch điện gồm một mạng hai cửa giữa các đôi cực 1 - 1' và 2 - 2' và tổng trở  $Z_{t\grave{a}i}$  của nó nối vào đôi cực 2 - 2' như hình vẽ



**Hình 6.10. Mạng hai cửa**

Người ta gọi tỷ số giữa điện áp  $\dot{U}_1$  và dòng điện  $\dot{I}_1$  với các chiều dương chọn như hình vẽ là tổng trở vào của mạng hai cửa đối với đôi cực 1 - 1'

$$Z_{1v} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$$

Dĩ nhiên là trị số của tổng trở vào  $Z_{1v\grave{a}o}$  phụ thuộc vào các thông số đặc trưng của mạng hai cửa không nguồn.

Nếu đã cho các hệ số  $A_{ik}$  ( $i, k = 1, 2$ ) của mạng hai cửa, ta có các phương trình

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$$

và  $\dot{U}_2 = Z_{t\grave{a}i} \dot{I}_2$

Thay vào hệ phương trình trên, ta được

$$\text{Vậy } Z_{1v\grave{a}o} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11}Z_{t\grave{a}i} + A_{12}}{A_{21}Z_{t\grave{a}i} + A_{22}}$$

Trong trường hợp mạng hai cửa ngắn mạch ( $Z_{t\grave{a}i} = 0$ ) thì tổng trở vào đối với các cực 1 - 1' được gọi là tổng trở vào ngắn mạch, ta được:

$$Z_{1ng\grave{a}n} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_{ng}} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$$

Trong trường hợp mạng hai cửa hở mạch ( $Z_{t\grave{a}i} = \infty$ ) thì tổng trở vào đối với các cực 1 - 1' được gọi là tổng trở vào hở mạch, khi đó ta được

$$Z_{1h\grave{o}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_h} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{A_{11}}{A_{21}}$$

Ví dụ 6.4: Cho một mạng hai cửa tuyến tính không nguồn với các hệ số:

$$\begin{aligned} A_{11} &= 1,5 & A_{12} &= (10+j15)\Omega \\ A_{21} &= 0,05S & A_{22} &= 1+j0,5 \end{aligned}$$

Hãy tính các tổng trở vào đối với các cực 1 – 1' trong các trường hợp:

a,  $Z_{\text{tải}} = (6+j8)\Omega$

b,  $Z_{\text{tải}} = 0$

c,  $Z_{\text{tải}} = \infty$

Bài giải: a, Áp dụng công thức  $Z_{\text{1vào}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11}Z_t + A_{12}}{A_{21}Z_t + A_{22}}$ , ta có:

$$Z_{\text{1vào}} = \frac{(1,5)(6+j8) + (10+j15)}{(0,05)((6+j8) + (1+j0,5))} = \frac{19+j27}{1,3+j0,9} = (19,6+j7,2)\Omega$$

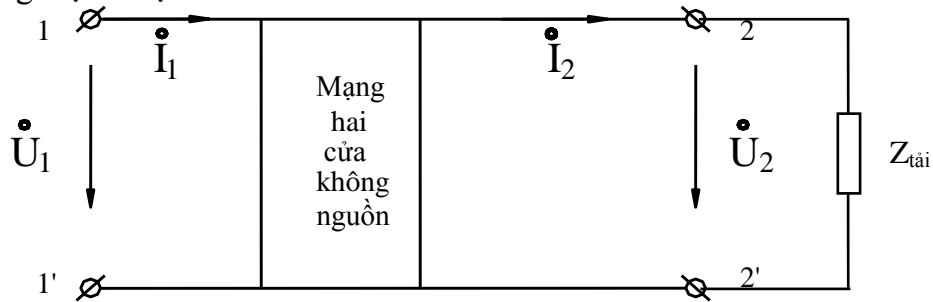
b,  $Z_{\text{1ngắn}} = \frac{A_{12}}{A_{22}} = \frac{10+j15}{1+j0,5} = (14+j8)\Omega$

c,  $Z_{\text{1hở}} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{1,5}{0,05} = 30\Omega$

### 6.5. Hàm truyền đạt của mạng hai cửa.

#### 6.5.1. Hàm truyền đạt áp của mạng hai cửa

Trong mạch điện như hình vẽ:



**Hình 6.11. Mạng hai cửa**

Người ta gọi tỷ số của điện áp  $\dot{U}_2$  ở cửa ra (đôi cực 2 – 2') của mạng hai cửa với điện áp  $\dot{U}_1$  ở cửa vào (đôi cực 1 – 1') của mạng hai cửa là hàm (hay hệ số) truyền đạt

áp của mạng hai cửa, thường ký hiệu là  $K_U$ :  $K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$

Nếu đã cho các thông số của mạng hai cửa không nguồn (Ví dụ  $A_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ )) và cho trị số của  $Z_{\text{tải}}$  ta có thể tính được trị số của  $K_U$  theo các thông số đó. Ví dụ đã cho các thông số  $A_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) của mạng hai cửa và  $Z_{\text{tải}}$ , chú ý rằng  $\dot{U}_2 = Z_{\text{tải}} \cdot \dot{I}_2$ , ta có:

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_2}{A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2} = \frac{Z_{\text{tải}}\dot{I}_2}{(A_{11}Z_{\text{tải}} + A_{12})\dot{I}_2}$$

Vậy  $K_U = \frac{Z_{\text{tải}}}{(A_{11}Z_{\text{tải}} + A_{12})}$

Từ công thức trên ta thấy rõ rằng nếu  $A_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) của mạng hai cửa và  $Z_{\text{tải}}$  có trị số hoàn toàn xác định thì  $K_U$  sẽ có một trị số hoàn toàn xác định. Trong trường hợp này  $K_U$  có thể được gọi là hệ số truyền đạt áp. Nếu  $A_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) của mạng hai cửa và  $Z_{\text{tải}}$  có trị số thay đổi (ví dụ theo tần số) thì  $K_U$  sẽ thay đổi theo. Vì thế  $K_U$  được gọi là hàm truyền đạt áp. Điều này có ý nghĩa quan trọng đối với các mạng hai cửa đặc biệt, ví dụ như các mạch lọc tần số.

Ví dụ 6.5: Cho một mạng hai cửa tuyến tính không nguồn với các hệ số:

$$\begin{aligned} A_{11} &= 1,5 & A_{12} &= (10+j15)\Omega \\ A_{21} &= 0,05S & A_{22} &= 1+j0,5 \end{aligned}$$

Hãy tính hệ số truyền đạt áp  $K_U$  trong các trường hợp:

a,  $Z_{\text{tải}} = (6+j8)\Omega$

b,  $Z_{\text{tải}} = \infty$

Bài giải: a, Áp dụng công thức  $K_U = \frac{Z_{\text{tải}}}{(A_{11}Z_{\text{tải}} + A_{12})}$  với  $Z_{\text{tải}} = (6+j8)\Omega$ , ta có:

$$K_U = \frac{Z_{\text{tải}}}{(A_{11}Z_{\text{tải}} + A_{12})} = \frac{6 + j8}{(1,5)(6 + j8) + (10 + j15)} = \frac{6 + j8}{19 + j27}$$

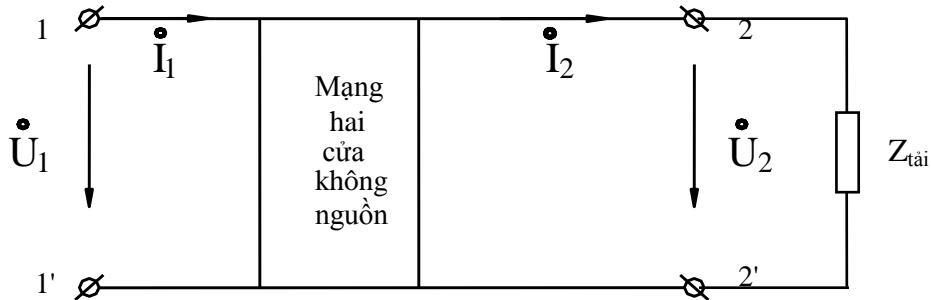
$$= 0,3028 - j0,009174 = 0,3029 \angle -1,74^\circ$$

b, Với  $Z_{\text{tải}} = \infty$ , ta có:

$$K_{U_{\text{ho}}} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{A_{11}} = \frac{1}{1,5} \approx 0,66667$$

### 6.5.2. Hàm truyền đạt dòng của mạng hai cửa.

Trong mạch điện như hình vẽ:



Hình 6.12. Mạng hai cửa

Người ta gọi tỷ số của dòng điện  $I_2$  ở cửa ra với dòng điện  $I_1$  ở cửa vào của mạng hai cửa là hàm truyền (hay hệ số) truyền đạt dòng của mạng hai cửa, thường ký hiệu là  $K_I$ :

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$$

Dĩ nhiên là  $K_I$  phụ thuộc vào các thông số (ví dụ  $A_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ )) của mạng hai cửa và phụ thuộc vào tổng trở  $Z_{\text{tải}}$  của tải. Ví dụ đã cho các thông số  $A_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) của mạng hai cửa và  $Z_{\text{tải}}$ , chú ý rằng  $\dot{U}_2 = Z_{\text{tải}} \cdot \dot{I}_2$ , ta có:

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_2}{A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_2}{(A_{21}Z_{\text{tải}} + A_{22})\dot{I}_2} = \frac{1}{(A_{21}Z_{\text{tải}} + A_{22})}$$

Vậy  $K_I = \frac{1}{(A_{21}Z_{\text{tải}} + A_{22})}$

Ví dụ 6.6: Cho một mạng hai cửa tuyến tính không nguồn với các hệ số:

$$\begin{aligned} A_{11} &= 1,5 & A_{12} &= (10+j15)\Omega \\ A_{21} &= 0,05S & A_{22} &= 1+j0,5 \end{aligned}$$

Hãy tính hệ số truyền đạt áp  $K_I$  trong các trường hợp:

a,  $Z_{\text{tải}} = (6+j8)\Omega$

b,  $Z_{\text{tải}} = 0$



Bài giải: a, Áp dụng công thức  $K_I = \frac{1}{(A_{21}Z_{tai} + A_{22})}$  với  $Z_{tai} = (6+j8)\Omega$ , ta có:

$$K_I = \frac{1}{(A_{21}Z_{tai} + A_{22})} = \frac{1}{(0,05)(6 + j8) + (1 + j0,5)}$$

$$= 0,52 - j0,36 = 0,6325 \angle -34,71^\circ$$

Vậy với  $Z_{tai} = (6+j8)\Omega$ , thì:

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = 0,6325 \text{ và } I_2 \text{ chậm sau } I_1 \text{ góc } 34,71^\circ$$

b, Với  $Z_{tai} = 0$ , ta có:

$$K_{Ingn} = \frac{1}{A_{22}} = \frac{1}{1 + j0,5} = 0,8 - j0,4 = 0,8944 \angle -26,57^\circ$$

Vậy với  $Z_{tai} = 0$ , thì:

$$K_I = \frac{\dot{I}_{2ng}}{\dot{I}_{1ng}} = 0,8944 \text{ và } I_{2ng} \text{ chậm sau } I_{1ng} \text{ góc } 26,57^\circ$$

## CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 6

Câu 1. Hãy cho biết thế nào là mạng 2 cực nêu các cách phân loại

Câu 2. Trình bày các hệ phương trình trạng thái của mạng 2 cửa

Câu 3. Nêu hệ phương trình trạng thái dạng A của mạng hai cửa. Nêu ý nghĩa, vai trò và tính chất của các thông số  $A_{ik}$ .

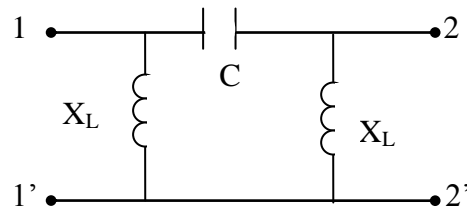
Câu 4. Hãy dẫn ra hệ phương trình cơ bản dạng A cho một mạng hai cửa tuyến tính không nguồn của sơ đồ mạng hình T và hình  $\pi$ .

Câu 5. Cho mạng hai cửa như hình 6.13 biết

a, Hãy tìm các thông số  $A_{ij}$  của mạng hai cửa  $X_C = 75(\Omega)$ ,  $X_L = 150(\Omega)$ .

b, Từ các thông số  $A_{ij}$  vừa tính hãy tìm sơ đồ thay thế mạng hình T tương ứng.

c, Tính tổng trở đặc tính  $Z_C$ .



**Hình 6.13**

Câu 6. Cho mạng 4 cực có các thông số đặc

trung:  $A_{11} = A_{22} = 0,25$ ;  $A_{21} = j0,5S$ . Hãy xác định sơ đồ tương đương hình T và hình  $\Pi$ .

Câu 7. Mạng hai cửa hình T có các thông số:  $Z_{d1} = Z_{d2} = -j50 (\Omega)$ ,  $Z_n = j100 (\Omega)$ .

1. Hãy xác định các hệ số  $A_{ij}$ .

2. Tổng trở vào và hệ số truyền đạt dòng của mạng với  $Z_2 = 100(\Omega)$

Câu 8. Cho mạng hai cửa đối xứng

như hình 6.14. Biết:

$$L = 0,01 \text{ (H)}$$

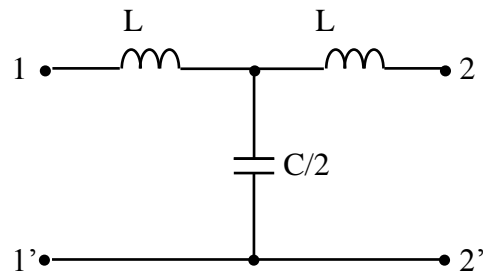
$$C = 4 \text{ (}\mu\text{F)}$$

$$\omega = 10^3 \text{ (rad/s)}$$

a. Tính các thông số  $A_{ij}$  của mạng

b. Từ các thông số  $A_{ij}$  vừa tính hãy tìm sơ đồ thay thế mạng hình  $\Pi$  tương ứng của mạng

3. Tính tổng trở đặc tính  $Z_C$



**Hình 6.14**

## Chương 7. QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ

Trong chương này nội dung được đề cập đến chủ yếu là kiến thức về quá trình quá độ bao gồm khái niệm, phân loại các mạch quá độ RL, RC và RLC mắc nối tiếp, song song. Sinh viên cần biết vận dụng các luật đóng mở và các điều kiện đầu vào để giải quyết các bài toán quá trình quá độ.

### 7.1. Khái niệm về quá trình quá độ

#### 7.1.1. Khái niệm

Trong quá trình vận hành mạch điện thường xảy ra các tác động làm đóng, cắt nguồn điện hay phụ tải hoặc thay đổi thông số của mạch. Ta gọi chung là sự đóng mở và ký hiệu sự đóng mở bằng khóa K.



Hình 7.1. Ký hiệu khi đóng, mở khoá K

Gọi  $t = 0$  là thời điểm tác động khoá K

$t = -0$  là thời điểm ngay trước khi tác động khoá K

$t = +0$  là thời điểm ngay sau khi tác động khoá K

Vậy quá trình quá độ (QTQĐ) là quá trình mạch điện chuyển từ chế độ xác lập cũ sang chế độ xác lập mới kể từ khi tác động đóng mở khóa K

Trong mạch có chứa các phân tử L, C là các phân tử tích phóng năng lượng nên ở mỗi trạng thái đóng, ngắt mạch điện có một mức năng lượng khác nhau. Khi chuyển tiếp từ trạng thái này sang trạng thái khác đòi hỏi mạch phải có thời gian để phân bố lại năng lượng. Về bản chất, quá trình quá độ trong mạch điện gắn liền với quá trình phân bố lại từ trường ở điện cảm và điện trường trong điện dung.

Thông thường quá trình quá độ ở các thiết bị điện chỉ tồn tại trong khoảng thời gian rất ngắn nhưng dòng điện và điện áp cũng như công suất trên các phân tử có quy luật biến thiên rất phức tạp, có thể xuất hiện quá trình dòng điện hoặc quá điện áp. Nhiệm vụ đặt ra là nghiên cứu các qui luật biến thiên đó để sử dụng hoặc hạn chế những tác hại do quá trình quá độ gây ra.

#### 7.1.2. Phân loại.

##### 7.1.2.1. Phân loại theo nhiệm vụ

- Bài toán phân tích mạch: Lập hệ phương trình vi phân mô tả mạch, sau đó tìm lời giải quá trình quá độ hoặc phân tích những tính chất, đặc điểm của nó.

- Bài toán tổng hợp hay hiệu chỉnh mạch: Yêu cầu xác định hay hiệu chỉnh sơ đồ cùng các thông số, sao cho tạo ra được những tính chất cần có của quá trình.

##### 7.1.2.2. Phân loại theo tính chất các bài toán

- Bài toán quá độ tuyến tính.

- Bài toán quá độ phi tuyến.

#### 7.1.3. Các định luật đóng mở

##### 7.1.3.1. Định luật đóng mở 1

- Phát biểu: Trong mạch điện, dòng điện trên điện cảm biến thiên liên tục tại thời điểm đóng mở ( $t = 0$ ). Nghĩa là dòng điện ngay sau khi đóng mở phải bằng dòng điện ngay trước khi đóng mở.

- Biểu thức:  $i_L(+0) = i_L(-0)$

Trong đó:  $i_L(+0)$  là dòng điện trên điện cảm sau khi đóng mở

$i_L(-0)$  là dòng điện trên điện cảm trước khi đóng mở.

##### 7.1.3.1. Định luật đóng mở 2

- Phát biểu: Trong mạch điện, điện áp trên điện dung biến thiên liên tục tại thời điểm đóng mở ( $t = 0$ ). Nghĩa là điện áp ngay sau khi đóng mở phải bằng điện áp ngay trước khi đóng mở.

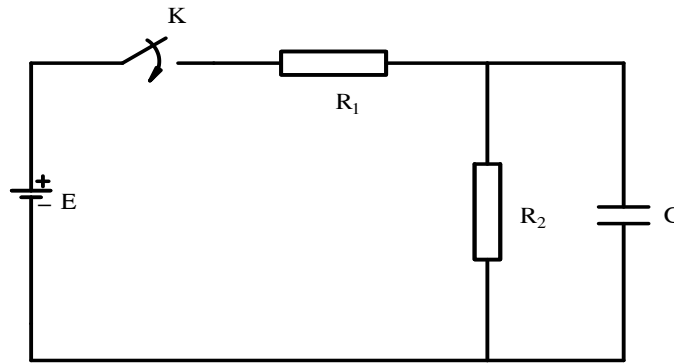
- Biểu thức:  $u_C(+0) = u_C(-0)$

Trong đó:  $u_C(+0)$  là điện áp trên điện dung sau khi đóng mở

$u_C(-0)$  là điện áp trên điện dung trước khi đóng mở.

\* Chú ý: Điện áp trên điện dung và dòng điện qua điện cảm không biến thiên nhảy bậc còn các đại lượng khác có thể biến thiên nhảy bậc.

Ví dụ 7.1: Xác định điều kiện ban đầu của mạch điện như hình vẽ:



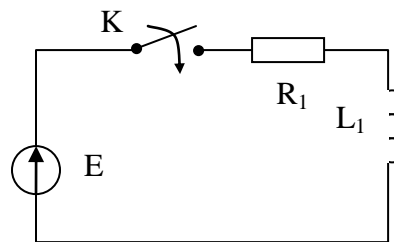
**Hình 7.2**

Điều kiện đầu  $u_C(+0) = u_C(-0) = 0$

Ví dụ 7.2: Xác định điều kiện ban đầu của mạch điện như hình vẽ:

Khi khoá K mở ( $t = -0$ ) mạch ở chế độ xác lập cũ:  $i_L(-0) = 0(A)$

Theo luật 1 ngay sau khi đóng K:  $i_L(+0) = i_L(-0) = 0(A)$



**Hình 7.3**

#### 7.1.4. Điều kiện ban đầu của mạch

Các giá trị dòng điện hay điện áp tại thời điểm  $t = +0$  (hay  $t = 0$ ) gọi là các điều kiện đầu:  $i(+0)$ ,  $u(+0)$ ,  $i'(+0)$ ,  $u'(+0)$ ,  $i''(+0)$ ,  $u''(+0)$ ... trong đó các giá trị:

$i(+0)$ ,  $u(+0)$  là sơ kiện bậc 1

$i'(+0)$ ,  $u'(+0)$  là sơ kiện bậc 2

$i''(+0)$ ,  $u''(+0)$  là sơ kiện bậc 3

Đặc biệt: các điều kiện đầu  $i_L(+0)$ ,  $u_C(+0)$  được gọi là các sơ kiện kho

*Cách tìm sơ kiện đầu:*

Bước 1: Tìm sơ kiện kho  $i_L(+0)$ ,  $u_C(+0)$

Bước 2: Lập hệ phương trình tổng quát theo định luật Kirchoff 1 và 2 cho mạch điện sau khi K tác động.

Bước 3: Cho  $t = +0$  vào hệ phương trình được lập ở bước 2, xác định các giá trị  $i_R(+0)$ ,  $u_L(+0)$ ,  $i_C(+0)$ ...

Bước 4: Đạo hàm hệ phương trình tổng quát đã lập được ở bước 2, rồi thay các giá trị  $t = +0$ , tính các giá trị  $i'(+0)$ ,  $u'(+0)$ ...

Cứ như vậy ta tính được các điều kiện đầu cần thiết của bài toán.

**Cần lưu ý:**

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L i_L'(t)$$

$$u_C(t) = u_C(+0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

Ví dụ 7.3: Cho mạch điện như hình 7.4:

Biết  $E = 10V$ ;

$L = 0,5 H$ ;  $R = 2 \Omega$ ;  $C = 0,2 F$ .

Ban đầu tụ  $C$  được nạp điện áp có giá trị  $u_C = 4V$ .

Tính  $i(+0)$ ;  $u_L(+0)$ ;  $u_C(+0)$ ;  $i'(+0)$ ;

$u_C(+0)$ ;  $u_R(+0)$ ;  $u_R(+0)$ ;

Lời giải: Khi  $K$  mở ( $t = -0$ ). Sơ kiện kho:

$i_L(-0) = 0(A)$ ;  $u_C(-0) = 4(V)$  Theo luật (1) và (2)

$i_L(+0) = i_L(-0) = 0(A)$ ;  $u_C(+0) = u_C(-0) = 4(V) \Rightarrow i(+0) = i_L(+0) = 0(A)$ .

Phương trình Kirhoff 2 sau khi  $K$  đóng:

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + u_C(+0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = E \quad (a)$$

Ở thời điểm  $t = +0$ , thay vào phương trình (a), ta có:

$$Ri(+0) + Li'(+0) + u_C(+0) + \frac{1}{C} \int_0^0 i(t) dt = E$$

Thay các giá trị đã có vào phương trình:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 0 + 0,5 \cdot i'(+0) + 4 + 0 &= 10 \\ \Rightarrow i'(+0) &= 12 \text{ (A/s)} \end{aligned}$$

Ta có: 
$$u_C(t) = u_C(+0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt$$

$$\Rightarrow u_C'(t) = \frac{i(t)}{C} \Rightarrow u_C'(+0) = \frac{i(+0)}{C} = 0 \text{ (V/s)}$$

$$U_L(t) = L \cdot i'(t) \Rightarrow U_L(+0) = L \cdot i'(+0) = 0,5 \cdot 12 = 6 \text{ (V)}$$

$$U_R(t) = R \cdot i(t) \Rightarrow U_R(+0) = R \cdot i(+0) = 0 \text{ (V)}$$

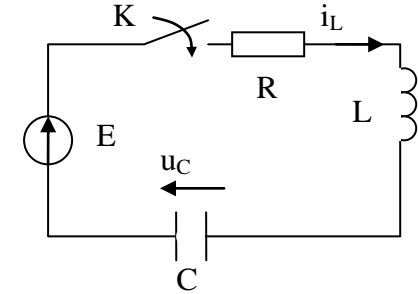
$$U_R(+0) = R \cdot i'(+0) = 12 \cdot 2 = 24 \text{ (V/s)}$$

## 7.2. Mạch quá độ RC

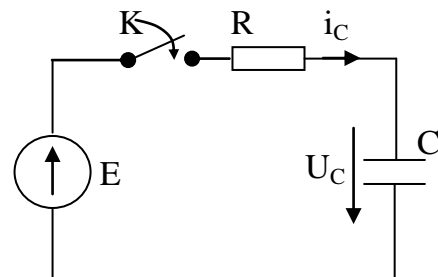
**7.2.1. Quá trình quá độ khi đóng mạch RC vào một nguồn áp không đổi (quá trình nạp tụ C)**

Mạch điện như hình 7.5 gồm điện trở mắc nối tiếp với điện dung  $C$ , được đóng vào một nguồn điện áp không đổi  $E$  (nguồn một chiều). Phương trình vi phân theo định luật Kirhoff 2 sau khi  $K$  đóng:

$$R \cdot i_C(t) + u_C(t) = E \quad (7.4)$$



**Hình 7.4**



**Hình 7.5**

Mặt khác  $i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$  thay vào phương trình (7.4), ta được:

$$R.C \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = E \quad (7.5)$$

Phương trình (7.5) là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1. Nghiệm tổng quát của phương trình có dạng sau:

$$u_c(t) = u_{CXL} + u_{Ctd} \quad (7.6)$$

Trong đó:

$u_{CXL}$  là điện áp rơi trên tụ ở trạng thái xác lập mới (nghiệm riêng)

$u_{Ctd}$  là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất:

$$R.C \frac{du_{Ctd}(t)}{dt} + u_{Ctd}(t) = 0 \quad (7.7)$$

Dạng nghiệm của phương trình (7.7) là:  $u_{Ctd} = A.e^{pt}$  (7.8)

Trong đó:  $A$  là hằng số tích phân

$p$  là hằng số (số mũ đặc trưng).

Thay (7.8) vào vào (7.7) ta có:  $R.C \frac{d(A.e^{pt})}{dt} + A.e^{pt} = 0$

$$\Leftrightarrow RCp.A e^{pt} + A.e^{pt} = 0$$

$$\Leftrightarrow (RCp + 1) A.e^{pt} = 0$$

Vì  $A.e^{pt} \neq 0$  nên:  $RCp + 1 = 0 \Rightarrow p = -\frac{1}{RC}$  (7.9)

Phương trình (7.9) gọi là phương trình đặc trưng. Do đó:

$$u_{Ctd} = A.e^{pt} = A.e^{-\frac{1}{RC}t} = A.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.10)$$

Với  $\tau = RC$  là hằng số thời gian.

Sau khi tác động K, mạch ở chế độ xác lập:  $u_{CXL} = E$

Vậy:  $u_c(t) = u_{CXL} + u_{Ctd} = E + A.e^{-\frac{1}{RC}t}$  (7.11)

### 7.2.2. Xác định hằng số $A$ (dựa vào điều kiện đầu)

Khi khóa K chưa tác động ( $t = -0$ )  $u_c(-0) = 0$  (V)

Theo luật 2:  $u_c(+0) = u_c(-0) = 0$  (V)

Mặt khác từ (7.11) tại  $t = +0$ :  $u_c(+0) = E + A.e^0$

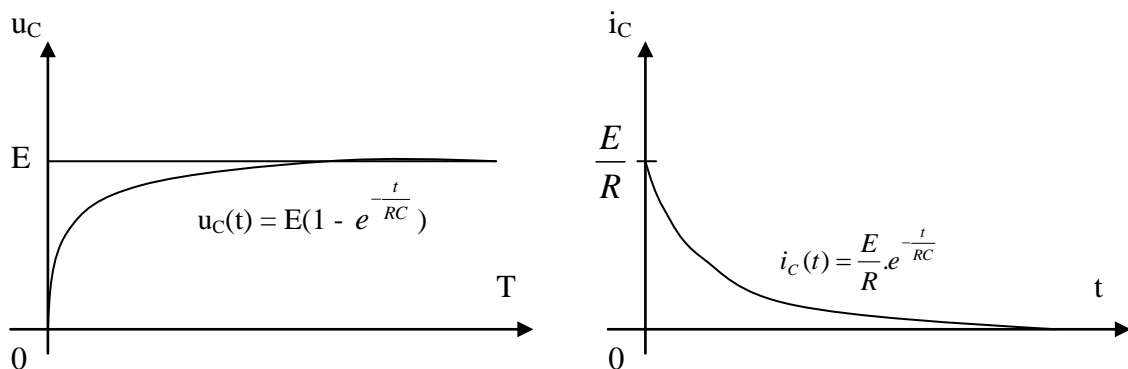
Suy ra  $E + A = 0 \Rightarrow A = -E$

**Kết luận:**

$$u_c(t) = u_{CXL} + u_{Ctd} = E - E.e^{-\frac{t}{RC}} = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (7.12)$$

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{RC}}$$

Dạng đồ thị:  $u_c(t)$  và  $i_c(t)$  như hình dưới đây:



Hình 7.6

### 7.2.3. Quá trình quá độ khi đóng mạch RC vào một nguồn áp xoay chiều

Ví dụ 7.4: Cho mạch điện như hình 7.7:

Gồm  $R = 10\Omega$ ;  $C = 0,01F$  được đóng vào một nguồn điện áp xoay chiều:

$$e(t) = 20\sqrt{2} \sin(10t + 15^\circ) \text{ (V)}.$$

Xác định  $u_C(t)$ ,  $i_C(t)$  sau khi K đóng. Biết ban đầu mạch ở chế độ xác lập, tụ C chưa nạp.

Bài giải: Sau khi K đóng, phương trình vi phân theo định luật Kirchoff 2:

$$R \cdot i_C(t) + u_C(t) = e(t) \quad (7.13)$$

Mặt khác  $i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$  thay vào phương trình (7.13), ta có phương trình:

$$R \cdot C \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E \quad (7.14)$$

Nghiệm tổng quát của phương trình (7.14) có dạng sau:

$$u_C(t) = u_{CXL} + u_{Ctd} \quad (7.15)$$

Trong đó:

$u_{Ctd}$  là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất:

$$R \cdot C \frac{du_{Ctd}(t)}{dt} + u_{Ctd}(t) = 0 \quad (7.16)$$

Dạng nghiệm của phương trình (7.16) là:  $u_{Ctd} = A \cdot e^{pt}$  (7.17)

Thay (7.17) vào (7.16) ta có:  $R \cdot C \frac{d(Ae^{pt})}{dt} + Ae^{pt} = 0$

⇔  
⇔

$$RCp \cdot A e^{pt} + A \cdot e^{pt} = 0$$

$$(RCp + 1) A \cdot e^{pt} = 0$$

Vì  $A \cdot e^{pt} \neq 0$  nên:  $RCp + 1 = 0 \Rightarrow p = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{10 \cdot 0,01} = -10$  (7.18)

Do đó:  $u_{Ctd} = A \cdot e^{pt} = A \cdot e^{-10t}$  (7.19)

Chế độ xác lập sau khi K đóng:

$$\dot{I}_{CXL} = \frac{\dot{E}}{R - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{20 \angle 15^\circ}{10 - j10} = \frac{20 \angle 15^\circ}{10\sqrt{2} \angle -45^\circ} = \sqrt{2} \angle 60^\circ \text{ (A)}$$

$$\dot{U}_{CXL} = Z_C \cdot \dot{I}_{CXL} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}_{CXL} = 10 \angle -90^\circ \cdot \sqrt{2} \angle 60^\circ = 10\sqrt{2} \angle -30^\circ \text{ (V)}$$

$$\Rightarrow u_{CXL}(t) = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \sin(10t - 30^\circ) = 20 \sin(10t - 30^\circ) \text{ (V)}$$

Vậy:  $u_C(t) = u_{CXL} + u_{Ctd} = 20 \sin(10t - 30^\circ) + A \cdot e^{-10t}$  (7.20)

Xác định hằng số A (dựa vào điều kiện đầu):

Khi khóa K chưa tác động ( $t = -0$ )  $u_C(-0) = 0 \text{ (V)}$

Theo luật đóng mở (2):  $u_C(+0) = u_C(-0) = 0 \text{ (V)}$

Mặt khác từ (7.20) tại  $t = +0$ :  $u_C(+0) = 20 \sin(-30^\circ) + A \cdot e^0$

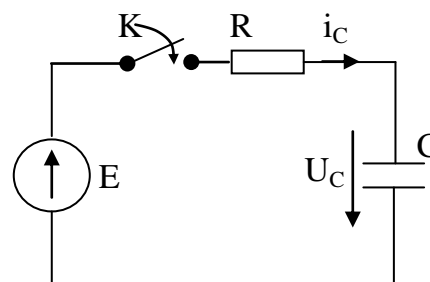
Suy ra  $20 \sin(-30^\circ) + A \cdot e^0 = 0 \Rightarrow A = 10$

**Kết luận:**

$$u_C(t) = u_{CXL} + u_{Ctd} = 20 \sin(10t - 30^\circ) + 10 \cdot e^{-10t} \text{ (V)}$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = 0,01(20 \cdot 10 \cdot \cos(10t - 30^\circ) - 100e^{-10t})$$

$$= 2 \cos(10t - 30^\circ) - e^{-10t} \text{ (A)}$$



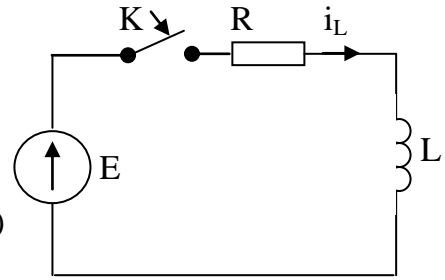
**Hình 7.7**

### 7.3. Mạch quá độ RL

#### 7.3.1. Quá trình quá độ khi đóng mạch RL vào một nguồn áp không đổi

Mạch điện như hình vẽ gồm điện trở mắc nối tiếp với điện cảm L, được đóng vào một nguồn điện áp không đổi E (nguồn một chiều). Phương trình vi phân theo định luật Kirchoff 2 sau khi K đóng:

$$R \cdot i_L(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} = E \quad (7.21)$$



Hình 7.8

Phương trình (7.21) là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1. Nghiệm tổng quát của phương trình có dạng sau:

$$i_L(t) = i_{LXL} + i_{Ltd} \quad (7.22)$$

Trong đó:

$i_{LXL}$  là dòng điện trên điện cảm ở trạng thái xác lập mới (nghiệm riêng)

$i_{Ltd}$  là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất:

$$R \cdot i_L(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} = 0 \quad (7.23)$$

Dạng nghiệm của phương trình (7.23) là:  $i_{Ltd} = A \cdot e^{pt}$  (7.24)

Trong đó: A là hằng số tích phân

p là hằng số (số mũ đặc trưng).

Thay (7.24) vào (7.23) ta có:  $R \cdot i_{Ltd}(t) + L \frac{di_{Ltd}(t)}{dt} = 0$

⇔

$$R \cdot A e^{pt} + L \frac{d(Ae^{pt})}{dt} = 0$$

⇔

$$(R + Lp) A \cdot e^{pt} = 0 \quad (7.25)$$

Vì  $A \cdot e^{pt} \neq 0$  nên:  $R + Lp = 0 \Rightarrow p = -\frac{R}{L}$  (7.26)

Phương trình (7.26) gọi là phương trình đặc trưng. Do đó:

$$i_{Ltd} = A \cdot e^{pt} = A \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.27)$$

Với  $\tau = \frac{L}{R}$  là hằng số thời gian.

Sau khi tác động K, mạch ở chế độ xác lập:  $i_{LXL} = \frac{E}{R}$

Vậy:  $i_L(t) = i_{LXL} + i_{Ltd} = \frac{E}{R} + A \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$  (7.28)

#### 7.3.2. Xác định hằng số A (dựa vào điều kiện đầu)

Khi khóa K chưa tác động ( $t = -0$ )  $i_L(-0) = 0$  (A)

Theo luật đóng mở 1:  $i_L(+0) = i_L(-0) = 0$  (A)

Mặt khác từ (7.28) tại  $t = +0$ :  $i_L(+0) = \frac{E}{R} + A$

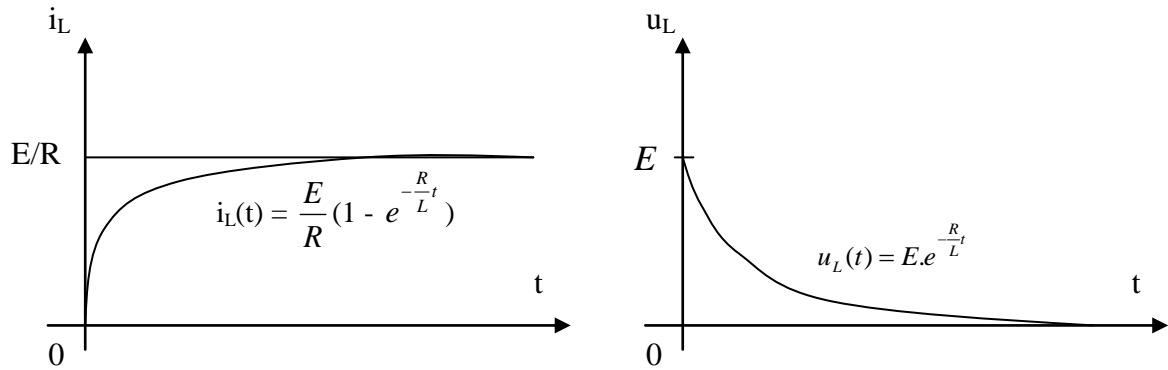
Suy ra  $\frac{E}{R} + A = 0 \Rightarrow A = -\frac{E}{R}$

**Kết luận:**

$$i_L(t) = i_{LXL} + i_{Ltd} = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad (7.29)$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = E.e^{-\frac{R}{L}t}$$

Dạng đồ thị:  $i_L(t)$  và  $u_L(t)$  như hình dưới đây:



Hình 7.9

## 7.4. Quá trình quá độ trong mạch RLC

### 7.4.1. Quá trình quá độ trong mạch RLC mắc nối tiếp

- Điều kiện đầu:

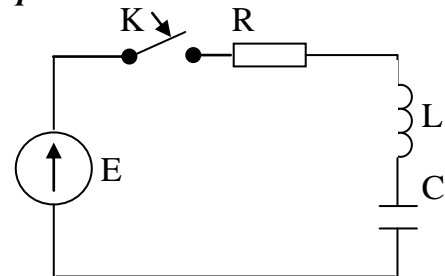
$$u_C(-0) = u_C(+0) = 0; i_L(-0) = i_L(+0) = 0$$

- Phương trình vi phân thuần nhất:

$$u_R + u_L + u_C = 0 \quad (7.30)$$

Trong đó:  $u_R = R.i(t)$

$$u_L = L \frac{di(t)}{dt}$$



Hình 7.10

$$i(t) = i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\Leftrightarrow u_R = R.C.u'_C; u_L = L.C.u''_C$$

Như vậy (7.30) có thể viết lại như sau:

$$L.C.u''_C + R.C.u'_C + u_C = 0$$

$$\Leftrightarrow u''_C + \frac{R}{L}u'_C + \frac{1}{LC}u_C = 0 \quad (7.31)$$

Phương trình đặc trưng của phương trình 7.31 là:

$$K^2 + \frac{R}{L}K + \frac{1}{LC} = 0 \Leftrightarrow K^2 + \alpha K + \beta^2 = 0 \quad (7.32)$$

\* Nếu  $\Delta = \alpha^2 - 4\beta^2 = 0$  thì (7.32) có nghiệm kép:  $K_1 = K_2 = -\frac{\alpha}{2}$

$$u_{Ctd} = (A_1 + A_2 t)e^{-\frac{\alpha}{2}t} \text{ trong đó } A_1 \text{ và } A_2 \text{ là hằng số.}$$

\* Nếu  $\Delta = \alpha^2 - 4\beta^2 > 0$  thì (7.32) có hai nghiệm thực:  $K_1 \neq K_2$

$$u_{Ctd} = A_1 e^{K_1 t} + A_2 e^{K_2 t}$$

\* Nếu  $\Delta = \alpha^2 - 4\beta^2 < 0$  thì (7.32) có hai nghiệm phức:

$$u_{Ctd} = e^{-\frac{\alpha}{2}t} (A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t); \omega = \sqrt{\beta^2 - \frac{\alpha^2}{4}}$$

- Tìm  $u_{Ccb}$ :  $u_{Ccb} = E$ . Vậy:  $u_C(t) = u_{Ccb}(t) + u_{Ctd}(t)$

- Tìm các hệ số  $A_1$  và  $A_2$  dựa vào điều kiện đầu:

$$u_C(0) = u_{Ccb}(0) + u_{Ctd}(0)$$



$$i_L(0) = i_C(0) = C \cdot U'_C(0)$$

#### 7.4.2. Quá trình quá độ trong mạch RLC mắc song song

- Điều kiện đầu:

$$u_C(-0) = u_C(+0) = 0; i_L(-0) = i_L(+0) = 0$$

- Thành lập phương trình vi phân thuần nhất để tìm thành phần dao động tự do:

$$i_R + i_L + i_C = 0 \quad (7.33)$$

$$i_C = C \cdot u'_C = C \cdot u'_L = C(i'_L)' = LC \cdot i''_L$$

Trong đó:  $i_R = \frac{u_L}{R} = \frac{L}{R} i'_L$

Thay  $i_C$  và  $i_R$  vào (7.33) ta được:

$$i''_L + \frac{1}{RC} i'_L + \frac{1}{LC} i_L = 0 \quad (7.34)$$

Phương trình đặc trưng có dạng:  $K^2 + \alpha K + \beta^2 = 0 \quad (7.35)$

\* Nếu  $\Delta = \alpha^2 - 4\beta^2 = 0$  thì (7.32) có nghiệm kép:  $K_1 = K_2 = -\frac{\alpha}{2}$

$$i_{Ltd} = (A_1 + A_2 t) e^{-\frac{\alpha}{2} t} \text{ trong đó } A_1 \text{ và } A_2 \text{ là hằng số.}$$

\* Nếu  $\Delta = \alpha^2 - 4\beta^2 > 0$  thì (7.32) có hai nghiệm thực:  $K_1 \neq K_2$

$$i_{Ltd} = A_1 e^{K_1 t} + A_2 e^{K_2 t}$$

\* Nếu  $\Delta = \alpha^2 - 4\beta^2 < 0$  thì (7.32) có hai nghiệm phức:

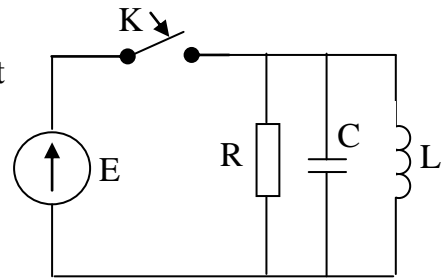
$$i_{Ltd} = e^{-\frac{\alpha}{2} t} (A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t); \omega = \sqrt{\beta^2 - \frac{\alpha^2}{4}}$$

- Tìm  $i_{Lcb}$ :  $i_{Lcb} = \frac{E}{R}$ . Vậy:  $i_L(t) = i_{Lcb}(t) + i_{Ltd}(t)$

- Tìm các hệ số  $A_1$  và  $A_2$  dựa vào điều kiện đầu:

$$u_C(0) = u_{Ccb}(0) + u_{Ctd}(0)$$

$$i_L(0) = i_C(0) = C \cdot U'_C(0)$$



**Hình 7.11**

### CÂU HỎI ÔN TẬP CHƯƠNG 7

Câu 1. Thế nào là quá trình quá độ. Hãy phát biểu các luật đóng mở để xác định điều kiện đầu.

Câu 2. Nêu nguyên nhân và định nghĩa quá trình quá độ? Trong mạch điện quá độ quá trình dòng điện điện áp biến thiên như thế nào? Dòng điện và điện áp trong quá trình quá độ phụ thuộc vào yếu tố nào?

Câu 3. Trình bày quá trình quá độ trong mạch RL, RC, RLC khi nguồn không đổi

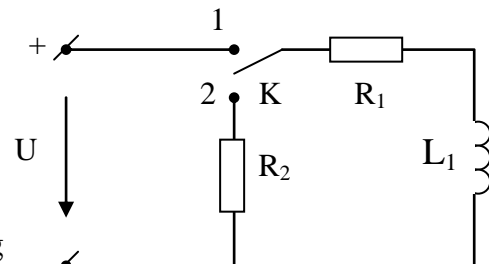
Câu 4. Cho mạch điện như hình 7.12:

Trước khi đóng K về phía 1, dòng điện trong mạch bằng 0. Đóng K về phía 1 và chờ cho mạch đạt trạng thái ổn định người ta đóng K về phía 2.

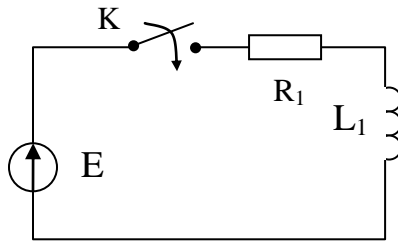
Hãy xác định dòng điện và điện áp trên điện cảm tại thời điểm đầu khi đóng K về phía 1 cũng như phía 2 với  $R_1 = R_2 = 10(\Omega)$ ;  $U = 24(V)$ .

Câu 5. Cho mạch điện như hình 7.13. Biết  $E = 10V$ ;  $L = 0,02 H$ ;  $R = 5 \Omega$ .

Ban đầu mạch ở chế độ xác lập. Tính  $i_L(+0)$ ,  $i_L(-0)$ .



**Hình 7.12**



**Hình 7.13**

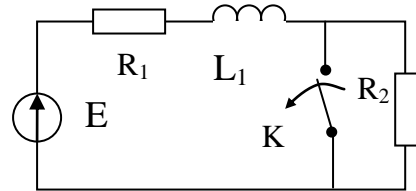
Câu 6. Cho mạch điện như hình 7.14.

Biết  $E = 10V$ ;

$L = 0,5 H$ ;  $R_1 = 5 \Omega$ ;  $R_2 = 10 \Omega$ .

Ban đầu mạch ở chế độ xác lập.

Tính  $i_L(+0)$ ,  $i_L(-0)$ .



**Hình 7.14**

Câu 7. Cho mạch điện như hình 7.15.

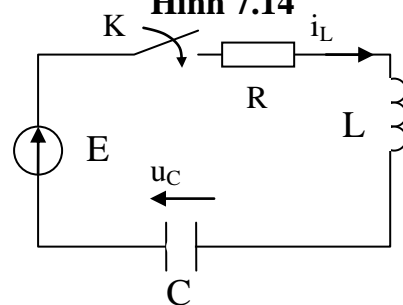
Biết  $E = 10V$ ;

$L = 0,5 H$ ;  $R = 2 \Omega$ ;  $C = 0,2 F$ .

Ban đầu tụ C được nạp điện áp có giá trị  $u_C = 4V$ .

Tính  $i(+0)$ ;  $u_L(+0)$ ;  $u_C(+0)$ ;  $i'(+0)$ ;

$u_C(+0)$ ;  $u_R(+0)$ ;  $u_R(+0)$ ;



**Hình 7.15**

Câu 8. Cho mạch điện như hình 7.16

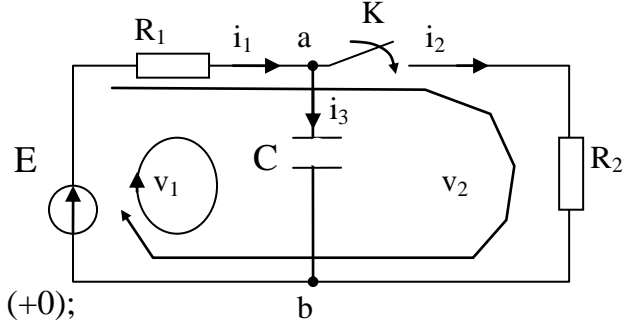
Với các thông số  $E = 10V$ ;  $L = 1 H$ ;

$R_1 = R_2 = 1 \Omega$ ;  $C = 1 F$ .

Biết rằng ban đầu mạch ở chế độ xác lập và cho trước chiều dương dòng điện và vòng độc lập.

Tìm  $i_1(+0)$ ;  $i_2(+0)$ ;  $i_3(+0)$ ;

và các đạo hàm cấp 1:  $i_1'(+0)$ ;  $i_2'(+0)$ ;  $i_3'(+0)$ ;



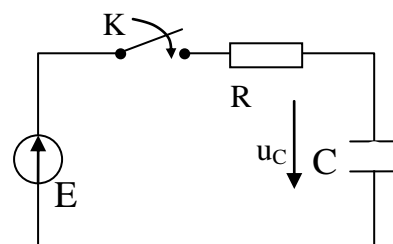
**Hình 7.16**

Câu 9. Cho mạch điện như hình 7.17

Biết  $E = 15V$ ;

$R_2 = 4 \Omega$ ;  $C = 0,05 F$ .

Ban đầu mạch ở chế độ xác lập và tụ C chưa nạp điện. Tìm  $u_C(+0)$ ;  $u_C(-0)$ ;



**Hình 7.17**

## PHỤ LỤC

### Cách sử dụng máy tính 570 MS để tính số phức

#### 1. Mở máy và cài chương trình

- Ấn nút ON.
- Ấn nút MODE trên màn hình hiện CMPLX ấn phím 2 để chọn.
- Ấn nút MODE 4 lần trên màn hình hiện DEG ấn phím 1 để chọn.
- Ấn nút MODE 5 lần trên màn hình hiện SCI ấn phím 2 để chọn tiếp theo ấn phím 5.

## 2. Các cách biểu diễn số phức trên máy tính

- Biểu diễn số phức dạng đại số : Trên máy tính phần ảo được thay bằng chữ i (phím ENG)

Ví dụ :  $3 + j5$  ấn phím theo chỉ dẫn  $\boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\text{ENG}} \Rightarrow \boxed{3+5i}$

- Biểu diễn dạng góc :

Ví dụ :  $220\angle 90^\circ$  ấn theo chỉ dẫn  $\boxed{220} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(-)_{r\angle_1}} \boxed{90} \Rightarrow \boxed{220\angle 90^\circ}$

## 3. Các phép toán số phức trên máy tính

Khi thực hiện các phép tính số phức ta để nguyên dạng biểu diễn nhưng chú ý ngăn cách các số phức bằng dấu ( ).

Ví dụ :  $(3 + j5) + (220\angle 90^\circ) = 3 + j225$

Thực hiện bằng máy tính như sau :

$\boxed{(} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\text{ENG}} \boxed{)} \boxed{+} \boxed{(} \boxed{220} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(-)_{r\angle_1}} \boxed{90} \boxed{)} \boxed{=}$   
 $\boxed{3} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{=} \boxed{225i}$

Hoặc ví dụ :  $(3 + j5) \cdot (220\angle 90^\circ) = 1100 + j660$

Thực hiện bằng máy tính như sau :

$\boxed{(} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\text{ENG}} \boxed{)} \boxed{\times} \boxed{(} \boxed{220} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(-)_{r\angle_1}} \boxed{90} \boxed{)} \boxed{=}$   
 $\boxed{1100} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{=} \boxed{660i}$

## 4. Chuyển đổi các dạng biểu diễn bằng máy tính

- Chuyển dạng đại số sang dạng góc :

Ví dụ :  $3 + j5 = 5,83\angle 59^\circ$

Thực hiện bằng máy tính như sau :

$\boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\text{ENG}} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{+} \boxed{=} \boxed{5,83} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{=} \boxed{59}$

- Chuyển dạng góc sang dạng đại số

Ví dụ :  $220\angle 90^\circ = j220$

Thực hiện bằng máy tính như sau :

$\boxed{220} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(-)_{r\angle_1}} \boxed{90} \boxed{-} \boxed{=} \boxed{220i}$

$\boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\text{ENG}}$

$\Rightarrow \boxed{3+5i} \quad \boxed{(} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\text{ENG}} \boxed{)} \quad \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(-)_{r\angle_1}} \boxed{90} \boxed{)} \quad \boxed{=}$   
 $\boxed{3} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{=} \boxed{225i}$   
 $\boxed{3} \quad \boxed{220} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(-)_{r\angle_1}} \boxed{90}$